中国科学院

上海天文台年刊

Annals of Shanghai Observatory Academia Sinica

8

1986

中国科学院上海天文台年刊编辑委员会编辑 · 上海科学技术出版社

中 国 科 学 院

上 海 天 文 台 年 刊

Annals of Shanghai Observatory Academia Sinica

第 8 期

No. 8

1 9 8 6

中国科学院上海天文台年刊编辑委员会编辑
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出 版

中国科学院上海天文台年刊

1986年，总第8期

上海科学技术出版社出版

（上海瑞金二路450号）

新华书店上海发行所发行

中国科学院上海分院印刷所印刷

开本 787×1092 1/16　印张 15.25　字数 390 千字

1987 年 8 月第 1 版　1987 年 8 月第 1 次印刷

印数 1—750

统一书号：13119.1452　定价：3.60 元

上 海 天 文 台 年 刊

第 8 期

目　　录

利用近地激光卫星 BE-C 的 SLR 资料测定测站地心座标和站间弦长的试验
……朱文耀　程宗颐　滕展明(1)
沈括的圆法、妥法初探……郭盛炽(9)
恒星三角视差归算中星象计权法的再研究……王家骥　姜佩芳　陈　进(16)
VLBI 钟性能模型的最佳识别……郑大伟　罗时芳　J. R. Mackay(25)
湿度变化对原子钟长期性能影响的分析……胡锦伦　张菊珍(32)
多种技术测定地球自转参数综合解的简化法……朱圣源　赵　铭(44)
关于地极的 30 年天平动……赵　铭　董大南　陈幼芬(49)
关于地球自转参数观测方程的讨论……何向群(57)
金牛座 α 星的角直径……钱伯辰(65)
大气光学面倾斜和反常折射及其对时纬观测的影响……沈文富(71)
Kerr-Newman-Kasuya 时空中的中微子波……沈有根(83)
上海天文台 ZAT、ZPA、ZA 三架仪器测时结果的季节性变化
……钱昌夏　金文敬(89)
地球自转不规则变化的分析……顾震年(99)

*　*　*　*　*　*　*　*

φ 60 厘米人卫激光测距仪的观测报告
……谭德同　肖炽焜　杨福民　陈婉珍　陆文虎　李振宇(105)
第二代人卫激光测距仪的光学系统设计……于尔慧　沈洪均(114)
φ 60 厘米卫星激光测距仪的计算机接口……陈忠德　林棋椿　傅　冰(121)
一个结构分析的通用程序——GSS 1……龚守身　刘维燕(126)
Giacobini-Zinner 彗星的定位观测及结果分析
……赵君亮　田凯平　严豪健　朱国良　程宗颐(131)
关于 φ 1.56 米望远镜观测室的一些问题讨论……孙承禄(136)
1984—1985 年中国的世界时工作……地球自转参数与地面参考系课题组(142)
1980—1985 年中国世界时系统 UT 1-UTC 的新序列
……廖德春　陆菊英　黄惠玉　张　曜　许瑾丽(152)

L-C 主台信号接收的情况与分析……………………………………黄佩诚　张菊珍(167)
搬钟实现时间同步的精度估计………张玉珍　马德康　金文敬　赵　刚　黄佩诚(172)
氢脉泽——H6的设计和应用……………………………………………………黄亨祥(177)
铯束频标低Q腔的设计………………………………………………………………彭纪兴(183)
铯束频标中C场装置长度对其均匀性影响的研究……………………………………王关忠(190)
上海天文台 VLBI MK-Ⅱ互相关后数据处理的实现……………………………………梁海启(195)
VLBI 成图方法概要　I．流量校正和模型拟合法……………………………………张福俊(202)
VLBI 成图方法概要　II．混杂成图法……………………………………………………张福俊(212)
红外I型球载望远镜的改进………………………………………吴钟奇　李海澎　沈玲娣(221)
小行星精确照相定位观测……………………………………………………王秀美　朱国良(230)

*　　*　　*　　*　　*　　*

哈雷彗星掩星光电观测………………………王如友　钱伯辰　朱国良　范庆元　李晓勇(235)
上海天文台光电等高仪的新Z项……………………………………………张　曜　陆菊英(237)

ANNALS OF SHANGHAI OBSERVATORY

NO. 8

CONTENTS

The Experiment of Determining Geocentric Coordinates of the Stations and the Baseling Length between the Stations using the SLR data of the Satellite BE-C .... *Zhu Wenyao, Cheng Zongyi and Teng Zhanming* (1)

The Tentative Exploration of Shen Kuo's Circle Method and Proper Method .... *Guo Shengchi* (9)

A Further Investigation of Weighting Methods for Star Images in Reduction of Trigonometric Parallaies of Stars .... *Wang Jiaji, Jiang Peifang and Chen Jin* (16)

An Optimal Identification of Clock Behaviour Model for VLBI .... *Zheng Dawei, Luo Shifang and J. R. Mackay* (25)

An Analysis of the Effect of the Change in the Humidity on the Long Term Charactor for the Atomic Clocks .... *Hu Jinlun and Zhang Juzhen* (32)

A Simplified Algorithm for the Joint Solution of Multi-Techniques of ERP .... *Zhu Shengyuan and Zhao Ming* (44)

On the 30-years Libration of the Polar Motion .... *Zhao Ming, Dong Danan and Chen Youfen* (49)

