

中华人民共和国地质矿产部

地质专报

七 普查勘探技术与方法 第5号

磁异常三角形解释系

湖南省地质矿产局 蔡家雄 著

地质出版社

中华人民共和国地质矿产部 地质专报

七 普查勘探技术与方法 第5号

磁异常三角形解释系

湖南省地质矿产局 蔡家雄 著

责任编辑：徐 才 王文孝

地质出版社出版发行

(北京和平里)

地质出版社印刷厂印刷

(北京海淀区学院路29号)

新华书店总店科技发行所经销

开本：787×1092¹/₁₆ 印张：15.125 字数：351000

1989年9月北京第一版·1989年9月北京第一次印刷

印数：1—1270册 国内定价：9.25元

ISBN 7-116-00514-5/P·439

科目：207—73

序

“磁异常三角形解释系”是一个利用简便方法解释复杂异常的方法系统。

该系统来源于实践。早在1975年,该系统作者在野外实践中遇到一个较为复杂的磁异常需要解释并提交验证。需要解释的异常剖面上,仅峰值区残存有单体异常的明显特征,其余部分干扰严重,加之正常场亦未选准,未找到合适的解释方法。在此情况下,强烈地促使他去研究非完整异常求解问题,以建立一种适用于仅有峰值区异常曲线的解释方法,起先,找到了有关无限延深薄板的“拐点-极值分合比解释法”,即是根据极大值点,两翼拐点之间的坐标间距,去求解磁化特征角、深度参数、磁矩参数的解释方法。这种方法仅需峰值区异常曲线即可全面解释异常。但是,由于拐点在呈线性变化的梯度区内难以确定,因此,不确定性是这种方法的最大弊端。克服弊端的愿望导致了以线代点的设想。这一设想使极值切线及其两翼拐点切线构成了 Δ ——特征三角形。至此,后来简称为“T法”的“特征三角形解释法”也就诞生了。“T法”对于寻找曹家坝大型钨矿、三合圩锡-多金属矿等深埋于地下的盲矿起了卓著的作用。

以无限延深薄板磁异常的“T法”为起点,通过展开,找到了利用整条曲线的“大三角形”,建立了“整幅三角形解释法”(即Z法);找到了借用正常场的“中三角形”,建立了“分幅三角形解释法”(即F法)。通过进一步的类比、推导、逐步建立了无限长水平柱、球等简单几何体磁异常的“T法”、“F法”及“Z法”。而对叠加异常的研究,又建立了利用异常负值部分的“谷域三角形解释法”(即Y法)。

“磁异常三角形解释系”旺盛的生命力,来自于与计算机技术的紧密结合。首先,由于该系统中所有方法均可反演出正问题的一切必要参数,且可以给定理论原点、正常场、极大值等参数。因此,既利于理论异常与给定异常之间的作图对比,更利于对剩余异常加以研究。该系统由于在PC-1501袖珍机中开发了包括具有“自动反演”、“三元反演”,“分解反演”、“迭代反演”、“滤波反演”、“微商反演”、“连续反演”、“蓓蕾反演”、“觅踪反演”等功能的软件包,能得心应手地处理多种叠加异常,包括处理一些难度很大的叠加异常。由于等效作用的缘故,当异常体相距太近时,其叠加异常是无法分解的。异常体作水平叠加时,其间距等于埋深时,曾被视为极限间距。对于极限间距产生的叠加异常,该系统仍可通过“屏障分解”、“迭代反演”等技术措施,对该类异常轻易地加以分解,并给出理想的解释结果。

可见,“磁异常三角形解释系”是源于实践,并在实践中不断探索、不断攻克疑难问题而逐步发展起来的。该系统由于和袖珍机技术的结合,获得了旺盛的生命力。该系统适用于野外工作者。相信该系统将为提高野外队对磁异常的解释能力,提高物探的地质效果作出贡献。

熊光楚

1988年6月

目 录

绪言	(1)
第一章 方法基础.....	(3)
第一节 磁化特征角的三分角反正切公式.....	(3)
一、异常三元	(3)
二、三元系反演通式	(3)
三、四种三角形解释法	(4)
四、三分角反正切公式	(5)
第二节 单体异常反演的数学依据	(6)
一、无限延深薄板	(6)
二、有限延深薄板	(12)
三、无限延深厚板	(17)
四、无限长水平柱	(20)
五、球	(25)
第三节 叠加异常分解与迭代反演	(31)
一、三元映射	(32)
二、模式识别	(32)
三、屏障分解	(47)
四、三元迭代	(49)
第二章 三元系列线图法	(55)
第一节 三元簇	(55)
一、单元参数	(55)
二、双元参数	(55)
三、复元参数	(55)
第二节 函系数	(56)
一、函系数集	(56)
二、函系数的前置条件	(56)
三、函系数的归一性与专属性	(57)
第三节 列线图	(58)
一、参数列线图	(58)
二、函系数列线图	(62)
三、用法导引	(76)
第三章 三元系袖珍机程序析	(79)
第一节 PC-1501磁异常九功能程序包	(79)
一、程序功能	(79)
二、程序说明	(79)
三、用法导引	(84)

