

高等学校教材

电路分析基础

(第二版)

中 册

李瀚荪 编

12-41

高等教育出版社

高等学校教材

电路分析基础

(第二版)

中 册

李瀚荪 编

高等教育出版社

内 容 提 要

本书系《电路分析基础》1978年第一版的修订本，内容基本上符合教育部工科大学教材编审委员会于1980年6月审订的无线电技术专业试用的《电路分析基础教学大纲(草案)》。修订后的教材，又送请电工教材编审委员会电路理论与信号分析编审小组作了审查。

全书共分十六章，分上、中、下三册出版。上册一至六章讨论电阻电路的分析，内容为电阻电路分析的基础、等效电路概念的运用、运用独立电流、电压变量的分析方法、大规模电路分析方法概要、线性网络的几个定理、简单非线性电阻电路的分析。中册七至十一章讨论动态电路的分析。下册十二至十六章讨论正弦稳态分析，内容为阻抗和导纳、正弦稳态功率和三相电路、耦合电感和理想变压器、双口网络、频率响应。下册还有一个附录：均匀传输线。配合正文，有较丰富的例题和习题，每册书末附有部分习题答案。

本书可作为无线电技术、自动控制、电子计算机等电子类专业电路分析课程的教材，也可供有关科技人员参考。

本书责任编辑 王忠民

注意：未经同意，任何单位都不得出版本教材的习题解答

高等学校教材
电路分析基础
(第二版)
中 册
李瀚荪 编

高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
湖北省新华印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 8.5 字数 200,000
1983年10月第2版 1986年2月第3次印刷
印数 80,501—116,550

书号 15010·0537 定价 1.90 元

3.10

目 录

第二部分: 动态电路的分析

第七章 电容元件和电感元件	305
§ 7-1 电容元件.....	306
§ 7-2 电容的伏安关系.....	308
§ 7-3 电容的储能.....	318
§ 7-4 电感元件.....	320
§ 7-5 电感的伏安关系.....	322
§ 7-6 电感的储能——电路的状态.....	325
* § 7-7 非线性电容.....	331
* § 7-8 非线性电感.....	334
§ 7-9 电容器和电感器的模型.....	337
参考书目.....	340
习题七.....	340
第八章 无电源一阶电路和直流一阶电路	347
§ 8-1 零输入响应.....	349
§ 8-2 零状态响应.....	358
§ 8-3 初始状态及输入共同作用下的响应.....	367
§ 8-4 电压、电流初始值的计算.....	378
§ 8-5 三要素法.....	383
§ 8-6 阶跃函数和阶跃响应.....	397
§ 8-7 脉冲序列分析.....	405
参考书目.....	411
习题八.....	411
第九章 无电源二阶电路和直流二阶电路	422
§ 9-1 LC 电路中的正弦振荡.....	422
§ 9-2 RLC 串联电路的零输入响应——过阻尼情况.....	425
§ 9-3 RLC 串联电路的零输入响应——临界阻尼情况.....	434

§ 9-4	<i>RLC</i> 串联电路的零输入响应——欠阻尼情况	436
§ 9-5	直流 <i>RLC</i> 串联电路的完全响应	445
§ 9-6	<i>GCL</i> 并联电路的分析	450
* § 9-7	一般二阶电路	458
	参考书目	465
	习题九	465
*第十章	冲激函数在动态电路分析中的应用	471
§ 10-1	冲激函数	471
§ 10-2	冲激函数的性质	474
§ 10-3	电容电压和电感电流的跃变	477
§ 10-4	冲激响应	486
§ 10-5	由阶跃响应求冲激响应	492
§ 10-6	线性、非时变电路对任意输入的响应——卷积积分	496
	参考书目	506
	习题十	507
第十一章	交流动态电路	514
§ 11-1	周期电压和电流	515
§ 11-2	正弦电压和电流	517
§ 11-3	正弦 <i>RC</i> 电路的分析	527
§ 11-4	复数的复习	533
§ 11-5	复数四则运算的复习	537
§ 11-6	相量	541
§ 11-7	用相量法求微分方程的特解	545
§ 11-8	正弦稳态响应	553
	参考书目	557
	习题十一	557
第二部分	部分习题答案	562