On Discussion of Observational Equations for the Earth Rotation Parameter Solution .... *He Xiangquen* (57)

The Angular Diameter of α Taurus .... *Qian Bochen* (65)

Inclination of Optical Surfaces of the Earth's Atmosphere, Anomalous Refraction and their Influence on Time-Latitude Observations .... *Shen Wenfu* (71)

Newtrino Waves in Kerr-Newman-Kasuya Space-Time .... *Shen Yougen* (83)

Seasonal Variations of Time Determination of ZAT, ZPA, and ZA at Shanghai Observatory .... *Qian Changxia and Jin Wenjing* (89)

Analyses of Irregular Variation of the Earth's Rotation .... *Gu Zhennian* (99)

*　　*　　*　　*　　*

Early Observations of the Satellite Laser Ranging System with φ 60 cm Telescope .... *Tan Detong, Siao Zhikun, Yang Fumin, Chen Wanzhen, Lu Wenhu, and Li Zhenyu* (105)

The Design of the Optical System of the Second-Generation Satellite Laser Ranging System .... *Yu Erhui and Shen Hongjun* (114)

The Computer Interface Circuits of the ϕ 60 cm Satellite Laser Ranging System
……*Chen Zhongde, Lin Qichun and Fu Bing* (121)
A General Computer Program for Structural Analysis–GSS 1
……*Gong Shoushen and Liu Weiyan* (126)
Observations for Positions of Giacobini–Zinner's Comet and the Analysis of Results……*Zhao Junliang, Tian Kaiping, Yan Haojian, Zhu Guoliang and Cheng Zongyi* (131)
The Discussion of Some Problems about the ϕ 1.56 m–Telescope Observing Room
……*Sun Chenglu* (136)
The Work on Universal Time of Chinese Joint System in 1984–1985
……*G. ERP & TRS* (142)
New Series of UT 1–UTC in Chinese Joint System and Changes of Rate of Earth Rotation during 1980–1985
……*Liao Dechun, Lu Juying, Huang Huiyu, Zhang Yao and Xu Jinli* (152)
The Receiving Condition and Analysis of Signals obtained from LORAN–C main Station……*Huang Peicheng and Zhang Juzhen* (167)
Estimation of Accuracy of Time Synchronization obtained by means of Clock Transportation……*Zhang Yuzhen, Ma Dekang, Jin Wenjing, Zhao Gang and Huang Peicheng* (172)
Design and Applications of the Hydrogen Maser H_8
……*Huang Hengxiang* (177)
Design of U type Microwave Cavity with Lower Load Q_l in Cesium Beam Frequency Standard……*Peng Jixing* (183)
Research on the Effect of the Length of C Field Structure in the Cesium Beam Frequency Standard on Its Uniformity……*Wang Guanzhong* (190)
The Installation of VLBI Post–Correlation Program……*Liang Haiqi* (195)
The Outline of VLBI Imaging Methods I. Calibration of Flux and Model Fitting……*Zhang Fujun* (202)
The Outline of VLBI Imaging Methods II. Hybrid Mapping
……*Zhang Fujun* (212)
The Improvement on the First Type of Infrared Balloon Borne Telescope
……*Wu Zhongqi, Li Haipeng and Shen Lingdi* (221)
Accurate Photographic Positioning Observations of the Minor Planets
……*Wang Xiumei and Zhu Guoliang* (230)

*　　*　　*　　*　　*

An Occultation of the Star AGK 3 + 4°3142 by the Tail Halley's Comet
……*Wang Luyou, Qian Bochen, Zhu Guoliang, Fan Qingyuan and Li Xiaoyong* (235)
The New Z – term of the Photoelectric Astrolabe at Shanghai Observatory
……*Zhang Yao and Lu Juying* (237)

中国科学院上海天文台年刊
1986年 总第8期 ANNALS OF SHANGHAI OBSERVATORY ACADEMIA SINICA No 8, 1986

利用近地激光卫星BE-C的SLR资料测定测站地心座标和站间弦长的试验*

朱文耀 程宗颐 滕展明

提 要

本文利用国内部分人卫激光站和国外7907激光站的BE-C卫星的激光测距资料进行了卫星精密定轨，测定国内站的地心座标及站间弦长的试验。主要内容包括BE-C激光卫星精密星历表的计算，激光卫星动力测地的归算方法和计算的流程；试测的情况和结果的分析等。

一、卫星精密星历表的计算

为计算方便，本方案采用轨道座标系为基本座标系，并采用 a, i, $\Omega, \xi=e\sin\omega, \eta=e\cos\omega$, $\lambda=M+\omega$ 为六个轨道根数，相应的摄动运动方程为：

