

SIWEIDAO TU

新课标
新思维
新方法

思维导图

书山有路思为径 学海无涯图作舟

高效的学习工具书
将学习的革命进行到底

- 培养思维技巧
- 唤醒记忆潜力
- 提高学习效率

初中数学

修订版

◆ 主编 齐伟 卢银中 黄斌

湖南教育出版社

SIWEIDAO TU

思维导图

◆ 思维导图的精髓

促进人类大脑左脑和右脑的合理应用，促进大脑的潜能开发，将大脑的思维过程进行可视化的展示，提高自己的思维水平，改变自己的思维方式和思考模式，让自己用一个开放的头脑接受新鲜的事物，让自己的学习、生活更轻松。

◆ 思维导图的影响

目前，在国外教育领域，哈佛大学、剑桥大学的学生都在使用思维导图这项思维工具教学；在新加坡，思维导图已经基本成了中小学生的必修课，用思维导图提升智力能力提高思维水平已被越来越多的人认可。

◆ 东尼·博赞(Tony Buzan)语录：

“人脑好像一个沉睡的巨人，我们只用了不到1%的脑力。一个正常的大脑记忆容量有大约6亿本书的知识总量，相当于一部大型电脑存储量的120万倍。”

“如果人类发挥出其一小半潜能，就可以轻易学会40种语言，记忆整套百科全书，获得12个博士学位。”

ISBN 978-7-5355-5485-7



9 787535 554857 >

:: 责任编辑 邹楚林

:: 装帧设计 周基东设计工作室

定价：30.00元

新课标
新思维
新方法

SIWEIDAO TU

思维导图

书山有路思为径 学海无涯图作舟

初中数学

主 编

齐伟 卢银中 黄斌

编 委

袁正武	王 波	姚 赦
王岳红	李盛兴	胡 斯
黎红专	熊 畅	隆小龙
刘五一	杨年华	全建云
田健香	彭定化	王姬婷
陈晃荣	周祥衡	徐国军
彭艳芳	曹湘涛	邱群丰
赵向韶	孙小玲	李 启

湖南教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学思维导图丛书. 初中数学/齐伟,卢银中,黄斌主编.
—长沙:湖南教育出版社,2008.3
ISBN 978-7-5355-5485-7

I.中… II.①齐…②卢…③黄… III.数学课—初中—
教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 030071 号

学 媒 中 脑

中学思维导图丛书

初 中 数 学

主编:齐 伟 卢银中 黄 斌

湖南教育出版社出版 www.hnepu.com

湖南省新华书店发行

(长沙市韶山北路 443 号)

长沙鸿发印务实业有限公司印刷

开本:787×1092 16 开

印张:21

字数:730 千字

印数:1-20020

2009 年 6 月第 2 版

2009 年 6 月第 1 次印刷

责任编辑:邹楚林

封面设计:周基东设计工作室

ISBN 978-7-5355-5485-7

定价:30.00 元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换。

《中学思维导图丛书》面市一年多来，畅销全国，获得了广大读者的喜爱和好评。

去年，我们在国内外众多学习方法研究者成果的基础上，组织了一批具有多年教学经验的特、高级教师，精心设计和编写了这套具有趋势化的新型工具书——《中学思维导图丛书》。

今年，我们又听取了大量读者和一线教师的反馈意见，对这套《中学思维导图丛书》做了全面修订。此次修订除保持原有的特色外，还针对中考考纲的新要求，将初中阶段各个学科应掌握的知识点进行了更为系统地梳理，切实做到注重基础，突出重点，消化难点。同时，更加完美地将高效的学习工具——思维导图融入到知识点的整理之中，让学习、记忆的过程变得更轻松、更有效。我们相信，它将从知识、方法、能力、策略和心理等方面全方位地帮助您提高学习成绩。

总之，修订过后的《中学思维导图丛书》实用性会更强，针对性更突出，也更加切合新课程标准的要求和基本理念。

■ 什么是思维导图？

思维导图 (Mind Maps)，是表达发散性思维的高效图形思维工具，简单却又极其有效！思维导图运用图文并重的技巧，各级主题的关系用相互隶属或相关的层级图表现出来，把主题关键词与图像、颜色、空间等建立起记忆链接。思维导图充分运用左右脑的机能，利用记忆、阅读、思维的规律，协助人们在科学与艺术、逻辑与想象之间平衡发展，从而开启了人类大脑的无限潜能。

■ 那么，思维导图何以具有如此大的功效呢？

第一，思维导图结合了全脑的概念，包括左脑的逻辑、顺序、条理、文字、数字，以及右脑的图像、想象、颜色、空间、整体观等。东尼·博赞说：“图像才是大脑的语言。”因为通过绘图，可以提升人的注意力与记忆力，进而促进左右脑的平衡发展。