四、要点浅析	(96)
第二节 PB-700袖珍机蓓蕾图	(100)
一、程序设计要点	(100)
二、用法导引	(101)
三、变量说明	(102)
第四章 叠加异常的程序反演	(103)
第一节 叠加异常的分解反演	(103)
一、垂直分解	(103)
二、斜列分解	(108)
三、水平分解	(108)
第二节 叠加异常的迭代反演	(113)
第三节 二度有限板异常的分解反演	(120)
一、倾斜有限板异常的分解反演	(120)
二、水平有限板异常的分解反演	(123)
第四节 无限延深厚板异常的“微商反演”	(124)
第五节 复合叠加异常分解反演	(125)
第五章 方法精度	(129)
第一节 反演精度	(129)
一、点距与精度	(129)
二、点位与精度	(133)
三、方法与精度	(135)
第二节 公式精度	(138)
一、无限延深薄板异常三分角公式	(138)
二、无限长水平柱异常三分角公式	(140)
三、球体异常三分角公式	(141)
第六章 解释实例	(148)
第一节 找矿应用	(143)
一、曹家坝磁异常	(143)
二、三合圩磁异常	(145)
第二节 矿量预测与矿外找矿	(146)
一、拟合试算	(146)
二、矿量预测	(147)
三、矿外找矿	(152)
第三节 类磁解释	(155)
一、低频复电阻率异常的类磁解释	(155)
二、电磁枪异常的类磁解释	(163)
附录 薄板异常函数系列线图	(166)
参考文献	(214)
后记	(215)
三元系物理量一览表	(216)
英文摘要	(219)

CONTENT

Preface	1
Chapter 1 The basis of method	3
Section 1 Arctangent formula for triangulable magnetic diagnostic angle	3
1) Anomalous three elements.....	3
2) General inversion formula for three element system.....	3
3) Four kinds of triangular interpretation methods.....	4
4) Triangulable arctangent formula.....	5
Section 2 Inversion mathematical basis for a single body anomaly.....	6
1) A thin plate with infinite extension in depth.....	6
2) A thin plate with finite extension in depth	12
3) A thick plate with infinite extension in depth.....	17
4) A horizontal cylinder with infinite extension.....	20
5) A sphere.....	25
Section 3 Reduction of superposed anomalies and their iterative inversion	31
1) Three element mapping.....	32
2) Model identification	32
3) Screening resolution	47
4) Three element iteration.....	49
Chapter 2 Nomographic method of three element system	55
Section 1 Three element group.....	55
1) Single element parameter.....	55
2) Dual element parameter.....	55
3) Compound element parameter.....	55
Section 2 Function coefficient.....	56
1) Function coefficient set.....	56
2) Pre-condition of function coefficient.....	56
3) Normalization and specialization of function coefficient.....	57
Section 3 Nomograph.....	58
1) Nomograph of parameter	58
2) Nomograph of function coefficient.....	63
3) Introduction of usage.....	76
Chapter 3 Pocket-size computer programme of three element system	79
Section 1 Nine functions programme package of PC-1501 for	

magnetic anomalies.....	79
1) Function of programme.....	79
2) Explonation of programme.....	79
3) Introduction of usage.....	84
4) Analysis of key point.....	96
Section 2 Bud diagram of PB-700 pocket-size computer.....	100
1) Key points of programme design.....	100
2) Introduction of usage.....	101
3) Explonation of parameters.....	102
Chapter 4 Program inversion of superposed anomalies.....	103
Section 1 Separated inversion of supersoped anomalies.....	103
1) Vertical separation.....	103
2) Inclined separation.....	108
3) Horizontal separation.....	108
Section 2 Iterative inversion of superposed anomalies.....	113
Section 3 Separated inversion of two-dimensional finite plate anomaly.....	120
1) Inclined finite plate anomaly.....	120
2) Horizontal finite plate anomaly.....	123
Section 4 Differential inversion of a thick plate with infinite extension in depth.....	124
Section 5 Separated inversion of complex superposed anomalies.....	125
Chapter 5 Accuracy of the method.....	129
Section 1 Accuracy of inversion.....	129
1) Station distance and accuracy.....	129
2) Station locality and accuracy.....	133
3) Method and accuracy.....	135
Section 2 Accuracy of formula.....	138
1) Triangular formula of the anomaly of a thin plate with infinite extension in depth	138
2) Triangular formula of a infinite horizontal cylinder anomaly.....	140
3) Triangular formula of a sphere anomaly.....	141
Chapter 6 Case histories of interpretation.....	143
Section 1 Prospecting application.....	143
1) Cao Jiaba magnetic anomaly.....	143
2) San Heyi magnetic anomaly.....	145
Section 2 Ore reserve estimation and further prospecting.....	146
1) Simulated calculation.....	146
2) Ore reserve estimation.....	147
3) Further prospecting.....	152
Section 3 Magnetic-like interpretation.....	155