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{da}{dt} &= \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}}[Se\sin f+T(1+e\cos f)],\\
\frac{di}{dt} &= \frac{r\cos u}{na^2\sqrt{1-e^2}}W+\frac{\partial i}{\partial t},\\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{r\sin u}{na^2\sqrt{1-e^2}\,\sin i}W+\frac{\partial\Omega}{\partial t},\\
\frac{d\xi}{dt} &= -\eta\cos i\,\frac{d\Omega}{dt}+\frac{\sqrt{1-e^2}}{n\,a}\left[-S\cos u+T\left(\sin u+\sin\tilde{u}-\frac{e\eta\sin E}{\sqrt{1-e^2}(1+\sqrt{1-e^2})}\right)\right]\\
&\quad+\eta\left(\frac{\partial\omega}{\partial t}+\cos i\,\frac{\partial\Omega}{\partial t}\right),\\
\frac{d\eta}{dt} &= \xi\cos i\,\frac{d\Omega}{dt}+\frac{\sqrt{1-e^2}}{n\,a}\left[S\sin u+T\left(\cos u+\cos\tilde{u}-\frac{e\xi\sin E}{\sqrt{1-e^2}(1+\sqrt{1-e^2})}\right)\right]\\
&\quad-\xi\left(\frac{\partial\omega}{\partial t}+\cos i\,\frac{\partial\Omega}{\partial t}\right),\\
\frac{d\lambda}{dt} &= n-\cos i\,\frac{d\Omega}{dt}-\frac{2r}{na^2}S+\frac{e\sqrt{1-e^2}}{na^2(1+\sqrt{1-e^2})}\left[-S\cos f+T\sin f\left(1+\frac{r}{p}\right)\right]\\
&\quad+\left(\frac{\partial\omega}{\partial t}+\cos i\,\frac{\partial\Omega}{\partial t}\right)
\end{aligned}\right\}\qquad(1)
$$

* 1986年3月26日收到。

其中 S, T, W 为卫星在径向、横向、轨道面法向的摄动力三分量；$\partial i/\partial t$, $\partial\Omega/\partial t$, $\partial\omega/\partial t$ 是由于轨道座标系为非惯性系所引起的附加摄动；n 为平均运动；$p=a(1-e^2)$, $u=f+\omega$, $\tilde{u}=E+\omega$, $r=a(1-e\cos E)$。

本方案所考虑的摄动因素有地球形状，大气阻力，太阳光压，日月摄动和固体潮，座标系附加摄动等。其中地球形状摄动采用国际公认较好的 GEM-10 B 地球引力场模型；大气阻力采用国际标准大气 CIRA 1972 大气模式。有关各摄动因素的详细表述式可参阅文献[1]。

卫星的摄动计算采用后向改正的线性多步法。适用于轨道根数为一阶微分方程的 k 阶 m 次后向改正的计算公式为[2]：

$$X_{n+1}=X_{n-m}+h\sum_{j=0}^{k}A_j^m(o)f_{n-j} \qquad \text{(预报公式)} \tag{2}$$

$$X_{n+2-l}=X_{n-m}+h\sum_{j=0}^{k}A_j^m(l)f_{n-j+1} \qquad \text{(改正公式)}$$

$$(l=1,\ 2,\ \cdots,\ m+1) \tag{3}$$

系数 $A_j^m(o)$，和 $A_j^m(l)$ 的计算公式如下：

$$\left.\begin{aligned} A_j^m(o)&=(-1)^j\sum_{i=k}^{j}C_i^j\varphi_i^m \\ A_j^m(l)&=(-1)^j\sum_{i=k}^{j}C_i^j\Phi_i^m(l) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

其中 C_i^j 等为组合系数，当 $j>i$ 时有 $C_i^j=0$。φ_i^m, $\Phi_i^m(l)$ 的计算公式为：

$$\left.\begin{aligned} \varphi_i^m&=\sum_{j=0}^{i}m_{m-j}[1-(-1)^{j+1}C_m^{j+1}] \\ \Phi_i^m(l)&=\sum_{j=0}^{m\,i\,n(i,m)}(-1)^{j+1}(C_{l-1}^{j+1}-C_{m+1}^{j+1})m_{i-j} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

而系数 m_i 可用递推公式计算：

$$m_o=1, \qquad m_i=-\sum_{k=2}^{i+1}\frac{m_{i+1-k}}{k} \tag{6}$$

根据我们的实算经验，一般取 $k=12$, 14; $m=2$ 为好。为了节省计算工作量，在回代中我们采用了右函数部分回代的算法，即右函数 f 的二阶摄动不再重新回代计算。

二、激光卫星动力测地的归算方法

1. 观测方程的建立

根据卫星动力测地的要求，须同时估计卫星的轨道和 n 个测站的座标。同时考虑到大气阻力因素的影响，须加上一个大气阻力改正因子 k_D，故整个问题待估的状态向量 $\vec{X}$ 含有 $3n+7$ 个元素，其中 n 为参加联测的测站数。

$$\vec{X}^T=[\vec{\sigma}^T \vdots K_D \vdots \vec{R}_S^T]=[X_1,\ \cdots X_6,\ X_7,\ X_8,\ \cdots,\ X_{3n+7}] \tag{7}$$

其中 $\vec{\sigma}$ 为卫星六个轨道根数；$\vec{R}_S$ 为测站的座标，考虑到 SLR 资料动力测地解算经度零点的困难，本方案取 L_s, $(R\cos\varphi')s$, $(R\sin\varphi')s$ 作为测站在地固座标系中的三个座标分量。$s=1,2,\cdots,n$。

状态向量 $\vec{X}$ 的运动方程为：

$$\frac{d\vec{X}}{dt}\vec{F}=(\vec{X},\ t) \tag{8}$$

其中 $\vec{F}^T(\vec{X},t)=[\vec{\sigma}^T : \vec{O}^T]$，$\vec{\sigma}^T$ 即为六个根数摄动运动方程的右函数；$\vec{O}$ 为 $3n+1$ 个零元素所组成的零向量。

