J · M · BOCHENSKI
H · B · CURRY

数理逻辑与数学哲学

田龙九 李仁寿 译

武汉大学出版社

数理逻辑与数学哲学

[瑞士]J·M·波亨斯基
[美国]H·B·柯　里　著
田龙九　李仁寿　译

武汉大学出版社

译 序

《数理逻辑与数学哲学》是《数理逻辑纲要》与《形式主义数理哲学概论》的合译。因为这两本经典著作的篇幅都不大，故合并在一起出版，改名为《数理逻辑与数学哲学》。

《数理逻辑概论》(A Precis of Mathematical Logic)作者J·M·波亨斯基是蜚声国际的逻辑与逻辑史专家。他祖籍波兰，后入瑞士籍，任弗赖堡大学校长和逻辑学教授。

本书内容全面、论述严谨、简明扼要、注释精辟，是一本全世界公认的最成功的数理逻辑入门书。原版为法文，相继出了德文和英文版。汉译本根据英文版译出。

《形式主义数理哲学概论》(*Outlines of a FORMALIST PHILOSOPHY of MATHEMATICS*)收集在由布劳威和海丁主编的《逻辑和数学基础研究》丛书里。作者H·B·柯里，原为美国符号逻辑学会会长、宾州大学数学系系主任，是世界著名的数学家和逻辑学家。本书主要是批评直觉主义唯心论的，附带批评了罗素的逻辑主义和希尔伯特的形式主义。在批判的过程中，作者也系统地陈述了自己对数学(包括逻辑)性质和作用的看法，尤其是全面深入地考查了形式系统的各种问题，具有重要的科学价值。

可以预料，本书的出版，对在我国普及数理逻辑和数学哲学的基本知识，促进逻辑、数学的教学和研究，以及提高整个民族的智能素质都将起到积极的作用。

目 录

上篇 数理逻辑

下篇　数学哲学

上篇　数理逻辑

J·M·波亨斯基

英译者的序言

这部著作最初用法文出版，书名《*Précis de logique mathématique*》。本书是它的英译本。1954年艾伯特·迈纳博士出版了一个修订并略加增补了的德文版(《*Grundriss der Logistik*》, F·Schoningh, Paderborn)。我翻译时利用了这两种版本。大部分是根据法文版翻译的，因为我认为尽量保持原著那样的简要是有益的。但是我采用了迈纳博士增补了的历史注释和他的参考书目，以及法文原版所没有的关于模态逻辑和语形范畴(Syntactical Categories)两节(§25和§27)。我尽量改正了原版印刷中的错误，并补充了少许参考书目。

在翻译过程中，我所得益于波亨斯基先生极其慷慨的帮助是言词表达不尽的，他当时(1955—1956年)在圣母大学任教。

奥托·伯德

1959年于圣母大学

I 一般原理

§0. 导论

0.1. **概念和历史**。数理逻辑也叫"逻辑斯蒂"、"符号逻辑"、"逻辑代数"，最近又简称"形式逻辑"，它是在上一世纪，借助人工符号和严格的演绎方法提出的一套逻辑理论。莱布尼兹(1646—1716)被普遍认为是第一个数理逻辑学家；不过是乔治·布尔(1815—1864)和奥古斯都·德摩根(1806—1878)首先提出了那些今天为人们所熟知的形式系统。他们的工作被C·S·皮尔斯(1839—1914)、G·弗莱格(1848—1925)、G·皮亚诺(1858—1932)以及随后为A·N·怀特海和B·罗素在他们的宏伟著作《数学原理》(1910—1913)所继承并发展。此后各种活跃的数理逻辑学派在很多国家，特别是在美国、德国和波兰发展起来了，进步很快，并在继续发展。

0.2. **逻辑和数学**。数理逻辑被称为"数学的"，因为它起源于数学，特别因为它是在探讨这门科学基础的目的下发展起来的。加之，它的公式和数学的那些公式有着某种外