1) Magnetic-like interpretation of low frequency complex resistivity anomaly.....	155
2) Magnetic-like interpretation of EM gun anomaly.....	163
Appendix: Nomograph of function coefficient for plate anomaly.....	166
References.....	214
Beckword.....	215
Table of physical parameters of three element system.....	216
English abstract.....	219

绪 言

“磁异常三角形解释系”亦称“三元系”。三元系是依据局部异常曲线全面解释异常、多方位分解反演复杂异常的系统；是通过图形最简变换去实现异常反演目的的方法系统。

当前，磁异常理论研究虽较深入，简单异常的解释方法亦颇多。但是，实践中最常见的叠加异常、部分曲线遭到干扰的异常等复杂异常，尚无实用而简便的方法。因此，以切实解决野外实际问题为宗旨，建立既适用于简单异常，亦适用于复杂异常的解释系统，乃具有重要的现实意义。

三元系萌生于1975年，成熟于80年代。经历了不长的发展过程。由于和计算机技术紧密结合，在系统建立完成之后，已开始了向智能化方向的起步。当前，三元系与已有的剖面解释方法相比，重要的进展在以下五个方面：

一、系统地建立了适用于任意磁化特征、产状、任意简单几何形体异常的四种三角形解释方法。这四种方法可分别对同一异常的不同部位的片断曲线进行解释，均能提供准确的解释结果。因此，在单体异常遭到干扰或叠加时，区别情况恰当地选用一种三角形解释方法，在一定程度上能起到回避局部干扰、克服深源叠加影响的作用。因此，三元系首先是为非完整异常曲线建立的解释系统。

二、为解释复杂的叠加异常，系统地确立了“模式识别”、“屏障分解”、“迭代反演”等反演技术。对多种难以识别叠加程度很深的复杂异常，包括曾被雅诺夫斯基〔苏〕等权威视为极限的叠加异常，亦能成功地分解反演。所以，三元系是为复杂异常建立的解释系统。

三、在初步形成“三元映射”理论的前提下，本方法找到了分解反演由二度体、似二度体、三度体混合叠加而成的“复合叠加异常”的有效途径。

四、为直接解释任意磁化特征、产状的有限延深薄板，无限延深厚板体异常，配置了“蓓蕾识别”，“顶宽识别”等列线图，建立了能分别提供包括薄板下延长度、厚板上顶宽度等参数的“三元系列线图法”。

五、三元系中所有基本方法，均适宜引入计算机。在SHARP产PC-1501等袖珍机上开发了“三元系九功能解释软件包”。软件包除能迅速而简便地实现“三元反演”、“自动反演”、“连续反演”、“微商反演”，解释各类单体异常、叠加异常（包括复合叠加异常）及长剖面外，并已实现了包括球、柱在内的薄板类异常的“觅踪反演”（初级智能反演）。

磁异常三元系的形成是对磁异常解释难题研究的过程中方法反馈的结果。通过数年来的理论与实践，它已逐步地发展成为自行封闭的解释系统。并为区分异常类别，设计了异常的“模式识别”技术，无论是二度体、三度体、似二度体异常，均可通过三元系模式识别，给出判别异常体的下延、顶宽等特征参数，以便较为客观地采用相应类型的异常解释方案。

三元系采用模糊数学思想，选定所有单体Z₀异常为论域，视异常体走向长度与埋深之

间的比值关系，参照相应的异常平面参数进行逐步聚类，将异常分为三类。每类异常视其异常体的下延情况又各分为三个亚类，共分九个亚类。分类情况见下表。

异常类别 \ 亚 类	球、柱亚类 ($\frac{l}{h} \leq 0.375$)	有限延深板、柱亚类 ($0.375 \leq \frac{l}{h} \leq 3$)	无限延深板、柱亚类 ($\frac{l}{h} \geq 3$)
二度异常 ($\frac{L}{h} \geq 3$)	1. 无限长水平柱异常	4. 无限长有限延深板异常	7. 无限延深板异常
似二度异常 ($0.375 < \frac{L}{h} < 3$)	2. 有限长水平柱异常	5. 有限长有限延深板异常	8. 有限长无限延深板异常
三度异常 ($\frac{L}{h} \leq 0.375$)	3. 球体异常	6. 有限延深倾斜柱异常	9. 无限延深倾斜柱异常