利用激光测距资料在 t_k 时的观测方程经过线性化处理后可表为：

$$\rho_{ok}-\rho_{ck}=\widetilde{H}_k\Delta\vec{X}_k+\varepsilon_k \tag{9}$$

其中：（1）ρ_{ok} 为 t_k 时的斜距观测值；

（2）ρ_{ck} 为 t_k 时斜距的计算值，计算公式如下：

$$\rho_{ck}^2=[(x-X)^2+(y-Y)^2+(z-Z)^2]k \tag{10}$$

卫星的座标$(x,\ y,\ z)$的计算公式如下：

$$\begin{pmatrix} X \\ y \\ Z \end{pmatrix}=R(z,\ -\Omega)R(x,\ -i)R(z,\ -\omega)\begin{pmatrix} a(\cos E-e) \\ a\sqrt{1-e^2}\sin E \\ 0 \end{pmatrix} \tag{11}$$

测站直角座标$(X,\ Y,\ Z)$的计算公式为：

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}=R(z,\ -s_o)R(x,\ \nu)R(y,\ \mu)\begin{pmatrix} R\cos\varphi'\cos L \\ R\cos\varphi'\sin L \\ R\sin\varphi' \end{pmatrix} \tag{12}$$

S_o 为格林尼治准恒星时，计算公式如下：

$$S_o=99^\circ\!.0899274+0^\circ\!.9856122863(MJD-33281)+360^\circ\!.9856122863(t+\Delta UT_1) \tag{13}$$

其中：$MJD=JD-2400000.5$，ΔUT_1 和 $(\mu,\ \nu)$为 UT_1 的改正量和极座标，取自 BIH 公报。

（3）

$$\widetilde{H}_k=\left[\frac{\partial\rho}{\partial\vec{X}}\right]k \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial\rho}{\partial x_1}&=\frac{\partial\rho}{\partial a}=\frac{1}{a\rho}[x(x-X)+y(y-Y)+z(z-Z)]\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_2}&=\frac{\partial\rho}{\partial i}=\frac{1}{\rho}[(xZ-zX)\sin\Omega+(zY-yZ)\cos\Omega\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_3}&=\frac{\partial\rho}{\partial\Omega}=\frac{1}{\rho}[yX-xY]\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_4}&=\frac{\partial\rho}{\partial\xi}=\frac{1}{\rho}\{A[(x-X)x+(y-Y)y+(z-Z)z\}+B\{(x-X)\dot{x}+(y-Y)\dot{y}+(z-Z)\dot{z}]\}\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_5}&=\frac{\partial\rho}{\partial\eta}=\frac{1}{\rho}\{C[(x-X)x+(y-Y)y+(z-Z)z]+D\{(x-X)\dot{x}+(y-Y)\dot{y}+(z-Z)\dot{z}]\}\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_6}&=\frac{\partial\rho}{\partial\lambda}=\frac{1}{n\rho}[(x-X)\dot{x}+(y-Y)\dot{y}+(z-Z)\dot{z}]\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_7}&=\frac{\partial\rho}{\partial k_D}=0\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_8}&=\frac{\partial\rho}{\partial L}=\frac{1}{\rho}(xY-yX)\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_9}&=\frac{\partial\rho}{\partial(R\cos\varphi')}=-\frac{1}{\rho}[(x-X)\cos S+(y-Y)\sin S]\\
\frac{\partial\rho}{\partial x_{10}}&=\frac{\partial\rho}{\partial(R\sin\varphi')}=-\frac{1}{\rho}(z-Z)\\
&\vdots
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

对于没有观测的测站的相应的偏导数为零。

其中：

$$A=H\sin\omega+I\cos\omega,\qquad B=K\sin\omega+J\cos\omega,$$
$$C=H\cos\omega-I\sin\omega,\qquad D=K\cos\omega-J\sin\omega,$$

而 $$H=-\frac{e}{p}(\cos E+e),\quad K=\frac{p+r}{np}\sin E,\quad I=-\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\sin E,$$

$$J=\frac{1}{n\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{p}{1+\sqrt{1-e^2}}-2\cos E+\rho\cos^2E\right)$$

S为地方恒星时。卫星的速度$(\dot x,\ \dot y,\ \dot z)$的计算公式如下：

$$\begin{pmatrix}\dot x\\ \dot y\\ \dot z\end{pmatrix}=R(z,\ -\Omega)R(x,\ -i)R(z,\ \omega)\begin{pmatrix}-\dfrac{na^2}{r}\sin E\\ \dfrac{na^2}{r}\sqrt{1-e^2}\ \cos E\\ 0\end{pmatrix}\tag{16}$$

(4) ε_k为观测误差，假定它为具有零均值的随机量，则有：

$$E[\varepsilon_k]=0,\ E[\varepsilon_k\varepsilon_j]=R_k\delta_{kj},\ \delta_{kj}=\begin{cases}0 & k\neq j,\\ 1 & k=j。\end{cases}\tag{17}$$

2. 对初始状态的观测方程及方程的解

对状态向量$\vec X$的运动方程(8)可根据初始状态$\vec X(to)=\vec X_o$进行数值积分。设其数值积分的形式解为：

$$\vec X(t)=\vec X_o+\int_{to}^{t}\vec F(\vec X,\ t)dt=\vec Q(\vec X_o,\ t_o,\ t)\tag{18}$$

