彩虹策划

⊙丛书总主编 吴 康
⊙本 册 主 编 黄照欣

# 奥赛金牌题典

AOSAI JINPAI TIDIAN

## 高一物理

GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社

奥赛金牌之路丛

本册主编　黄照



Aosai Jinpai Tidian

# 奥赛金牌题典

## 高一物理



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社
·桂林·

## 编委会名单




奥赛金牌题典 高一物理

主 编 黄照欣

责任编辑：唐丹宁 杨 晨　　装帧设计：杨 琳

广西师范大学出版社出版发行

（广西桂林市育才路15号　邮政编码：541004
网址：http://www.bbtpress.cn）

广西南宁华侨印刷厂印刷

*

开本：890×1 240 1/32　印张：15.375　字数：617千字

2004年6月第1版　2004年6月第4次印刷

印数：38 001～45 000册

ISBN 7-5633-3569-2/G・2306

定价：16.80元

# 前　言

中学物理教育是基础教育的重要组成部分.每年一度的全国中学生物理竞赛在激发中学生对物理学科的热爱和学习兴趣,培养科学思维能力和创新能力等方面有重要作用,并产生了积极的影响,因此,越来越受到中学师生的重视.

为了配合中学生参加全国中学生物理竞赛,向他们提供可读性强、有参考实用价值的阅读材料,我们依据教学大纲和竞赛考纲编写了本书.立足基础、配合教学、面向竞赛是我们编写的指导思想.为此我们在浩瀚的资料中选编了 A 类题(例题)、B 类题(训练题)和竞赛综合测试题或竞赛套题.A 类题既有题目分析和详细解答,又有言简意赅的点评,使读者能从中学会分析问题和解决问题的方法,提高物理思维能力;B 类题为读者练习提供了各种类型的好题目和较为详细的解答,有助于检查学生的学习效果;竞赛综合测试题则能使读者更好地了解国内、国际物理竞赛的最新动态.我们相信通过阅读本书,读者一定能够扩大知识面,提高分析问题和解决问题的能力,提高灵活运用物理知识的能力,提高物理竞赛成绩的学习效果.因此本书是中学生课外学习和竞赛训练的理想读物.

参加本书编写的是大学和著名重点中学的骨干教师,具有丰富的教学经验和物理竞赛辅导经验,他们辅导过的学生有多人次获得全国中学生物理竞赛一、二等奖.本书由广州市第六中学黄显第、李颖,广州市执信中学肖卓达编写,全书由黄照欣主编.

在本书编写过程中参阅了众多文献和资料,恕不在此一一列出,谨向这些文献、资料的作者表示衷心的感谢.由于编者水平有限,错误和不足之处在所难免,恳请读者批评指正.

**编　者**

**2002 年 6 月**

# 目　录

## 第Ⅰ部分　物理竞赛例题精析及训练

## 第Ⅱ部分　物理竞赛综合测试题

# ● 第Ⅰ部分　物理竞赛例题精析及训练

## 第一章　力与平衡

### A类题

**A1.** 三个共点力互成角 $\alpha = 120°$，大小依次为 $F_1 = 20\ \mathrm{N}$，$F_2 = 30\ \mathrm{N}$，$F_3 = 40\ \mathrm{N}$，如图 1-1 所示.问加一个怎样的力才能使力学系统平衡？

**分析：**依据三个共点力大小相等且互成角 120°时，其合力为 0，可从任一力学系统中加上或减去某一等大小的力而不改变原力学系统的等效性.由此，可将 $F_1$、$F_2$ 和 $F_3$ 都减掉 20 N，简化为互成 120°的两个力的合成问题，$F_2' = 10\ \mathrm{N}$，$F_3' = 20\ \mathrm{N}$，即可解出.