对于表内九亚类异常，三元系均给出了相应的解释方法。其中1、3、7亚类给出了公式法及列线图法；2、4、5、6、8及9亚类给出了列线图法，九亚类异常均系统地配置出了相应的程序解释法。

三元系中的任一种解释方法，均可给出绘制正演理论曲线的一切必要参数。因此，三元系中有关方法的解释结果，均直观地接受了曲线对比的检验。

三元系的研究过程是不断使用、验证和提高的过程。研究初期建立的特征三角形解释法，为寻找盲矿发挥了重要的作用。在曹家坝、三合圩磁异常查证时，对发现深埋在100m以下的钨锡多金属矿取得了显著的效果；中期建立的整幅三角形解释法等，在对低频复电阻率仪实验结果进行类磁解释时，也获得了良好的使用效果；后期建立了谷域三角形解释法及“迭代反演”等技术，对塌岩山磁异常的再解释结果，提出了进一步查证剩余盲矿的初步论证。

第一章 方法基础

磁异常三角形解释系是将磁异常剖面曲线通过图形变换达到反演目的的方法，它立足于有关磁场的基本理论。

建立磁异常剖面曲线的有关三角形，通过几何图形的转换，借以实现函数简化、参数筛选，是三元系的数学物理基础。

通过单体异常的系统研究，分别建立适用于单体异常不同部位的多种解释方法，并辅以“屏障分解”、“模式识别”、“三元迭代”等反演技术，对叠加异常实现有效的分解反演，进而获得可靠的解释结果，是三元系方法之精髓。

第一节 磁化特征角的三分角反正切公式

先求出磁化特征角，是三元系解题的关键。

一、异常三元

“异常三元”是来自于曲线作几何变换后有关三角形中的三个重要元素——高与垂足分割段。“ a ”元是指三角形顶点至底边垂足之间的磁场坐标量；“ b ”元与“ c ”元是指三角形底边被垂足分割后的两坐标线段，见图1-1。以下“ a ”元、“ b ”元、“ c ”元以 a 、 b 、 c 代替。不同三角形中的 a 、 b 、 c ，附以不同的下标，如 a_T 、 a_F 、 a_Y 等，以示区别。异常三元简称三元。三元是三角形解释系解题的基本要素。

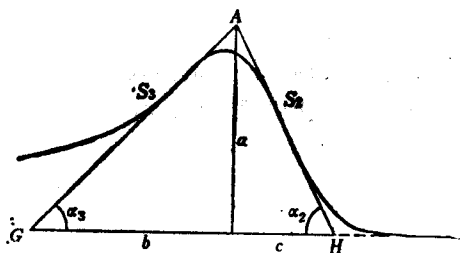


图 1-1 异常三元 (a, b, c)
Fig. 1-1 Anomalous three elements (a, b, c)

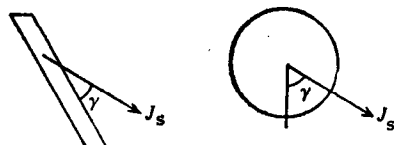


图 1-2 磁化特征角 (γ)
Fig. 1-2 Magnetized characteristic angle (γ)

二、三元系反演通式

对于无限延深薄板、无限长水平柱及球体磁异常的反演问题，三元系给出了极为简明的“反演通式”：

$$W = P \cdot F(\gamma) \quad (1-1)$$

式中 W ——待求的参数，如磁性体埋深、磁矩等；

P ——常数，如有关三角形的面积，底边坐标量等；

γ ——磁化特征角，是指剖面内有效磁化方向 ($\vec{J}$) 与板体的夹角，或球体、水平柱体与地球径向之间的夹角，见图1-2。

$F(\gamma)$ ——函数系的总称。函数系是指磁化特征角函数组成的系数，如 $H(\gamma)$ 、 $M(\gamma)$ 等；

反演通式表明：与磁性体有关的待求参数是相应三角形有关常量与磁化特征角函数的乘积。

三、四种三角形解释法

磁异常剖面曲线上的拐点切线与峰值（极大值）点切线或谷值（极小值）点切线交会时，可以组成众多的三角形。三元系中选择了四种三角形（见图1-3），针对无限延深薄板、有限延深薄板、无限延深厚板、无限长水平柱及球体磁异常，建立了相应的解释方法。