第二部分

动态电路的分析

第七章 电容元件与电感元件

在第一部分的前六章中讨论了电阻电路的分析方法。电阻电路是用代数方程来描述的,这就意味着如果外施的激励源(电压源或电流源)为常量,那末,在激励作用到电路的瞬间,电路的响应也立即为某一常量。例如,在由一个线性电阻元件和一个电压源组成的电路中,电路中电压与电流的关系是由 $v=Ri$ 这一线性代数方程来描述的。如果电阻为 10Ω ,电源电压为 $10V$,那末,在 $10V$ 电压(激励)施加于电路的瞬间,电路内立即就会有 $1A$ 的电流(响应);如果电源电压变为 $5V$,电路中的电流也立即变为 $0.5A$ 。这就是说,电阻电路在任一时刻 t 的响应只与同一时刻的激励有关,与过去的激励无关。因此,电阻电路是“无记忆”的,或说是“即时的”(instantaneous)。

实际上,许多实际电路并不能只用电阻元件和电源元件来构成它的模型。在模型中往往不可避免地要包含电容元件和电感元件。这两种元件的伏安关系都涉及对电流、电压的微分或积分,我们称这种元件为动态元件(dynamic element)^①。电路模型中出现动态元件是由于下列原因

(1) 在实际电路中我们有意地接入了电容器、电感器等部件。这是由于要求电路能够实现某种一定功能的需要,例如,电阻电路不能完成滤波的作用,必须利用动态元件才能实现这一作用;

(2) 当信号变化很快时,一些实际部件已不能再用电阻模型来表示。例如,一个电阻器不能只用电阻元件来表示,而必须考虑

^① 耦合电感也是一种动态元件。见本书第十四章。

到磁场变化及电场变化的现象，在模型中应该增添电感、电容等动态元件。当信号变化很快时，半导体管也不能再用电阻模型来表示。

包含动态元件的电路称为动态电路。动态电路在任一时刻的响应与激励的全部过去历史有关，这是和电阻电路完全不同的。例如，一个动态电路，尽管输入已不再作用，但仍然可以有输出，因为输入曾经作用过。这就是说，动态电路是有记忆的。本书的第二部分即讨论此种动态电路的分析，但只限于一阶和二阶(含有线性非时变电容、电感)的动态电路^①，共分为五章。

在本书第一章中早已指出，两类形式的约束是电路分析的基本依据。基尔霍夫定律施加于电路的约束关系只取决于电路的联接方式而与构成电路的元件性质无关，这就是说，不论是电阻电路还是动态电路都要服从这一约束。为解决动态电路的分析问题，还须知道电容元件和电感元件的电压、电流约束关系。作为第二部分的首章，本章将讨论电容元件和电感元件的定义、伏安关系和贮能性质，并引入记忆、状态等概念，为动态电路的分析奠定基础。

§ 7-1 电容元件

电路理论中的电容元件(*capacitor*)是(实际)电容器的理想化模型。

把两块金属极板用介质隔开就可构成一个简单的电容器。由于理想介质是不导电的，在外电源作用下，两块极板上能分别存贮等量的异性电荷。外电源撤走后，这些电荷依靠电场力的作用，互相吸引，而又为介质所绝缘不能中和，因而极板上的电荷能长久地

^① 一阶和二阶的含意将分别在第八章和第九章中说明。

存贮下去。因此，电容器是一种能存贮电荷的部件。在电荷所建立的电场中，贮藏着能量，因此，我们也可以说电容器是一种能够存贮电场能量的部件。理想的电容器应该只具有存贮电荷从而在电容器中建立起电场的作用，而没有任何其他的作用，也就是说，理想电容器应该是一种电荷与电压相约束的部件。由此，可定义出一种电容元件视为实际电容器的理想化模型。电容元件的定义如下：一个二端元件，如果在任一时刻 t ，它的电荷 $q(t)$ 同它的端电压 $v(t)$ 之间的关系可以用 vq 平面上的一条曲线来确定，则此二端元件称为电容元件。在某一时刻 t ， $q(t)$ 和 $v(t)$ 所取的值分别称为电荷和电压在该时刻的瞬时值。因此，我们说电容元件的电荷瞬时值和电压瞬时值之间存在着一种代数关系。电容元件的符号如图 7-1 所示。在讨论 $q(t)$ 与 $v(t)$ 的关系时，通常采用关联的参考方向，即在假定为正电位的极板上电荷也假定为正。我们把 $q(t)$ 标注在假定为带有正电荷的极板侧，亦即标注在假定为正电位的极板侧。图 7-1 中 $q(t)$ 与 $v(t)$ 即假设为关联参考方向。