PREFACE

第二，思维导图允许我们自由联想，不像传统的思维方式那样遵从概念进行“线性思维”，而是按照大脑思维的结构进行放射性的“网状思维”，这就极大地促进了人们的想象力和创造力。

第三，绘制成功的思维导图是我们所面对问题的一个全景图，它涉及该问题的各个层面。面对这样一幅全景图，我们可以同时把握全局和细节，从而极大地提高自己的观察能力和思维能力。

第四，思维导图的绘制过程也就是一个人阅读资料、分析问题、解决问题的过程，从中既能感受到沉思的愉悦，也能享受到学习的乐趣。

可能会有人说，思维导图真有如此大的魔力吗？是的。只要您认真阅读和使用此书，并按照书上介绍的方法绘制自己的思维导图，您很快就能体会到成功的喜悦。并且，这会是您终身受用的学习和思维工具。

由于水平有限，书中疏漏之处难免，欢迎大家批评指正。

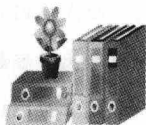
编者

2009年6月

请用以下方式联系我们

E-mail: siweidaotu2008@163.com

Q Q: 757775637



目 录

CONTENTS

第一部分 数与代数

第一单元 有理数 (1)

一、有理数的意义及相关概念 (2)

01 正数和负数的意义 (3)

02 有理数及其分类 (3)

03 数 集 (3)

04 数 轴 (3)

05 相反数 (4)

06 倒 数 (4)

07 绝对值 (5)

08 科学记数法 (5)

09 近似数与有效数字 (6)

10 有理数大小的比较 (7)

二、有理数的运算 (7)

01 有理数的加法 (8)

02 有理数的减法 (8)

03 有理数的乘法 (8)

04 有理数的除法 (9)

05 有理数的乘方 (9)

06 有理数的混合运算 (10)

试题检测 (10)

第二单元 实 数 (12)

一、平方根与立方根 (13)

01 平方根 (13)

02 立方根 (15)

二、实数的相关概念及运算 (16)

01 无理数 (16)

02 实数的概念及其分类 (17)

03 实数的性质 (17)

04 实数的运算 (18)

05 实数大小的比较 (18)

06 实数中的非负数及其性质 (19)

07 用计算器进行数的简单计算 (19)

08 实数运算中的阅读与创新 (20)

试题检测 (21)

第三单元 代数式 (23)

一、代数式的初步认识 (24)

01 代数式的意义 (24)

02 代数式的值 (25)

03 公 式 (26)

二、整 式 (26)

01 整式的概念 (27)

02 整式的加减 (28)

03 幂的运算法则 (29)

04 整式的乘法 (30)

05 乘法公式 (31)

06 整式的除法 (32)

07 整式的混合运算 (32)

08 因式分解 (33)

三、分 式 (35)

01 分式的概念及相关知识 (35)

02 分式的基本性质	(36)	03 一元二次方程根的判别式	(65)
03 约分和通分	(36)	04 一元二次方程根与系数的关系	(65)
04 分式的运算	(37)	05 二次三项式的因式分解	(67)
四、二次根式	(39)	06 列一元二次方程解应用题	(67)
01 二次根式的概念	(40)	07 二元二次方程(组)	(68)
02 二次根式的性质	(40)	五、分式方程	(69)
03 移因式于根号内、外的方法	(41)	01 分式方程的概念	(69)
04 分母有理化	(41)	02 分式方程的解法	(69)
05 二次根式的化简	(42)	03 分式方程的增根	(70)
06 二次根式的运算	(43)	04 列分式方程解应用题	(71)
试题检测	(44)	05 根式方程	(72)
第四单元 方程(组)与不等式(组) ...	(46)	试题检测	(72)
一、一元一次方程	(47)	第五单元 函 数	(75)
01 方程的有关概念	(48)	一、函数的基础知识	(76)
02 一元一次方程及其解法	(49)	01 平面直角坐标系	(76)
03 列方程解应用题	(50)	02 点的坐标	(77)
二、二元一次方程组	(52)	03 不同位置的点的坐标特征	(77)
01 二元一次方程组的相关概念	(52)	04 用坐标表示平移	(78)
02 二元一次方程组的解法	(53)	05 平面内任意两点间的距离	(79)
03 列二元一次方程组解应用题	(55)	06 函数的相关概念	(80)
04 三元一次方程组	(55)	07 函数的表示方法	(80)
三、不等式与不等式组	(56)	08 函数的图象	(81)
01 不等式的有关概念及其分类	(57)	二、一次函数	(82)
02 不等式的基本性质	(57)	01 一次函数的相关概念	(83)
03 一元一次不等式	(58)	02 一次函数的图象	(83)
04 一元一次不等式组	(58)	03 一次函数的性质	(85)
05 不等式(组)的特殊解	(59)	04 一次函数解析式的求法	(85)
06 已知不等式(组)的解集,确定字母 系数的取值范围	(60)	05 用函数的观点看方程(组)与不等式	(86)
07 列不等式(组)解应用题	(60)	06 一次函数的实际应用	(87)
四、一元二次方程	(62)	三、反比例函数	(88)
01 一元二次方程的相关概念	(62)	01 反比例函数的相关概念	(88)
02 一元二次方程的解法	(63)	02 反比例函数的图象及性质	(89)