现将四种三角形解释法概述如下：

（一）特征三角形 $\triangle ABC$ （图1-3a）解释法，简称“T”法。

其三角形由峰值两翼最大斜率切线（即拐点切线）与峰值点切线交会组成。用 T_Δ 表示。T法是一种仅依据异常的峰值区异常片断即可全面解释异常的方法。对于简单异常而言，当正常场不准、谷值区异常曲线因故无法利用时，T法即成了唯一可以选用的方法。对于复杂的叠加异常而言，T法是选作垂直叠加、水平叠加两种“叠加判别”的基本方法。T法对于相对浅源产生的叠加异常，尤其具有良好的分辨力。因此，在叠加异常分解方面，T法具有非常重要的作用；

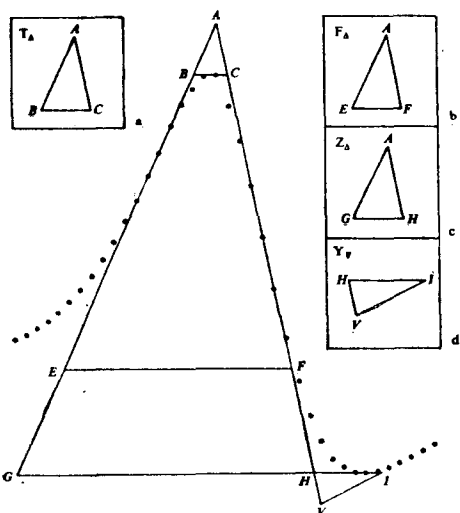


图 1-3 异常三角形 T_Δ 、 F_Δ 、 Z_Δ 、 Y_V

Fig. 1-3 Anomalous triangle T_Δ , F_Δ , Z_Δ and Y_V

（二）分幅三角形 $\triangle AEF$ （见图1-3b）解释法，简称“F法”。

其三角形由峰值两翼最大斜率切线及坐标横轴线交会组成。以 F_Δ 表示。F法是在峰值、谷值均难以确定，而在正常场尚可借用的前提下，依据梯度段曲线解释异常的一种备用的方法。

（三）整幅三角形 $\triangle AGH$ （见图1-3c）解释法，简称“Z法”。

其三角形由峰值两翼最大斜率切线及谷值点切线交会组成，用 Z_Δ 表示。当峰值区因异常曲线中的峰值不准，不宜选用T法时，在谷值可靠的前提下，Z法具有重要的作用。对于单体异常而言，以Z法为基础的“Z判别”，是异常类别划分的依据；对于复杂异常而言，经“Z判别”后的剩余异常特征，是检验异常叠加与否的重要标志。Z法对于异常的解，具有良好的稳定性，是解释单体异常最常用的方法。

（四）谷域三角形 $\triangle VHI$ （见图1-3d）解释法，简称“Y法”。T法依据的是峰值区的异常曲线，而Y法依据的则是谷值区的异常曲线。其三角形由谷值两翼最大斜率切线与谷值点切线交会组成。Y法对于分解斜列叠加异常具有重要作用。谷域三角形代号为“ Y_V ”。

前三种解释法又合称为“峰域三角形解释法”。

四、三分角反正切公式

峰域、谷域三角形解释法是三角形解释系中最基本的方法。磁异常三角形解释系方法的建立，其主要关键在于对磁异常“特征比值”的研究，优先地找到了根据特征比值求解磁化特征角的简捷途径。

特征比值(K_Δ)系指磁异常主剖面曲线峰值两翼最大斜率绝对值的差、和之比：

$$K_\Delta = \frac{|S_2| - S_3}{|S_2| + S_3} \quad (1-2)$$

规定单一异常的峰值出现在(主)谷值的左边，故峰值右翼最大斜率(S_2)为负值，取绝对值。 S_3 为正值。一般情况下 S_2 的绝对值大于 S_3 。 K_Δ 又称为峰特征比值。

特征比值的大小，完全取决于异常曲线的对称性。异常曲线的对称性，主要受制于磁体的磁化特征。而磁化特征角则是描述磁化特征的主要参数。

无限延深薄板磁异常、无限长水平柱及球体磁异常曲线的对称性完全受制于磁化特征角的变化。当 $\gamma=0$ 时，异常曲线为轴对称；当 γ 角逐步增大为 90° 时，异常曲线则逐步向中心对称或接近于中心对称变化。其特征比值产生有规律的变化，见表1-1。

表 1-1

K_Δ γ 异常类型				
	0°	30°	60°	90°
无限延深薄板	0	0.2977	0.5649	0.7778
无限长水平柱	0	0.2149	0.4184	0.6
球 体	0	0.1439	0.3244	0.5599