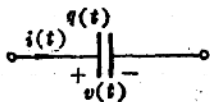


图 7-1 电容元件的符号

如果 vq 平面上的特性曲线是一条通过原点的直线，且不随时间而变，则此电容元件称之为线性、非时变电容元件，亦即

$$q(t) = Cv(t) \quad (7-1)$$

式中 C 为正值常数，它是用来度量特性曲线斜率的，称它为电容 (capacitance)。在国际单位制中， C 的单位为法拉 (中文代号为法，国际代号为 F)。习惯上，我们也常把电容元件简称为电容，并且，如不加申明，电容都系指线性非时变电容。

实际的电容器除了具备上述的存贮电荷的主要性质外，还有一些漏电现象。这是由于介质不可能是理想的，多少有点导电能力的缘故。在这种情况下，电容器的模型中，除了上述的电容元

件外,还应增添电阻元件。

一个电容器,除了标明它的电容量外,还需标明它的额定工作电压。从(7-1)式可知,一个电容器两端的电压越高,聚集的电荷也就越多。但是每一个电容器允许承受的电压是有限度的,电压过高,介质就会被击穿。一般电容器被击穿后,它的介质就从原来不导电变成导电,丧失了电容器的作用。因此,使用电容器时不应超过它的额定工作电压。

思考题

7-1 (1) 对图 7-2 所示电容,电荷与电压的关系应表示为 $q_1 = Cv$ 还是 $q_2 = Cv$? 还是两个式子都可以? 若 $C = 0.02\mu\text{F}$, $v = -10\text{V}$, 问 q_1 是多少? q_2 是多少?

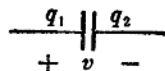


图 7-2 思考题 7-1

(2) 接续(1),试填写下表

$C(\mu\text{F})$	$v(\text{V})$	$q_1(\mu\text{C})$	$q_2(\mu\text{C})$
2	10	20	-20
1	15	()	()
0.5	()	()	-0.5
2	()	4	()

§ 7-2 电容的伏安关系

虽然电容是根据 $q-v$ 关系来定义的,如(7-1)式所示,但在电路分析中我们感兴趣的往往是元件的 VAR。电容是聚集电荷的元件,它两端电压发生变化时,聚集的电荷也相应地发生变化,这时才会有电荷在电路的导线中移动,形成电流^①,当它两端电压不变

^① 电流是以位移电流的形式通过介质的。介质中的电场强度发生变化时才能产生位移电流。

时,电荷也不变化,这时虽有电压,但电容中并没有电流。这和电阻元件完全不同,电阻两端只要有电压(不论是否变化)电阻中就一定有电流。

设电容如图 7-1 所示,且设电流 $i(t)$ 的参考方向箭头指向标注 $q(t)$ 的极板,这就意味着当 $i(t)$ 为正值时,正电荷向这一极板聚集,因而电荷 $q(t)$ 的变化率为正。于是,我们有

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (7-2)$$

又设电压 $v(t)$ 和 $q(t)$ 参考方向一致,则对线性电容,得

$$q(t) = Cv(t) \quad (7-3)$$

以(7-3)式代入(7-2)式得

$$i(t) = \frac{dCv}{dt} = C \frac{dv}{dt} \quad (7-4)$$

这就是电容的 VAR, 其中涉及对电压的微分。显然,这一公式在 v 和 i 参考方向一致的前提下才能使用。如 v 和 i 的参考方向不一致,则

$$i(t) = -C \frac{dv}{dt} \quad (7-5)$$

(7-4)式表明:在某一时刻电容的电流取决于该时刻电容电压的变化率,而与该时刻的电容电压或电压过去的历史无关。如果电压不变,那末 $\frac{dv}{dt}$ 为零,虽有电压,但电流为零。若电容电压变化越快,即 $\frac{dv}{dt}$ 越大,则电流也就越大。

(7-4)式还表明了电容的一个重要性质:如果在任何时刻,通过电容的电流为有限值,那末 $\frac{dq}{dt}$ 就必须为有限值,这就意味着电容两端的电压不可能发生跃变而只能是连续变化的。发生跃变(譬如说,由零伏一跃而变为 100 伏),就意味着 $\frac{dv}{dt} \rightarrow \infty$, 这就要求电