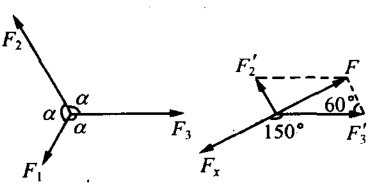


图 1-1

**解：**因为三个大小相等互成 120°的共点力合力为 0，加减某一等大小的力不改变其等效性，所以有

$$F_1' = F_1 - \Delta F = 20\ \mathrm{N} - 20\ \mathrm{N} = 0$$

$$F_2' = F_2 - \Delta F = 30\ \mathrm{N} - 20\ \mathrm{N} = 10\ \mathrm{N}$$

$$F_3' = F_3 - \Delta F = 40\ \mathrm{N} - 20\ \mathrm{N} = 20\ \mathrm{N}$$

三力合成变为二力合成. $F_2'$、$F_3'$的合力为

$$F=F_3'\sin 60°=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{N}=10\sqrt{3}\ \mathrm{N}$$

由此可知,应加一个与 $F$ 平衡的力 $F_x$,即向左偏下与 $F_3$ 成 150°角,加一个 $10\sqrt{3}$ N 的力.

**点评:**可由此题体会割补法,通过分割加减进行拓扑变化,以达到化难为易、化繁为简的目的.

**A2.** 粗细均匀的绳质量为 $m$,两端挂在等高的挂钩上,与水平方向夹 $\theta$ 角,如图 1-2 所示.求:

(1)绳子对挂钩的拉力.

(2)绳子在最低点的张力.

**分析:**(1)以整条绳子为研究对象,对其进行受力分析.依据三力平衡一定共点(非平行力)的性质以及拉力的对称性即可解出.

(2)以半条绳子为研究对象.对其进行受力分析与(1)同理,由水平方向合力为 0 即可解出.

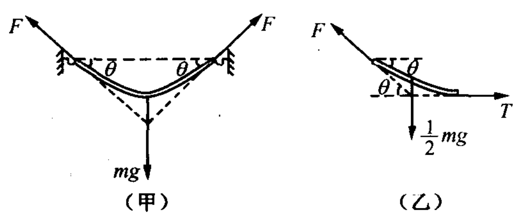


图 1-2

**解:**(1)以整条绳子为研究对象,它受到钩子的拉力 $F$,重力 $mg$,如图 1-2(甲).根据三个非平行力平衡的共点性及拉力的对称性,由竖直方向合力为 0 得

$$2F\sin\theta=mg$$

所以拉力大小为 $$F=\frac{mg}{2\sin\theta}$$

(2)以半条绳子为研究对象,受力如图 1-2(乙).设绳在最低点的张力为 $T$,根据三个非平行力平衡的共点性,由竖直方向上的合力为 0 得

$$F\sin\theta=\frac{1}{2}mg$$

$$F=\frac{1}{2}\cdot\frac{mg}{\sin\theta},$$

再由水平方向上合力为 0,得

$$T = F\cos\theta = \frac{1}{2}mg\cot\theta$$

**点评：**由此题可领会整体法与隔离法.整体法是以系统或全过程为研究对象,隔离法则是将研究对象从系统或全过程中隔离出来,其实质就是将内力转化为外力.一般先选整体法,尤其是未知力为系统或整体外力时,但在所求为系统内力时,就必须选择隔离法.解题时要能灵活的、交替地使用整体法和隔离法.

**A3.** 质量为 $M$ 的小车,在卷扬机带动下,沿摩擦因数为 $\mu$ 的水平面运动,如图 1-3(甲)所示.求牵引力 $F$ 最小时的牵引角 $\alpha$ 多大? 最小牵引力有多大?

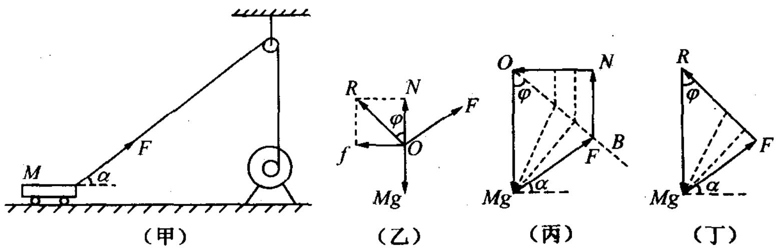


图 1-3

**分析：**对小车进行受力分析,有重力 $Mg$、弹力 $N$、牵引力 $F$ 和摩擦力 $f$ 四个力,因此小车匀速运动时所需拉力最小.这时小车在四个力作用下处于动态平衡状态.依据共点力系平衡时,诸力自行构成封闭多边形,可利用矢量四边形或三角形求出最佳牵引角.