显然，表内磁化特征角与特征比值之间存在着单值对应关系。因此，对于无限延深薄板磁异常、无限长水平柱磁异常及球体磁异常而言，可以导出由特征比值对应磁化特征角的“三分角反正切公式”：

$$\gamma = 3 \arctg \varphi(K_\Delta) \quad (1-3)$$

式中： $\varphi(K_\Delta)$ 为磁化特征函数。不同几何形体磁异常的磁化特征函数不同：

$$\varphi_1(K_\Delta) = \sqrt{3} \left[K_\Delta - 2\sqrt{1-K_\Delta^2} \cdot \operatorname{sh} \left(\frac{1}{3} \operatorname{sh}^{-1} \frac{K_\Delta}{\sqrt{1-K_\Delta^2}} \right) \right] \quad (1-4)$$

$$\varphi_2(K_\Delta) = \frac{82}{25} \left[K_\Delta - 2\sqrt{1-K_\Delta^2} \cdot \operatorname{sh} \left(\frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{sh}^{-1} \frac{K_\Delta}{\sqrt{1-K_\Delta^2}} \right) \right] \quad (1-5)$$

$$\varphi_3(K_\Delta) = 5 \left[K_\Delta - 2\sqrt{1-K_\Delta^2} \cdot \operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{sh} \frac{K_\Delta}{\sqrt{1-K_\Delta^2}} \right) \right] \quad (1-6)$$

$\varphi_1(K_\Delta)$ 、 $\varphi_2(K_\Delta)$ 、 $\varphi_3(K_\Delta)$ 分别为无限延深薄板、无限长水平柱、球体磁异常的磁化特征函数。

由图1-4可见， $\varphi_1(K_\Delta)$ 与 $\varphi_2(K_\Delta)$ 是双曲正弦曲线的一线分； $\varphi_3(K_\Delta)$ 是反双曲正弦曲线的一部分。确切地说，前者是含有反双曲正弦曲线成分的双曲正弦曲线；后者是含有双曲正弦函数成分的反双曲正弦曲线。当 K_Δ 为一定值时， $\varphi_1(K_\Delta) > \varphi_2(K_\Delta) > \varphi_3(K_\Delta)$

一般情况下，有限延深薄板的磁化特征函数值介于 $\varphi_1(K_\Delta)$ 与 $\varphi_2(K_\Delta)$ 之间，当有限延

深薄板的下延长度之半与上顶埋深之比(l/h)为1.5时, 其磁化特征函数 $\varphi_4(K_\Delta)$:

$$\varphi_4(K_\Delta) \doteq \frac{\varphi_1(K_\Delta) + \varphi_2(K_\Delta)}{2} \quad (1-7)$$

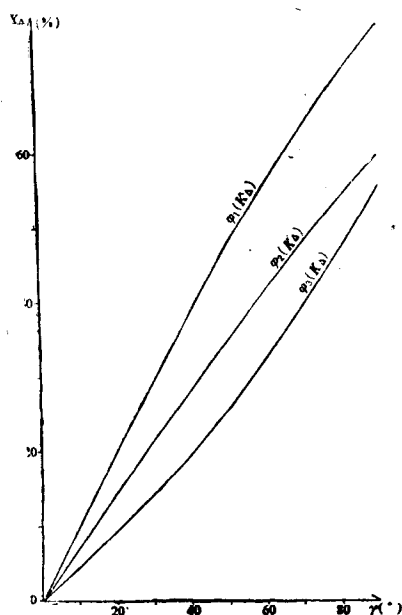


图 1-4 无限延深薄板、无限长水平圆柱体及球体磁异常的磁化特征函数曲线图

Fig. 1-4 Characteristic curves of the anomalies for thin plate with infinite extension in depth, infinite horizontal cylinder and sphere

有限长水平柱的磁化特征函数值介于 $\varphi_2(K_\Delta)$ 与 $\varphi_3(K_\Delta)$ 之间, 当有限长水平柱体的走向长度之半与其柱心埋深之比(L/h)在1.5时, 其磁化特征函数 $\varphi_5(K_\Delta)$:

$$\varphi_5(K_\Delta) \doteq \frac{\varphi_2(K_\Delta) + \varphi_3(K_\Delta)}{2} \quad (1-8)$$

异常峰值两翼之最大斜率, 在作图的纵横比例尺发生变化时, 并无确切的斜率可言。因此, 需要找到不受作图比例尺变化影响的比值, 去替代斜率之比才有意义。

以异常峰值两翼最大斜率切线与过峰值的切线, 或者与过“谷值”的切线, 或与坐标横线相交, 即可组成有关的三角形。不难证明, 三角形底边被顶点垂足分割后, 其两段横坐标的差、和之比, 全等于异常峰值两翼最大斜率绝对值的差、和比。