03 反比例函数解析式的求法	(90)
04 用反比例函数解决实际问题	(91)
四、二次函数	(92)
01 二次函数的定义	(92)
02 二次函数的图象及性质	(93)
03 二次函数解析式的求法	(95)
04 二次函数与一元二次方程的关系	(96)
05 “四个二次”的等价转换关系	(97)
06 二次函数的实际应用	(97)
试题检测	(98)

第二部分 空间与图形

第六单元 认识图形	(102)
一、图形的初步认识	(103)
01 立体图形	(104)
02 线段、射线、直线	(105)
03 角	(108)
二、相交线与平行线	(111)
01 垂 线	(111)
02 相交线中的角	(112)
03 平行线	(113)
三、视图与投影	(116)
01 视 图	(116)
02 投 影	(117)
试题检测	(119)
第七单元 三角形	(122)
一、三角形的相关概念及分类	(123)
01 三角形的相关概念	(123)
02 三角形的分类	(124)
03 三角形的“三线”和“五心”	(124)
04 三角形的有关性质	(125)
二、全等三角形	(127)
01 全等三角形的相关概念	(127)

02 全等三角形的性质及两类基本图形	(127)
03 全等三角形的判定	(129)
04 角平分线的性质定理及其逆定理	(130)
三、特殊三角形	(132)
01 等腰三角形	(132)
02 等边三角形	(134)
03 直角三角形	(135)
试题检测	(136)
第八单元 四边形	(139)
一、多边形	(140)
01 多边形的相关概念	(140)
02 多边形的性质	(141)
03 探索平面图形的镶嵌	(142)
二、平行四边形	(143)
01 四边形的有关概念和性质	(144)
02 平行四边形的定义	(144)
03 平行四边形的性质	(145)
04 平行线间的距离	(145)
05 平行四边形的判定	(146)
06 平行四边形的面积	(147)
三、特殊平行四边形	(148)
01 矩 形	(148)
02 菱 形	(149)
03 正 方 形	(150)
04 与平行四边形(包括矩形、菱形)相关的 一些辅助线的作法	(151)
四、梯 形	(152)
01 梯形的相关概念、分类及判定	(152)
02 特殊的梯形——等腰梯形	(152)
03 中位线	(153)
04 梯形的面积	(154)

05 梯形常见辅助线的添加方法	(154)	04 正多边形的对称性和相似性	(181)
06 四边形的从属关系	(156)	05 正多边形的有关计算	(181)
07 面积的计算	(156)	06 正多边形的画法	(182)
试题检测	(157)	四、有关圆的计算	(184)
第九单元 圆	(160)	01 圆的周长与面积	(184)
一、圆的有关概念和性质	(161)	02 弧 长	(184)
01 与圆有关的概念	(162)	03 扇 形	(185)
02 圆的性质	(163)	04 弓 形	(186)
03 有关半径、弦、弦心距、弓形高的计算	(165)	05 圆 柱	(187)
二、与圆有关的位置关系	(166)	06 圆 锥	(187)
(一)点与圆的位置关系	(166)	07 不规则图形的面积的计算	(189)
01 点与圆的位置关系	(167)	五、尺规作图	(190)
02 确定圆的条件	(167)	01 尺规作图的概念	(190)
03 三角形的外接圆及外心	(167)	02 五种基本作图	(190)
04 圆的内接四边形	(168)	03 尺规作图的基本步骤	(192)
(二)直线与圆的位置关系	(169)	04 运用基本作图作三角形	(192)
01 直线与圆的三种位置关系	(170)	05 探索过一点、两点和不在同一直线 上的三点作圆	(192)
02 圆的切线	(170)	06 如何分析作图题	(193)
03 三角形的内切圆及内心	(172)	试题检测	(194)
04 圆的外切四边形	(173)	第十单元 轴对称、平移与旋转	(198)
05 弦切角定理	(173)	一、轴对称	(199)
06 与圆有关的比例线段	(174)	01 轴对称的相关概念	(199)
(三)圆与圆的位置关系	(175)	02 轴对称的性质和识别	(200)
01 圆与圆的位置关系	(175)	03 轴对称作图	(201)
02 两圆连心线的性质	(176)	04 线段的垂直平分线	(202)
03 两圆的公切线	(176)	05 运用轴对称的性质解决几何极值 问题	(203)
04 圆弧连接	(178)	二、平移与旋转	(204)
05 与圆有关的辅助线	(179)	01 平 移	(204)
三、正多边形与圆	(179)	02 旋 转	(205)
01 正多边形的定义	(180)	03 中心对称	(206)
02 正多边形与圆的关系	(180)	04 图形变换的基本方式	(207)
03 正多边形的相关概念	(181)		