在通常的卫星动力测地问题中，初始状态$\vec X_o$并不是精确巳知的，仅是知道其近似值$\vec X_o^*$，如果$\vec X_o$与$\vec X_o^*$充分接近则(18)式可按泰勒级数展开为：

$$\vec X(t)=\vec Q(\vec X_o^*,\ t_o,\ t)+\frac{\partial\vec Q(\vec X_o,t_o,t)}{\partial\vec X_o}\bigg|_{\vec X_o^*}(\vec X_o-\vec X_o^*)+\cdots\tag{19}$$

由此可得：

$$\vec X(t)-\vec X^*(t)=\frac{\partial\vec Q(\vec X_o,t_o,t)}{\partial\vec X_o}\bigg|_{\vec X_o^*}(\vec X_o-\vec X_o^*)$$

令 $\Phi(t,t_0)=\dfrac{\partial\vec Q}{\partial\vec X_0}\bigg|_{\vec X_0^*}$，$\vec x(t)=\vec X(t)-\vec X^*(t)$则得：

$$\vec x(t)=\Phi(t,\ t_o\ )\vec x_o\tag{20}$$

上式即为状态向量偏差估计的转移方程，$\Phi(t,\ t_o)$即为状态向量转移矩阵。由此可将观测方程(9)化为对初始状态$\vec X_o$的观测方程：

$$y_k=\rho_{ok}-\rho_{ck}=\widetilde H_k\Phi(t_k,\ t_o)\vec x_o+\varepsilon_k\tag{21}$$

令 $H_k=\widetilde H_k\Phi(t_k,\ t_o)$，去掉下标可将观测方程统一写为：

$$y=H\vec x_o+\varepsilon\tag{22}$$

根据最小方差估计理论，$\vec x_o$的线性无偏最小方差估计为[3]：

$$\hat{\vec x}_o=(H^TR^{-1}H+\bar P_0^{-1})^{-1}(H^TR^{-1}y)\tag{23}$$

其相应的协方差为：

$$P_0=(H^TR^{-1}H+\bar{P}_0^{-1})^{-1} \tag{24}$$

其中 P_0 为 $\vec{X}_0$ 的先验协方差阵(它可以基于先验的初始条件 $\vec{X}_0^*$ 的估计)。

3．状态转移矩阵 $\Phi(t,\ t_0)$的求法。

对状态转移矩阵 $\Phi(t,\ t_0)$中的各元素，为了避免惯用求法中繁琐的偏导数，本方案采用如下的求法

$$\Phi(t,\ t_0)=\frac{\partial\vec{Q}(\vec{X}_0,t_0,t)}{\partial\vec{X}_0}\Big|_{\vec{X}_0^*}=\lim_{\Delta\vec{X}_0\to0}\frac{\vec{Q}(\vec{X}_0^*+\Delta\vec{X}_0,t_0,t)-\vec{Q}(\vec{X}_0^*,t_0,t)}{\Delta\vec{X}_0} \tag{25}$$

给予初始值 $\vec{X}_0^*$ 以微小的偏差 $\Delta\vec{X}_0$，分别以新的初始值 $\vec{X}_0^*+\Delta\vec{X}_0$，用计算(18)式同样的数值方法计算程序，分别算出新的 $\vec{Q}(\vec{X}_0^*+\Delta\vec{X}_0,\ t_0,\ t)$，然后由(25)或以差商代替求导就可求得状态转换矩阵的各元素。

计算 Φ 矩阵占据了卫星测地的很大的工作量。在文献[4]我们定性地并通过大量计算实例定量地分析了简化 Φ 矩阵计算的合理性。根据目前的观测精度，定轨精度和计算精度，在计算 Φ 矩阵时完全可不考虑卫星摄动运动方程中高阶摄动的影响，仅考虑 J_2 项已足够满足目前卫星测定的精度要求。在卫星一次通过的时间间隔内(如 10 多分钟)计算 Φ 矩阵时仅考虑二体问题就行了，这时状态转移矩阵可简化为：

$$\Phi(t,\ t_0)=\left(\begin{array}{cccccc:cc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & [0]_{1,3n} \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & [0]_{1,3n} \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & [0]_{1,3n} \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & [0]_{1,3n} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & [0]_{1,3n} \\
-\frac{3n}{2a}(t-t_0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & [0]_{1,3n} \\
\hdashline
[0] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & [0]_{1,3n} \\
[0]_{3n,1} & [0]_{3n,1} & [0]_{3n,1} & [0]_{3n,1} & [0]_{3n,1} & [0]_{3n,1} & [0]_{3n,1} & [1]_{3n,3n}
\end{array}\right) \tag{26}$$

三、解 算 流 程

给定 t_0，$\vec{X}_0=\vec{X}_0^*$ 和 $\bar{P}_0$。

(1) 置 $\vec{X}_{k-1,0}=\vec{X}_0, t_{k-1,0}=t_0$，$\Phi(t_{k-1,0},\ t_0)=I$，

$M=0\quad L=0$

其中 $k=1,\ 2,\ \cdots,\ l$ 表示解算弧段内卫星的通过数，第二个下标 0 表示该次通过中间时刻相应的量。

(2) 从 $t_{k-1,0}$ 到 $t_{k,0}$ 积分状态向量，并计算状态转移矩阵 $\Phi(t_{k,0},\ t_0)$。

由　$\dot{\vec{X}}=F(\vec{X},t)$，$\vec{X}(t_{k-1,0})=\vec{X}_{k-1,0}$ 数值积分得 $\vec{X}_{k,0}$，并根据(25)式计算 $\Phi(t_{k,0},t_{k-1,0})$，则