显然

$$S_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{a}{c}$$

$$S_3 = \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{a}{b}$$

代入(1-2)整理后得

$$K_\Delta = \frac{b - c}{b + c} \quad (1-9)$$

因此, 特征比值仅与异常三角形底边被顶点的垂足分割段有关, 不再受纵横比例尺的影响。

特征比值的确定与三分角反正切公式的建立, 为磁异常三角形解释系方法系列的产生奠定了基础。

第二节 单体异常反演的数学依据

一、无限延深薄板

(一) 四种三角形的三元数学表达式

在特征三角形(T_Δ)、分幅三角形(F_Δ)、整幅三角形(Z_Δ)及谷域三角形(Y_∇)中, 均

有各自的三元。

1. T_Δ 的 a 、 b 、 c 数学表达式

$$a_T = \frac{M_s}{8h} \cdot \frac{[2\cos(\gamma/3) - 1]^2}{\cos(\gamma/3)} \quad (1-10)$$

式中 M_s ——磁矩在剖面内的分量； h ——薄板上顶埋深。

$$b_T = h \left\{ \frac{4[2\cos^3(\gamma/3) - 1] - 3[\cos(\gamma/3) - \sqrt{3}\sin(\gamma/3)]}{[\sqrt{3}\cos(\gamma/3) - \sin(\gamma/3)]^3} - \operatorname{tg}(\gamma/3) \right\} \quad (1-11)$$

$$c_T = h \left\{ \frac{4[2\cos^3(\gamma/3) - 1] - 3[\cos(\gamma/3) + \sqrt{3}\sin(\gamma/3)]}{[\sqrt{3}\cos(\gamma/3) + \sin(\gamma/3)]^3} + \operatorname{tg}(\gamma/3) \right\} \quad (1-12)$$

2. F_Δ 的 a 、 b 、 c 数学表达式

$$a_F = \frac{M_s}{8h} \cdot \frac{[4\cos^2(\gamma/3) - 1]^2}{\cos(\gamma/3)} \quad (1-13)$$

$$b_F = h \left\{ \frac{3[\cos(\gamma/3) + \sqrt{3}\sin(\gamma/3)]}{\sqrt{3}\cos(\gamma/3) - \sin(\gamma/3)} - \operatorname{tg}(\gamma/3) \right\} \quad (1-14)$$

$$c_F = h \left\{ \frac{3[\cos(\gamma/3) - \sqrt{3}\sin(\gamma/3)]}{\sqrt{3}\cos(\gamma/3) + \sin(\gamma/3)} + \operatorname{tg}(\gamma/3) \right\} \quad (1-15)$$

3. Z_Δ 的 a 、 b 、 c 数学表达式

$$a_Z = \frac{M_s}{8h} \cdot \frac{[2\cos(\gamma/3) + 1]^2}{\cos(\gamma/3)} \quad (1-16)$$

$$b_Z = h \left\{ \frac{4[2\cos^3(\gamma/3) + 1] - 3[\cos(\gamma/3) - \sqrt{3}\sin(\gamma/3)]}{[\sqrt{3}\cos(\gamma/3) - \sin(\gamma/3)]^3} - \operatorname{tg}(\gamma/3) \right\} \quad (1-17)$$

$$c_Z = h \left\{ \frac{4[1 + 2\cos^3(\gamma/3)] - 3[\cos(\gamma/3) + \sqrt{3}\sin(\gamma/3)]}{[\sqrt{3}\cos(\gamma/3) + \sin(\gamma/3)]^3} + \operatorname{tg}(\gamma/3) \right\} \quad (1-18)$$

4. Y_∇ 的 a 、 b 、 c 数学表达式

$$a_Y = \frac{M_s}{2h} \cdot \frac{\sin^2(\gamma/3) + [\cos(\gamma/3) - 1][\sqrt{3}\sin(\gamma/3) - 1]}{\sqrt{3}\sin(\gamma/3) + \cos(\gamma/3)} \quad (1-19)$$

$$b_Y = h \frac{2\sin^2(\gamma/3) + [\sqrt{3}\sin(\gamma/3) + \cos(\gamma/3)][\cos(\gamma/3) - 1]}{2\sin^3(\gamma/3)[\sqrt{3}\sin(\gamma/3) + \cos(\gamma/3)]} \quad (1-20)$$

$$c_Y = h \frac{4\{\sin^2(\gamma/3) + [\cos(\gamma/3) - 1][\sqrt{3}\sin(\gamma/3) - 1]\}}{[\sqrt{3}\sin(\gamma/3) + \cos(\gamma/3)][\sqrt{3}\cos(\gamma/3) + \sin(\gamma/3)]^3} \quad (1-21)$$