05 简单的图案设计	(208)	04 三角函数的性质	(232)
试题检测	(209)	05 三角函数的大小比较	(233)
第十一单元 图形的相似	(212)	三、解直角三角形	(234)
一、比例线段	(213)	01 解直角三角形	(234)
01 比例的有关概念	(213)	02 解非直角三角形的方法	(236)
02 比例的性质	(214)	03 解直角三角形的应用	(236)
03 黄金分割	(215)	试题检测	(238)
04 平行线分线段成比例定理	(215)	第十三单元 图形与证明	(241)
05 作平行线构造线段成比例的方法	(216)	一、命题与定理	(242)
06 证明线段成比例的方法	(217)	01 命 题	(242)
二、相似三角形	(218)	02 公理与定理	(243)
01 相似三角形的有关概念	(218)	二、证 明	(244)
02 相似三角形的判定	(218)	01 证明的一般步骤	(244)
03 相似三角形的性质	(220)	02 证明的常用方法	(245)
04 相似三角形的应用	(220)	03 辅助线在证明中的应用	(246)
05 相似多边形	(221)	04 证明两角相等的常用方法	(246)
06 位似图形	(222)	05 证明线段相等的常用方法	(247)
07 证明比例式或等积式的方法	(222)	试题检测	(248)
试题检测	(223)	第三部分 统计与概率	
第十二单元 解直角三角形	(227)	第十四单元 统计与概率	(249)
一、勾股定理	(228)	一、统 计	(250)
01 勾股定理	(228)	01 统计的相关概念	(250)
02 勾股定理的验证	(228)	02 数据的收集与整理	(250)
03 勾股定理的各种表示式	(229)	03 统计图表	(251)
04 勾股定理的应用	(229)	04 数据的分析	(253)
05 勾股定理的逆定理	(229)	二、概 率	(256)
06 判断三角形的形状	(230)	01 确定事件与不确定事件	(256)
07 勾股数	(230)	02 概率的定义	(257)
二、锐角三角函数	(230)	03 列举法求概率	(257)
01 锐角三角函数的定义	(231)	04 用频率估计概率	(258)
02 特殊角的三角函数值	(231)	05 概率的应用	(258)
03 用计算器求锐角三角函数值	(232)	试题检测	(260)

第四部分 常见题型及其解法

一、选择题	(263)
01 直接法	(263)
02 排除法(也叫筛选法)	(263)
03 特殊值法	(263)
04 验证法	(264)
05 图解法	(264)
二、填空题	(264)
01 直接法	(264)
02 数形结合法	(264)
03 特例法(特殊值法)	(265)
04 整体代入法	(265)
05 猜想法	(265)
三、实际应用题	(265)
01 方程(组)型应用题	(265)
02 不等式(组)型应用题	(266)
03 函数型应用题	(267)
04 几何型应用题	(268)
05 统计与概率型应用题	(270)
四、网格题	(272)
01 网格与点的坐标问题	(272)
02 网格与等腰三角形的问题	(272)
03 网格与面积问题	(272)
04 网格与图形的变换问题	(272)
05 网格与相似	(273)
06 网格与规律探究	(273)
07 网格中的综合问题	(273)

五、综合题	(274)
01 开放性题	(274)
02 探索性题	(275)
03 图表信息题	(278)
04 阅读理解题	(280)
05 动态几何型问题	(282)
06 实践操作题	(284)
07 方案设计题	(286)

第五部分 基本数学思想的应用

01 整体的思想	(288)
02 分类的思想	(288)
03 方程和函数的思想	(289)
04 转化与化归的思想	(290)
05 归纳与猜想的思想	(291)
06 数形结合的思想	(291)
07 数学模型的思想	(292)