$$\Phi(t_{k,0},\ t_0)=\Phi(t_{k,0},\ t_{k-1,0})\Phi(t_{k-1,0},\ t_0)$$

(3) 读入第 k 次卫星通过的观测量($\vec{t}_k$，$\bar{\rho}_k$)和相应的观测方差矩阵 R_k；

$$\vec{t}_k=\begin{pmatrix} t_k^{(1)} \\ t_k^{(2)} \\ \vdots \\ t_k^{(km)} \end{pmatrix},\quad \vec{\rho}_k=\begin{pmatrix} \rho_k^{(1)} \\ \rho_k^{(2)} \\ \vdots \\ \rho_k^{(km)} \end{pmatrix},\quad R_k=\begin{pmatrix} R_k^{(1)} & & \\ & R_k^{(2)} & 0 \\ 0 & & \ddots \\ & & & R_k^{(km)} \end{pmatrix}$$

其中 k_m 为第 k 次卫星通过的观测资料数。

(4) 采用契比雪夫求积法从 $t_{k,0}$ 积分到 $t_k^{(i)}(i=1,\ 2,\ \cdots k_m)$ 求出状态向量 $\vec{X}(t_k^{(i)})$。

由 $\dot{\bar{X}}=F(\bar{X},\ t)$，$\bar{X}(t_{k,0})=\bar{X}_{k,0}$，积分得 $\bar{X}(t_k^{(i)})$

计算：$\vec{y}_k=\vec{\rho}_k-\vec{\rho}_{ko}(\bar{X}_k,\ \vec{t}_k)=(y_k^{(1)},\ y_k^{(2)}\cdots\cdots y_k^{(km)})^T$

其中：$y_k^{(i)}=\rho_k^{(i)}=\rho_{ko}^{(i)}(\bar{X}_k^{(i)},\ t_k^{(i)})$

计算：

$$H_k^{(i)}=\tilde{H}_k^{(i)}\Phi(t_k^{(i)},\ t_0)=\tilde{H}_k^{(i)}\Phi(t_k^{(i)},\ t_{k,0})\Phi(t_{k,0},\ t_0)$$

其中 $\Phi(t_k^{(i)},\ t_{k,0})$ 可由(26)式计算

(5) 计算

$$L=L+H_k^TR_k^{-1}H_k=L+\sum_{i=1}^{k_m}H_k^{(i)T}R_k^{(i)-1}H_k^{(i)},$$

$$M=M+H_k^TR_k^{-1}y_k=M+\sum_{i=1}^{k_m}H_k^{(i)T}R_k^{(i)-1}y_k^{(i)}。$$

(6) 以 $k+1$ 代替 k 并回到(2)计算下一次卫星通过，直至所有的通过计算完毕。

(7) 计算 $\hat{X}_0=\bar{X}_0+L^{-1}M$，由此求得初始状态向量 $\vec{X}_0$ 的最优估计 $\hat{X}_0$ 及相应的协方差 $P_0=L^{-1}$。

为了减少线性化的误差，可进行迭代计算。这时令 $\hat{X}_0=\bar{X}_0$ 回到(1)重新进行(1)—(7)的计算。其中状态转移矩阵不必重新计算，可采用第一次计算中相应的量。

四、试测的结果

1981—1982 年间国内人卫激光网对近地激光卫星进行了观测。但由于资料分布较差，每次观测到的卫星通过的弧段又很短，资料零星，很难得到理想的卫星动力测地解算弧段。后收集到国外激光站 7907 在 1982 年对 BE-C 卫星的一些激光测距资料，并与国内西安，郑州激光站的观测资料组成一个动力测地弧段进行了试测，这弧段的资料分布情况由表(1)列出。

基于国外 7907 站在这个弧段内观测到的卫星通过次数多，每次通过的观测资料密，复盖弧段长。该站的站座标已经定得相当准确(好于 20 厘米)，故在整个解算中固定了该站的站座标，并采用了如下的解算过程：

(1) 首先用 7907 站的观测资料进行轨道改进，定出该弧段内卫星的精密星历表。定轨的内符精度好于 1 米。

(2) 利用上面定出的精密星历表和西安、郑州两站的观测资料定出该两站的地心座标初值。

(3) 利用 7907，西安，郑州三站的观测资料同时定轨和测定西安、郑州两站的地心座标和弦长，基线长度如下：

7907——西安	7907——郑州	西安——郑州
12600028.6 米	12580482.3 米	428921.0 米

以上解算的站座标和基线的中误差均好于 1 米。

(4) 为了检验解算的外符精度，将上述的解算弧段分成二个子弧段，第一个弧段从 6 月 22 日 0^h34^m 到 6 月 23 日 1^h46^m，第二个弧段从 6 月 23 日 14^h29^m 到 6 月 24 日 1^h02^m。用这二个弧段的资料分别进行定轨测定站座标和弦长的计算，(西安、郑州两站座标的初值用(3)的结果)，其结果如下：