不难看出在 (1-10) — (1-21) 四组异常三元中，任何一组三元均可解出 γ 、 h 、 M_s ，给出相应的反演公式。

(二) 角点坐标及特征比值

无限延深薄板磁场垂直分量为

$$Z = M_s \frac{h\cos\gamma - x\sin\gamma}{x^2 + h^2} \quad (1-22)$$

式中 $M_s = 2J_s \cdot 2b \cdot \sin\beta$;

J_s ——剖面内有效磁化强度;

$2b$ ——薄板顶宽;

β ——薄板倾角。

其异常剖面曲线如图1-5。

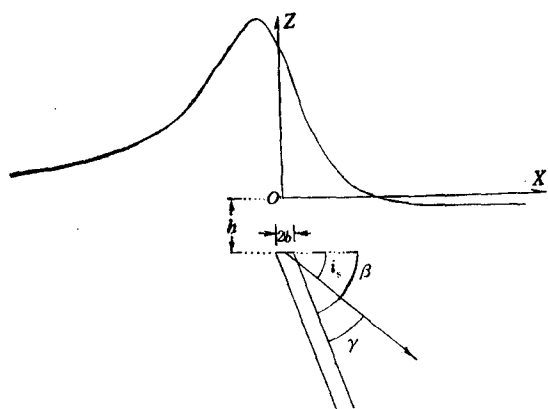


图 1-5 无限延深薄板参量及 Z 曲线图

Fig. 1-5 Parameters and Z curve of thin plate with infinite extension in depth

曲线的斜率可由(1-22)式对 x 求一阶导数得:

$$S = M_s \frac{x^2 \sin \gamma - 2xh \cos \gamma - h^2 \sin \gamma}{(x^2 + h^2)^2} \quad (1-23)$$

令(1-23)式为零。则得峰值点及谷值点的横坐标为:

$$X_{\max} = -h \cdot \operatorname{tg}(\gamma/2) \quad (1-24)$$

$$X_{\min} = h \cdot \operatorname{ctg}(\gamma/2) \quad (1-25)$$

代回(1-22)式, 得峰、谷值:

$$Z_{\max} = \frac{M_s}{2h} (1 + \cos \gamma) \quad (1-26)$$

$$Z_{\min} = -\frac{M_s}{2h} (1 - \cos \gamma) \quad (1-27)$$

对(1-22)式求 x 的二阶导数, 令其为零。尔后引用德·英弗 A 公式作复数转换, 得(1-22)式拐点坐标 (X_1 、 X_2 、 X_3) 及拐点值 (Z_1 、 Z_2 、 Z_3) 的解析式:

$$X_1 = h \cdot \operatorname{ctg}(\gamma/3) \quad (1-28)$$

$$X_2 = h \cdot \frac{\cos(\gamma/3) - \sqrt{3} \sin(\gamma/3)}{\sin(\gamma/3) + \sqrt{3} \cos(\gamma/3)} \quad (1-29)$$

$$X_3 = h \cdot \frac{\cos(\gamma/3) + \sqrt{3} \sin(\gamma/3)}{\sin(\gamma/3) - \sqrt{3} \cos(\gamma/3)} \quad (1-30)$$

$$Z_1 = -\frac{2M_s}{h} \sin^2(\gamma/3) \cdot \cos(\gamma/3) \quad (1-31)$$

$$Z_2 = \frac{M_s}{4h} [\sqrt{3} \cos(\gamma/3) + \sin(\gamma/3)]^2 [\cos(\gamma/3) - \sqrt{3} \sin(\gamma/3)] \quad (1-32)$$

$$Z_3 = \frac{M_s}{4h} [\sqrt{3} \cos(\gamma/3) - \sin(\gamma/3)]^2 [\cos(\gamma/3) + \sqrt{3} \sin(\gamma/3)] \quad (1-33)$$

分别将(1-28)、(1-29)、(1-30)式代入(1-23)式, 得各拐点的斜率:

$$S_1 = \frac{M_s}{h^2} \sin^3(\gamma/3) \quad (1-34)$$

$$S_2 = -\frac{M_s}{8h^2} [\sqrt{3} \cos(\gamma/3) + \sin(\gamma/3)]^3 \quad (1-35)$$

$$S_3 = \frac{M_s}{8h^2} [\sqrt{3} \cos(\gamma/3) - \sin(\gamma/3)]^3 \quad (1-36)$$

上述各点位置与坐标见图1-6