第六部分 数学基本方法的应用

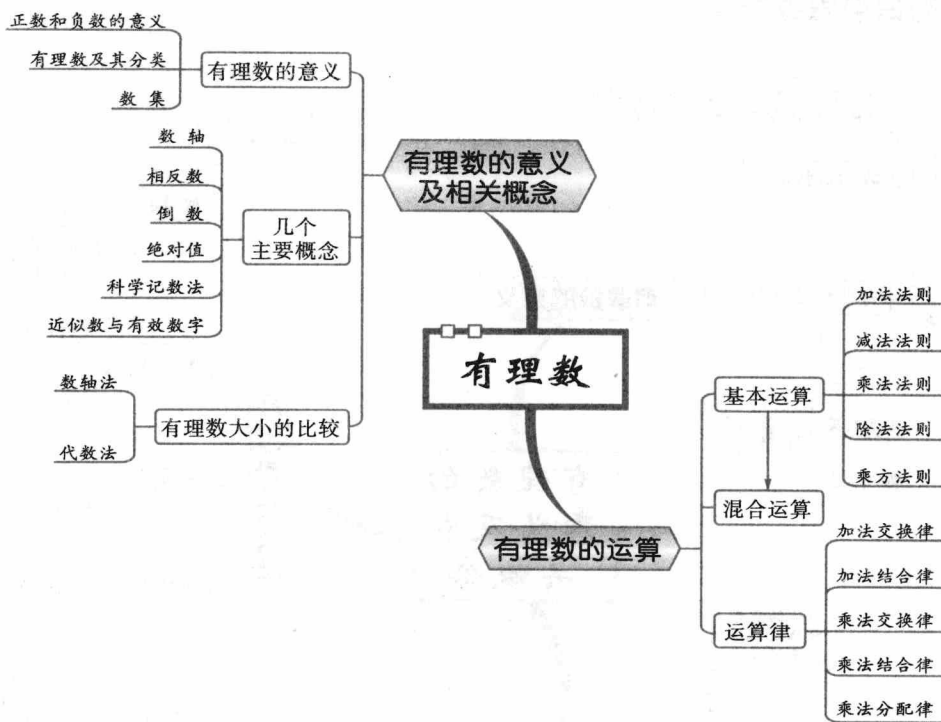
01 换元法	(295)
02 配方法	(295)
03 待定系数法	(295)
04 分析法与综合法	(296)
05 面积法	(296)

参考答案与解析	(299)
---------------	-------

第一部分 数与代数

第一单元 有理数

本单元思维导图



课标导航

1. 通过实际例子,感受引入负数的必要性.会用正负数表示实际问题中的数量.
2. 理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数.借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求有理数的相反数与绝对值(绝对值符号内不含字母),会比较有理数的大小.通过上述内容的学习,体会从数与形两方面考虑问题的方法.
3. 理解科学记数法的含义,会用科学记数法表示一个较大的数.了解近似数与有效数字的概念.

中考定位

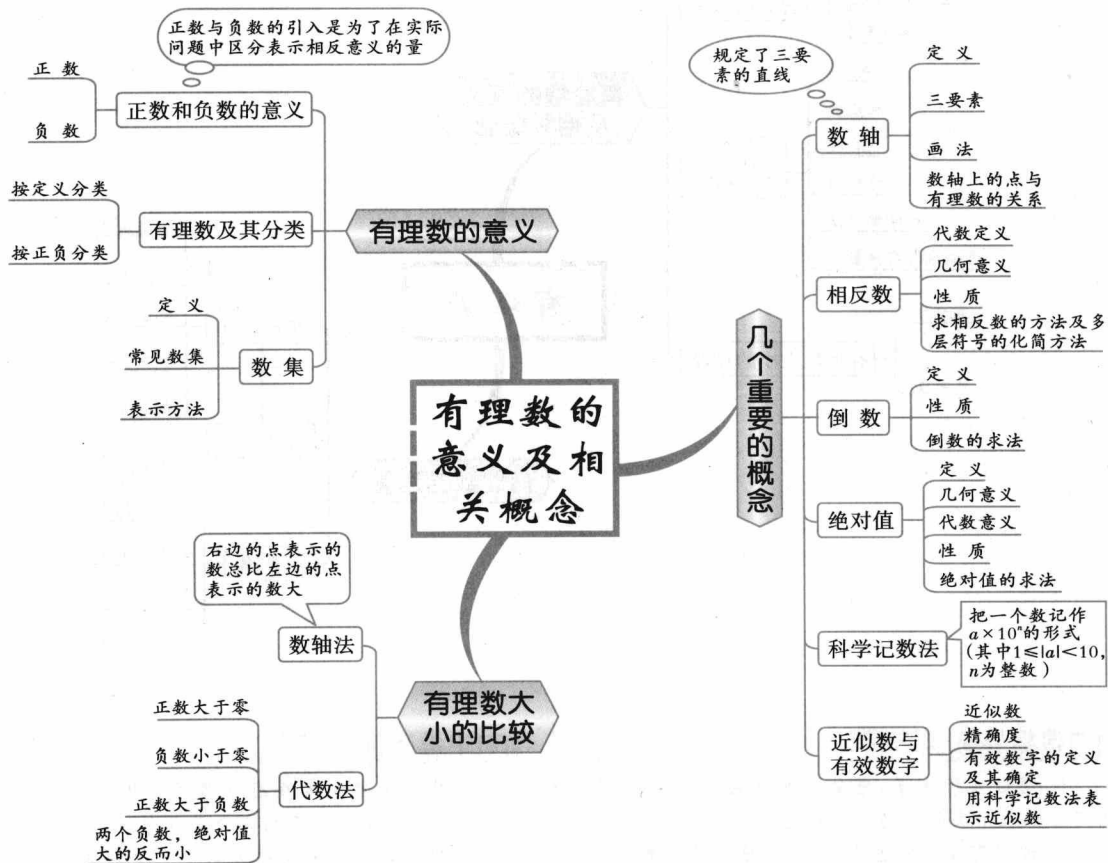
1. 中考中单纯考查有理数的知识并不多,但其知识几乎渗透到中考的各个考点中.
2. 有理数的意义在中考题中主要考查对有理数意义的理解.
3. 科学记数法和近似数是中考的必考内容,主要考查对近似数、有效数字的理解和用科学记数法表示一个较大的数.
4. 有理数的运算和运算法则的应用是初中数学学习的基础,贯穿于整个中考的各个考点之中.