对第一个弧段基线长度：

7907——西安	7907——郑州	西安——郑州
12600029.6 米	12580485.0 米	428920.5 米

第二个弧段基线长度：

7907——西安	7907——郑州	西安——郑州
12600028.9 米	12580481.2 米	428921.8 米

以上解算的站座标和基线的中误差均好于 1 米。

试算结果的分析和讨论：

1. 我们曾作过仅利用国内的激光资料独立地进行精密定轨和测定地心座标的试算。由于资料稀疏、零星，不成解算弧段，解算的结果是发散的。为了利用这些零星的资料，引进国外的资料进行联合解算看来是必要的。由于在解算中固定了国外 7907 站的地心座标，解算的收敛性能良好，解得的西安、郑州两站的地心座标是从属于 7907 站的 CSR 84 座标系的。

表 1　采用的资料情况

Table 1　The adopted data

日期	时间	郑州		西安		7907	
		资料数	弧段长	资料数	弧段长	资料数	弧段长
1982 年 6 月 22 日	0^h 34^m					11	$0^m.7$
	2 26					66	6.0
	16 22					55	6.6
	17 12	17	$0^m.9$	37	$1^m.43$		
	19 03	39	4.1	20	1.02		
	23 52					84	6.3
6 月 23 日	1 46					73	8.3
	14 29					52	7.4
	16 22					25	6.7
	18 21	37	2.8	113	3.8		
	20 15			133	4.0		
	23 13					69	7.0
6 月 24 日	1 02					66	6.0

2. 从解算的结果看，三个弧段解得的站座标和基线长度的最大较差不超过5米，西安——郑州的基线长度的最大较差约1.3米。考虑到解算中仅用了二天弧段的有限资料，其结果还是较理想的。总弧段的解算结果介于两分弧段的解之间是合理的，这说明在卫星动力测地中适当地采用长弧段是有好处的。从站座标的三个分量看，x，y 分量符合得比较好，而 z 分量存在较大的系统偏差，其原因尚待进一步研究。

3. 从解算后斜距值 O-C 残差的分析，除郑州站6月22日19^{h}那次通过存在系统差外，其它各站各次通过的残差呈随机分布。通过计算分析7907站的观测中误差约20—30厘米，西安，郑州两站约为1米左右，这也符合这三站的实际观测精度。郑州站6月22日那次通过显然存在一个观测时间的系统偏差。故总的看来，测得西安站的地心座标较可靠，郑州站较差些。

美国宇航局(NASA)、西安测绘研究所和郑州军事测绘学院为我们提供了BE-C卫星的激光测距资料，深表感谢。

参 考 文 献

[1] 朱文耀，许华冠，程宗颐，何妙福，天文进展，第3卷，第1期，1983年。
[2] 朱文耀，程宗颐，滕展明，上海天文台年刊，第5期，1983年。
[3] Tapley B. D., Proceedings of NATO Advanced Study Institute in Dynamical Astronomy, pp. 396—425, 1973.
[4] 朱文耀，程宗颐，天文学报，第26卷，第1期，第13—21页，1985年。

THE EXPERIMENT OF DETERMINING GEOCENTRIC COORDINATES OF THE STATIONS AND THE BASELING LENGTH BETWEEN THE STATIONS USING THE SLR DATA OF THE SATELLITE BE-C

Zhu Wenyao　Cheng Zongyi　Teng Zhanming
(Shanghai Observatory, Academia Sinica)

Abstract

A experiment of determining the orbit of the BE-C satellite, the geocentric coordinates of the stations and the baseling length between stations using the SLR data at some chinese stations and 7907 station of Peru has been tested. The main contents contained in this paper are as follow: The calculation of the precise ephemeris of the satellite BE-C, the solving method and process of the satellite geodesy in dynamics, the status of the experiment as well as the analysis of the results obtained by the experiment.

中国科学院上海天文台年刊
1986年 总第8期 ANNALS OF SHANGHAI OBSERVATORY ACADEMIA SINICA No 8, 1986

沈括的圆法、妥法初探*

郭盛炽

提　要

本文对北宋著名的科学家沈括所创立的圆法、妥法进行了初步的探讨。认为它是推算太阳在黄道上位置的一种新颖方法，它将太阳周年视运动的速度看成是常量和变量两部分的叠加，建立了一整套与前人不同的推算方法，取得了良好的效果，从而把推算太阳位置的工作提高到一个新的水平。

一、问题的提出

在北宋著名的科学家沈括晚年所著的《梦溪笔谈》一书的卷七中，明确谈到他在天文历算工作中的两项改进。其中的第一项，我们已在《沈括发现的漏壶迟疾和太阳周年视运动的不均匀性》[1]一文中进行了初步的讨论，这里不再赘述。其第二项改进是他提出了一种以圆法和妥法命名的新颖计算方法。对此，《梦溪笔谈》中是这样介绍的：……二者，日之盈缩，其消长以渐，无一日顿殊之理。历法皆以一日之气短长之中者，播为刻分，累损益，气初日衰，每日消长常同，至交一气则顿易刻衰，故黄道有觚而不圆。纵有强为数以步之者，亦非乘理用算，而多形数相诡。大凡物有定形，形有真数。方圆端斜，定形也，乘除相荡，无所附益，泯然冥会者，真数也。其术可以心得，不可以言喻。黄道环天正圆，圆之为体，循之则其妥至均，不均不能中规衡；绝之则有舒有数，无舒数则不能成妥。以圆法相荡而得衰，则衰无不均；以妥法相荡而得差，则差有疏数。相因以求从，相消以求负，从负相入，会一术以御日行。以言其变，则秒刻之间消长未尝同；以言其齐，则止用一衰，循环无端，始终如贯，不能议其隙。此圆法之微，古之言算者有所未知也。以日衰生日积，及生日衰，终始相求，迭为宾主，顺循之以索日变，衡别之求去极之度。合散无迹，泯如运规。非深知造算之理者，不能与其微也。其详具予奏议，藏在史官，及予所著《熙宁晷漏》四卷之中。"[2]这表明圆法、妥法是用来推算太阳在黄道上的周年视运动情况的。在这里沈括明确指出了历代的编历家推算太阳位置方法的缺陷，阐述了他对太阳周年视运动规律的认识。简略地介绍了圆法、妥法的基本特点和采用它们可以取得的良好效果。根据这些叙述，可以认为沈括的这一改进在我国古代天文历算工作中是独树一帜的，具有一定的重要地位，这为精确推算太阳在黄道上位置的工作开辟了前进的道路。