流为无限大。如果电流可以为无限大，那末，电容电压就可以跃变。上述性质是电容VAR的一种表现形式。例如，把一个电容与一个电压源接通，在接通的瞬间，电容电压必须一跃而为电源的电压值，这是受KVL约束的结果。此时通过电容的电流必须为无限大，这是受电容元件VAR约束的结果，而电压源是可以提供无限大电流的。把实际电路的模型取得过于理想，就可能出现电容电压跃变的情况。由于我们分析的对象是电路模型，电容电压发生跃变或不发生跃变都是可能的。上述电容的重要性质，在动态电路分析问题中是一个最基本的概念。在以下几章中，我们将学习运用这一概念。

我们也可以把电容的电压 v 表示为电流 i 的函数，对(7-4)式积分可得

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (7-6)$$

这里我们把积分号内的时间变量 t 改用 ξ 表示，以区别于积分上限 t 。上式中的积分正好就是在 t 时刻电容的电荷。如果我们只对某一任意选定的初始时刻 t_0 以后电容的情况感兴趣，我们可以把(7-6)式写作

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \\ &= v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (7-7)$$

(7-6)式告诉我们：在某一时刻 t 时电容电压的数值并不取决于这同一时刻的电流值，而是取决于从 $-\infty$ 到 t 所有时刻的电流值，也就是说与电流全部过去历史有关。因此，我们说电容电压有“记忆”电流的作用，电容是一种“记忆元件”。我们研究问题，总有一个起点，即总有一个初始时刻 t_0 ，那末(7-7)式又告诉我们：没有必要去了解 t_0 以前电流的情况， t_0 以前全部历史情况对未来

($t > t_0$ 时)产生的效果可以由 $v(t_0)$, 即电容的初始电压来反映。也就是说, 如果我们知道了由初始时刻 t_0 开始作用的电流 $i(t)$ 以及电容的初始电压 $v(t_0)$, 就能确定 $t \geq t_0$ 时的电容电压 $v(t)$ 。

(7-7)式也能用来说明电容的电压不能跃变。为此, 我们可分别写出在时刻 t 和时刻 $t + dt$ 时电压 v 的表示式, 并把两式相减可得

$$v(t + dt) - v(t) = \frac{1}{C} \int_t^{t+dt} i(\xi) d\xi \quad (7-8)$$

如果在任何时刻 $i(t)$ 均为有限值, 即 $|i(t)| \leq M$, M 为有限的常数, 那末, 当 $dt \rightarrow 0$ 时, 电流曲线在区间 $[t, t + dt]$ 所形成的曲边梯形的面积(图 7-3 的阴影部分)也趋于零。又由 (7-8) 式可知, 当 $dt \rightarrow 0$ 时, $v(t + dt) \rightarrow v(t)$, 这就是说电压 v 是连续的, 不能跃变。

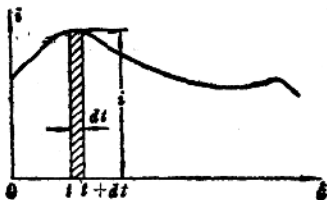


图 7-3 电流的积分

思考题

7-2 一个 1F 的电容, 在某一时刻, 其两端的电压为 10V , 能否算出该时刻的电流是多少? 为什么?

如果已知电压为 $v = 5t^2$, 且在某一时刻的瞬时值为 10V , 结果又如何?

7-3 设有一个 1F 的电容, 求在下列各种电压波形作用时的伏安特性曲线, (1) $v = 10 \sin t \text{ V}$; (2) $v = 10e^t \text{ V}$; (3) $v = 10\text{V}$ 。

7-4 试判断下列各种说法是否正确:

- (1) 一个线性、非时变电容可以用唯一的一条伏安特性曲线来表征;
- (2) 一个线性、非时变电容可以用唯一的一条 $v \sim q$ 特性曲线来表征;

(3) 一个线性、非时变电容器可以用唯一的一条 $i \sim \frac{dv}{dt}$ 特性曲线来表征。

例 7-1 电容与电压源相接如图 7-4 所示，电压源电压随时间按三角波方式变化，求电容电流。

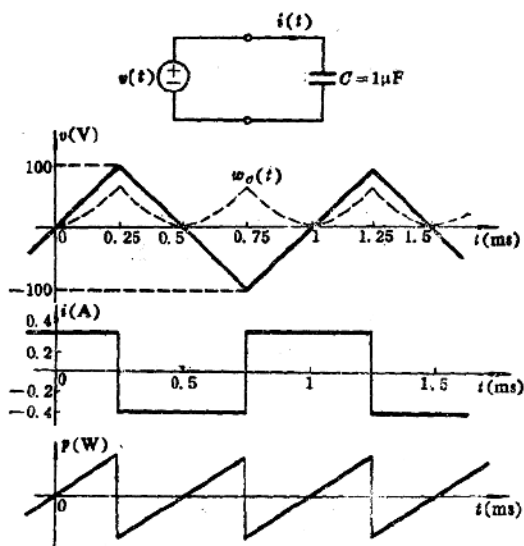


图 7-4 线性电容对三角波电压源的响应

解 已知电源两端电压 $v(t)$ ，求电流可用(7-4)式。

从 0.25 到 0.75 毫秒期间，电压 v 由 +100V 均匀下降到 -100V，其变化率

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{200}{0.5} \times 10^3 = -4 \times 10^5$$