4. 掌握有理数的加、减、乘、除运算,理解有理数的运算律,并能运用运算律简化运算.能运用有理数的运算解决简单的问题.

5. 理解乘方的意义,会进行乘方的运算及简单的混合运算(以三步为主).

5. 有理数是中考必考内容之一,多以选择题和填空题的形式出现.

一、有理数的意义及相关概念





01 正数和负数的意义

正数:像 $+\frac{1}{2}$, +12, 1.3, 258 等大于 0 的数 (“+”通常省略不写)叫正数,小学学过的数,除零外都是正数.

负数:像 -5 , $-3\frac{3}{4}$, -0.1 等在正数前面加上“-”(读负)的数叫负数,负数小于 0.

正数与负数的引入是为了在实际问题中区分表示相反意义的量.

注意! a. 0 既不是正数也不是负数,它表示正数和负数的分界.

b. 对于正数和负数的概念,不能简单理解为带“+”的数是正数,带“-”的数是负数,如 +0 是 0, -0 也是 0; 当 $a < 0$ 时, $-a$ 就是正数.

c. 零和负数习惯上称为非正数;零和正数习惯上称为非负数.

例 1 如果自行车车条的长度比标准长度长 3 mm, 记作 +3 mm, 那么比标准长度短 5 mm, 记作什么? 如果恰好等于标准长度, 那么记作什么?

解析 正数、负数表示相反意义的量. 自行车车条的长度比标准长度长的部分记作正数, 比标准长度短的部分记作负数. 生活中还有一些如温度、海拔的高度等类似的量, 也常常用正负数来表示它们.

【答案】 -5 mm, 0 mm.

【总结提示】 一种意义的量用正数表示, 则其相反意义的量用负数表示.

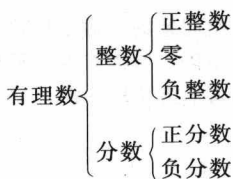
02 有理数及其分类

(1) 有理数的定义:

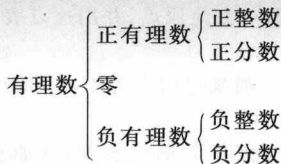
正整数、零、负整数统称整数; 正分数和负分数统称分数, 整数和分数称有理数.

(2) 有理数的分类按不同的标准有以下两种:

① 按有理数的定义分类:



② 按正负分类:



注意! 两种分类的标准不同, 不能混淆.

例 2 (2008·黄冈模拟题) 下列判断正确的是 ()

- A. 所有的整数都是正数
- B. 正整数、负整数统称为整数
- C. 分数一定是有理数
- D. 有理数包括小数和整数

解析 整数包括正整数、负整数和零, 故选项 A 错; 选项 B 错; 无限不循环小数是无理数, 故选项 D 错; 分数是有理数, 选项 C 正确.

【答案】 C

03 数集

(1) 数集的定义:

把符合一定条件的数放在一起, 就组成了一个数的集合, 简称数集.