部的类似。某些逻辑学家也主张数学只是逻辑的一部分，虽然这种意见远未被普遍接受。不过，数理逻辑并不撇开任何对象而研究数或量本身。

0.3. **应用**。数理逻辑不仅成功地应用于数学和它的基础(G·弗莱格、B·罗素、D·希尔伯特、P·伯奈斯、H·肖尔兹、R·卡尔纳普、L·列斯尼夫斯基、T·司寇伦)，而且也应用到物理学(R·卡纳普、A·德特里奇、B·罗素、C·E·香农、A·N·怀特海、H·赖兴巴赫、P·弗夫瑞尔)，应用到生物学(J·H·伍杰、A·塔斯基)，应用到心理学(F·B·菲奇、C·G·汉普尔)，应用到法律和道德(K·门杰、U·克卢格、P·奥本海姆)，应用到经济学(J·诺伊曼、O·莫根斯特)，应用到实际问题(E·C·伯克莱、E·施塔姆)，甚至应用到形而上学(J·萨拉姆卡、H·肖尔兹、J·M·波亨斯基)。当它应用到逻辑史，获得特有的成效(J·卢卡西维奇、H·肖尔兹、B·梅特斯、A·贝克尔、E·穆迪、J·萨拉姆卡、K·迪尔、Z·乔丹、P·贝纳、J·M·波亨斯基、S·T·斯奇雅尔、D·英戈尔斯)。

特别是卢卡西维奇、萨拉姆卡以及其他的人利用数理逻辑的方法，揭示了在现代曾经误解了的亚里士多德、几乎所有斯多噶派、经院学者以及印度人的大量原著的真义.应用也触及到了神学(F·德文斯维奇、J·萨拉姆卡、I·托马斯)。然而，它的应用似乎只是开始。可以确信，逻辑如此丰硕的成果只被用到很小的范围，但是现有理论的重大发展是可能的，并且事实上，它正处于实现的过程之中。

历史：形式逻辑史是一门新近的科学，首先肇始于卢卡西维

奇(1921年)和肖尔兹(1931年)。——逻辑和数学之间关系的讨论渊源于莱布尼兹和他的"数学普遍性"的概念；虽然这个问题直到皮亚诺以前都没有被充分提出过。现代逻辑的哲学含义(意义)的讨论和应用也是20世纪的事了。

文献：关于逻辑的历史：肖尔兹1；卢卡西维奇5；波亨斯基7,8；贝思3；刘易士1；约根生1,2；乔丹1。

——逻辑和数学：闪塞斯2；PM；罗素3；海丁2；杜比斯拉夫2。

——数学和传统逻辑：刘易士1；格林伍德1；[illegible]斯；多普。

——导论：卡尔纳普1,8；希尔伯特A；塔斯基6；赖兴巴赫1。

——论文：PM(经典著作，某些方面过时了，但仍是不可缺少的原始资料)；希尔伯特B；奎因3；费伊斯5；肖尔兹5；普赖尔；丘奇6。

书目：丘奇1,(1666—1935年完整目录；以后的目录见JSL)；丘奇5；贝思4(极好地按顺序精选的目录)；也可参看奎因3和费伊斯5的目录。

§1. 基本表达式和运算

这章的目的是举出基本的逻辑表达式的名称，说明它们的意义而不加以严格定义，并描述某些基本的逻辑运算。整个这一章只与表达式的名称有关而与表达式本身无关。根据这一理由，它就是一种元逻辑的理论。(参看2·10)。

1.1. 表达式、常项、变项

1.11. “表达式”——“一个书写符号或一组书写符号”。

1.12. “S系统的表达式”——“一个按照S系统规则形成的表达式”。

1.13. “S系统的常项”——“在S系统内被认为具有确定意义的表达式”。例如：“彼得”、“拿破仑”、“巴黎”、“这本书”，等等。

说明：在定义常项时必须加上“S系统的”，因为作为表达式的常项是属于某个给定系统的(例如，在英语中)，而不一定属于别的系统。这是因为人工表达式的意义是任选的或者约定的。同样的符号可以用来表达“变项”(1.14)、“名称”(1.33)、“函子”(1.34)、以及“个体变项”(1.42)等等。为了简化起见，这句话在这一章大多数定义中都省略了。不过在理解定义时应该经常记住。

1.14. “变项”——“除了用以指出一个常项可以放进去的空白以外，在S系统中没有确定意义的表达式”。

1.15. “同形”——“只有在两个表达式具有同样的书写式样，也就是在日常语言中被认为是‘同样表达式’的时候，才是同形的”。

1.2. 代换、语形范畴

1.21. “在c中以b代a”或“在c中a代以b”意味：形成一个除了在c中a处相应地是b以外，其他方面都与c同形的表达式d。

例如：以保罗代换彼得，就使得“彼得在吸烟斗”成为“保罗在吸烟斗”。

1.22. “系统S的语形范畴”——“在S系统所有表达式中能