故知在此期间，电流

$$i = C \frac{dv}{dt} = -10^{-6} \times 4 \times 10^5 = -0.4 \text{ A}$$

从 0.75 到 1.25 毫秒期间

$$\frac{dv}{dt} = \frac{200}{0.5} = 4 \times 10^5$$

故知在此期间

$$i = C \frac{dv}{dt} = 10^{-6} \times 4 \times 10^5 = 0.4 \text{ A}$$

故得电流随时间变化的曲线如图中所示，这种曲线常称为波形图。

从本例可见电容的电压波形和电流波形是不相同的，这一情况和电阻元件所表现的情况是不同的。

例 7-2 三角波电流源与电容相联接，如图 7-5 所示。已知其电流波形如图，试求电压响应。设 $v(0) = 0$ 。

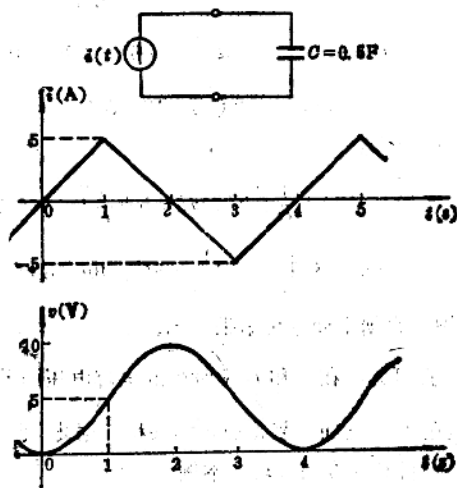


图 7-5 线性电容对三角波电流源的响应

解 已知电容电流求电容电压时，可用(7-7)式。为此必须写出 $i(t)$ 的函数式子，对所示三角波可分段写出为

$$i = 5t \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$i = -5t + 10 \quad 1 \leq t \leq 3$$

$$i = 5t - 20 \quad 3 \leq t \leq 4$$

等等。利用(7-7)式求 $v(t)$ ，可以分段计算：

在 $0 \leq t \leq 1$ 期间

$$\begin{aligned} v(t) &= v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi = \frac{1}{0.5} \int_0^t 5\xi d\xi \\ &= \frac{5\xi^2}{0.5 \times 2} \Big|_0^t = 5t^2 \end{aligned}$$

在 $t = 1$ 秒时, $v(1) = 5V$

在 $1 \leq t \leq 3$ 期间

$$\begin{aligned} v(t) &= v(1) + \frac{1}{C} \int_1^t i(\xi) d\xi = 5 + \frac{1}{0.5} \int_1^t (-5\xi + 10) d\xi \\ &= 5 - 5\xi^2 \Big|_1^t + 20\xi \Big|_1^t = -5t^2 + 20t - 10 \end{aligned}$$

在 $t = 3$ 秒时, $v(3) = -5(3)^2 + 20(3) - 10 = 5V$

在 $3 \leq t \leq 4$ 期间

$$\begin{aligned} v(t) &= v(3) + \frac{1}{C} \int_3^t i(\xi) d\xi = 5 + \frac{1}{C} \int_3^t (5\xi - 20) d\xi \\ &= 5 + 5\xi^2 \Big|_3^t - 40\xi \Big|_3^t = 5t^2 - 40t + 80 \end{aligned}$$

$v(t)$ 的波形图可根据上面分析结果绘出。

从(7-7)式可知，在 t 和 t_0 两时刻的电容电压的差值等于 $\frac{1}{C}$ 和 $i \sim t$ 曲线在 t 与 t_0 间所复盖面积的乘积。据此，也可用“根据已知波形求出面积”的方法来求解本例。

例 7-3 由(7-7)式可知电容具有对电流波形进行积分的能力，这一性质应用广泛。本例说明这一性质的一个应用，实际上它告诉我们：电容的记忆作用是什么意思。