(2) 常见数集:

所有的有理数组成的数集叫做有理数集, 所有整数组成的数集叫做整数集, 所有正数组成的数集叫做正数集, 所有负数组成的数集叫做负数集, 所有正整数和零组成的数集叫做自然数集, 所有有理数和零组成的数集叫做非负有理数集, 负有理数和零组成的数集叫做非正有理数集.

(3) 数集常用的表示方法:

椭圆表示法和 大括号表示法.

① 椭圆表示法:

如: $\{1, 2, 3, -1, -2, -3, 0, \dots\}$

整数集

② 大括号表示法:

如: 正整数集合: $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$,

负数集合: $\{-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \dots\}$.

04 数轴

(1) 数轴的定义:

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

(2) 数轴的三要素:

原点、正方向和单位长度

(3) 数轴的画法:

① 画一条直线(一般画成水平的直线);

②在直线上选取一点为原点,并用这点表示0(在原点下边标上“0”);

③确定正方向(一般规定向右为正),用箭头表示出来;

④选取适当的长度作为单位长度,从原点向右,每隔一个单位长度取一点,依次表示为1,2,3,⋯;从原点向左,每隔一个单位长度取一点,依次表示为-1,-2,-3,⋯(如图1-1).

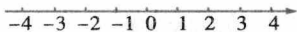


图 1-1

注意! a. 原点的位置、单位长度的大小可根据实际情况适当选取.同一数轴的单位长度要一致.

b. 确定单位长度时,根据实际情况,有时也可以每隔两个(或更多的)单位长度取一点,从原点向右,依次表示为2,4,6,⋯;从原点向左,依次表示为-2,-4,-6,⋯(如图1-2).

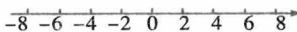


图 1-2

(4)数轴上的点与有理数的关系:

数轴是数形结合的基础,能把数与直线上的点生动形象地联系起来,有了数轴,任何一个有理数都可以用数轴上的一个确定的点来表示.正有理数可以用原点右边的点表示,负有理数可以用原点左边的点表示,零用原点表示.

注意! 有理数都可以用数轴上的点来表示,但数轴上的点表示的不都是有理数.

例 3 (2007·乐山中考题)如图1-3,数轴上一动点A向左移动2个单位长度到达点B,再向右移动5个单位长度到达点C,若点C表示的数为1,则点A表示的数为 ()

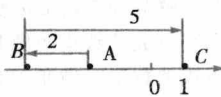


图 1-3

- A. 7 B. 3 C. -3 D. -2

解析 解本题的关键是抓住移动的方向和单位长度.因为点B向右移动5个单位长度后到达点C,故点B表示的数为 $1-5=-4$,而点A向左移动2个单位长度到达点B,故点A表示的数为 $-4+2=-2$.

【答案】 D

【总结提示】 主要考查数轴上的点与有理数的关系及利用数形结合思想解决问题的能力.

05 相反数

(1)相反数的代数定义:

只有符号不同的两个数,我们说其中一个数是另一个数的相反数,也称这两个数互为相反数,特别的是,0的相反数是0.

如:-3和3互为相反数, $-\frac{3}{2}$ 和 $\frac{3}{2}$ 互为相反数,-3与 $\frac{3}{2}$ 虽然符号不同,但它们不互为相反数(绝对值不相等).

(2)相反数的几何意义:

在数轴上,互为相反数的两个数对应的点在原点的两侧,并且到原点的距离相等.

如图1-4所示,-2.5与2.5互为相反数,-1与1互为相反数.

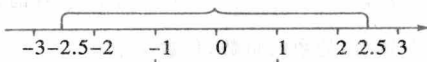


图 1-4

(3)相反数的性质:

①相反数的特性:若 a, b 互为相反数,则 $a+b=0$;反之,若 $a+b=0$,则 a, b 互为相反数;

②相反数是成对出现的,不能单独存在.如-1和+1互为相反数,就是说-1的相反数是+1,+1的相反数是-1,单个的数不能说是相反数;

③正数的相反数是负数,负数的相反数是正数,零的相反数是零.

(4)求相反数的方法与多层符号的化简方法:

①求一个数的相反数,只要在这个数的前面加上“-”即可.若求一个代数式(含和、差形式)的相反数,就是把这个代数式作为一个整体用括号括起来,再在前面加一个“-”,如 $a-b$ 的相反数是 $-(a-b)$,即 $-a+b$;

②判断两个数是不是相反数,除用定义外,还可以看它们的和是否为零;

③多层符号化简的规律是:数一下数字前面有多少个负号,若有偶数个,则结果为正;若有奇数个,则结果为负.