由于沈括对圆法、妥法的介绍过于简略，对其具体情况未作详细介绍，而谈到其具体情况的《熙宁晷漏》一书早就失传了；除了在《宋史、天文志一》中还保存有《浑仪议》、《浮漏议》、《景表议》三篇奏议的主要内容外沈括所写的奏议都未能留传下来。就是上述三篇奏议中也都没有涉及圆法、妥法的内容。所以，关于圆法、妥法的详细介绍在目前是无法看到了，这就使圆法、妥法成了一个难解之谜，人们对它进行了各种推测。在1975年，杨纪珂同志认为：妥就是椭，沈括的妥

* 1986年3月3日收到。

法是他创立的世界上最早的太阳视运行轨道是一个椭圆的学说[3]。后来，李志超同志却认为，沈括的圆法、妥法"也是一种粗疏的球面三角法"[4]。而早在此以前，中国科学院自然科学史研究所的严敦杰先生就曾先后将沈括的这种计算方法看作是招差术(即内插法)和相减相乘法[4]。以上这些说法均有其独到的见解，但是总的看来尚缺乏能够使人信服的确凿证据，很难说哪一种说法已是最后的结论。可以认为，这个难解之谜至今尚未完全解开，有继续深入研究探索的必要。

二、沈括对太阳周年视运动的认识

沈括在谈到圆法、妥法时首先明确指出，太阳周年视运动速度的变化应该是逐渐的，不可能发生突然的变化("日之盈缩，其消长以渐，无一日顿殊之理")，这与太阳周年视运动的实际情况是完全符合的。他对历代编历家用来推算太阳在黄道上位置的方法的批评也是十分有道理的。我们知道，自从南北朝时北齐的天文学家张子信发现了太阳周年视运动不均匀现象后，一些历法的编算中就开始考虑这一因素对太阳在黄道上的位置的影响，这对精确推算节气、朔望、交食等天文现象发生的时刻是具有重要意义的。然而在沈括以前的编历家大都只是列出了相应于一年中二十四个节气时太阳在黄道上的实际位置与太阳作均匀运动时的位置之间的偏离，据此再利用线性内插的方法求出每天太阳在黄道上的位置，由于太阳周年视运动速度并不是线性变化，在不同的节气进行线性内插所取的内插因子也就互不相同，这确实会出现"至交一气，则顿易刻衰，故黄道有觚而不圆"的情况。这显然是很不合理的。沈括针对这种情况创立的圆法和妥法能做到："以言其变，则秒刻之间消长未尝同"，其求出的太阳周年视运动速度也就相当于是瞬时速度，这是我国古代天文历算工作中最早明确提出的科学概念，表明其认识确实相当深刻。这种相对来说要科学多了的基本认识显然是一个不小的进步。

沈括的圆法、妥法把太阳的周年视运动设想为常量和变量的叠加，这与今天人们研究某些变化的事物通常所采取的方法基本上是类似的。我们知道，太阳周年视运动是地球公转运动的反映。如果以太阳所在位置为极点，它到地球公转轨道上的近日点的方向为极轴建立极坐标系统，用 θ 表示地球的某一位置在这个极坐标系统中的极角，ϖ 表示地球公转运动角速度的平均值，忽略地球公转轨道偏心率 e(0.0167左右)的二次及以上的项，根据行星运动的开普勒第二定律，可以得到地球公转运动的速度：

$$\omega = \varpi(1 + 2e\cos\theta) \tag{1}$$

亦即可将其看作是平均角速度与一变量的叠加。沈括的圆法、妥法将太阳周年视运动看成是常量与变量的叠加与此是类似的。

沈括谈到："以圆法相荡而得衰，则衰无不均"，"以言其齐，则止用一衰，循环无端，始终如贯，不能议其隙"，可见这里的衰就是一个不变的常量。衰字本身就具有依照一定的标准递减的含义[5]，这里可以看作是变化率的意思。在《宋史、律历志八》中所录的明天历中就有这样的用法："求转积度：计四七日月行定分，以日衰加减之，为逐日月行定程……"这里的日衰就是月亮运动速度每天增减的绝对值平均，它显然是一个用来表示变化率的常量，利用它就可以推算每天月亮的视运动量。明天历的编制比沈括所处的时代稍早，沈括所谈及的衰看来也应具类似的含义，只是它是相应于太阳周年视运动的。沈括所说的差肯定是一个变量。差字本身就具有差别、不同、变化量的含义，在我国古代历法中其意义也没有变。例如，在《宋史·律历志一》中介绍应天、乾元、仪天三历中将天体的赤道度数化为黄道度数时就讲到："二至前后各九限，以差为减，二分前