例 4 (2008·南昌中考题) $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 ()

- A. 5 B. $-\frac{1}{5}$ C. -4 D. $\frac{1}{5}$

解析 只有符号不同的两个数才互为相反数, $-\frac{1}{5}$ 的符号为负,故其相反数应为 $+\frac{1}{5}$.

【答案】 D

【总结提示】 解答这类问题的关键是抓住互为相反数的特征“只有符号不同”,所以只要将原数的符号变成相反的符号,即可求出其相反数.

06 倒数

(1)倒数的定义:

乘积为1的两个实数互为倒数,一般地 $a \cdot \frac{1}{a} = 1(a \neq 0)$, 即当 a 是不等于0的有理数时, a 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

(2)倒数的性质:

① ± 1 的倒数分别是它们本身;

② 一个正数的倒数仍是正数, 一个负数的倒数仍是负数, 0 没有倒数;

③ 若 a, b 互为倒数 ($a \neq 0, b \neq 0$), 则 $ab=1$; 反之, 若 $ab=1$, 则 a, b 互为倒数.

(3)倒数的求法:

求一个非零整数的倒数, 直接可写成这个数分之一; 求一个分数的倒数, 只要将分子、分母颠倒即可; 求一个带分数的倒数, 应先将带分数化成假分数, 再求倒数; 求一个小数的倒数, 应先将小数化成分数, 然后再求倒数.

例 5 (2008·重庆中考题) 2 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\pm \frac{1}{2}$ D. 2

解析 由倒数的定义, 2 的倒数为 $\frac{1}{2}$.

答案 A

07 绝对值

(1)绝对值的意义:

① 定义: 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离, 数 a 的绝对值记作 $|a|$, 读作 a 的绝对值;

② 绝对值的几何意义: 一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离, 离原点的距离越远, 绝对值越大, 离原点越近, 绝对值越小;

③ 绝对值的代数意义: 正数的绝对值是它本身, 负数的绝对值是它的相反数, 0 的绝对值是 0, 即:

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0, \\ 0, & a = 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

(2)绝对值的性质:

① 数 a 的绝对值是一个非负数, 0 是绝对值最小的数;

② 绝对值为正数的数有两个, 它们互为相反数;

③ 两个互为相反数的数绝对值相等. 反之, 绝对值相等的两个数相等或互为相反数.

(3)绝对值的求法:

绝对值是一种运算, 求一个数的绝对值就是想方设法去绝对值符号. 求一个数的绝对值, 必须遵

循“先判定, 再去绝对值符号”的法则. 若绝对值里的数是非负数, 那么这个数的绝对值就是它本身, 若绝对值里面的数是负数, 那么这个数的绝对值就是它的相反数, 但是当绝对值里面的数的正负性不能确定时, 要分类讨论, 即将此分成大于 0、小于 0、等于 0 这三类来讨论, 如:

$$|x-3| = \begin{cases} x-3, & x > 3, \\ 0, & x = 3, \\ 3-x, & x < 3. \end{cases}$$

例 6 (2008·芜湖中考题) -3 的绝对值是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

解析 由绝对值定义, $|-3|=3$.

答案 A

例 7 (潜江中考题) 已知 $|a+b|+|a-b|-2b=0$, 在数轴上给出关于 a, b 的四种位置关系如图 1-5 所示, 则可能成立的有 ()



图 1-5

- A. 1 种 B. 2 种
C. 3 种 D. 4 种

解析 解这类题应注意先观察点在数轴上的位置, 根据位置决定数的大、小、正、负. 如图 1-5(1), $a+b>0, a-b<0$, 则 $|a+b|+|a-b|-2b=a+b-a+b-2b=0$;

如图 1-5(2), $a+b>0, a-b>0$, 则 $|a+b|+|a-b|-2b=a+b+a-b-2b=2a-2b \neq 0$;

如图 1-5(3), $a+b>0, a-b<0$, 则 $|a+b|+|a-b|-2b=a+b-a+b-2b=0$.

如图 1-5(4), $a+b>0, a-b>0$, 则 $|a+b|+|a-b|-2b=a+b+a-b-2b=2a-2b \neq 0$.

答案 B

总结提示 解绝对值之类的题目, 请记住: 讨论绝对值里面的式子的正、负性非常重要.

08 科学记数法

科学记数法的定义:

把一个数记作 $a \times 10^n$ 的形式 (其中 $1 \leq |a| < 10, n$ 为整数) 叫做科学记数法.

注意! a. 当要表示的数的绝对值大于 1 时, 用科学记数法写成 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10, n$ 为正整数, 其值等于原数中整数部分的位数减去 1, 如 $1\ 315 = 1.315 \times 10^3$.

b. 当要表示的数的绝对值小于 1 时, 用科学记数法写成 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10, n$ 为负整数, 其值等于原数中