**解：**〔方法Ⅰ〕在小车受到的四个力中,$Mg$ 大小、方向均不改变,力 $f$ 和 $N$ 的方向不改变,而且 $\tan\varphi = \frac{f}{N} = \mu$ 为常量,只有 $F$ 大小、方向都可变.由图 1-3(丙)可以看出(矢量四边形):当 $\alpha$ 增大时,$F$ 先减后增;当 $F$ 垂直于矢量四边形对角线 $OB$——$f$ 与 $N$ 的合力,即 $\alpha = \varphi$ 时,$F$ 最小.

〔方法Ⅱ〕:用全反力 $R$ 代替 $f$、$N$,使四力平衡转化为三力平衡问题.设全反力 $R$ 与竖直方向夹 $\varphi$ 角,且 $\tan\varphi = \frac{f}{N} = \mu$.从矢量三角形[如图 1-3(丁)]可明显看出:当 $\alpha$ 增大时,$F$ 先减后增;当 $F \perp R$,即 $\alpha = \varphi$ 时,$F$ 最小.故最佳牵引角为

$$\alpha = \varphi = \arctan\mu$$

且最小牵引力

$$F_{\min} = Mg\sin\varphi = Mg\sin\arctan\mu = Mg\frac{\tan\varphi}{\sqrt{1+\tan^2\varphi}} = Mg\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

**点评**：利用本题着重领会根据矢量图进行动态分析的步骤与方法.关键在于找准变量、不变量及其关系.本题还使用了等效代换的方法.

**A4** 如图 1-4 所示，轻杆 $AB$、$BC$ 由铰链相连，并通过铰链固定在竖直墙壁上，构成一直角支架. 一个质量为 $m$ 的物体，由最高处静止开始，沿 $AB$ 杆无摩擦地滑下.求作用于 $AB$ 杆的 $B$ 端的作用力随时间的变化关系.

**分析**：本题难点在于 $B$ 点受力方向的判断.如一开始就盯着物体 $m$ 和 $AB$ 杆进行受力分析，虽然物体受力(重力 $mg$，$AB$ 杆给它的支持力 $N$)较易确定，但分析到 $B$ 点受力时仍会狐疑不决.如能锁定 $BC$ 杆为分析对象，则会化难为易.轻杆 $BC$ 受力平衡，因为墙上 $C$ 点受杆上 $C$ 点的挤压力肯定在水平方向，那么杆上 $C$ 端受到墙壁弹力亦在水平方向，则 $BC$ 杆上 $B$ 点受到 $AB$ 杆的挤压力也必定沿水平方向，即 $BC$ 杆仅在两端受到水平压力的作用，所以 $BC$ 杆对 $AB$ 杆的作用力必定水平向左.

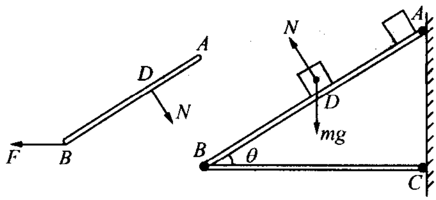


图 1-4

**解**：由题意知物体及杆受力情况如图 1-4 所示.物体以 $a = g\sin\theta$ 沿 $AB$ 杆做初速度为 0 的匀加速直线运动，物体对 $AB$ 杆的压力 $N = mg\cos\theta$.以 $AB$ 杆为研究对象，当物体滑到 $D$ 点时，根据力矩平衡条件，即 $\sum M_A = 0$，有

$$F\cdot\overline{AC} = N\cdot\overline{AD} = mg\cos\theta\cdot\frac{1}{2}g\sin\theta\cdot t^2 = \frac{1}{4}mg^2\sin 2\theta\cdot t^2$$

则
$$F = \frac{1}{4}\ \frac{mg^2\sin 2\theta\cdot t^2}{\overline{AC}}$$

由上式可知 $F\propto t^2$.即 $F$ 与 $t$ 是二次函数关系，图像如图 1-5 所示.

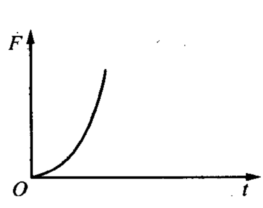


图 1-5

**点评**：本题在对象转换上有一定的技巧性，特别对高一同学.还有一点是要利用本题体会根据函数图像分析和解决问题，其步骤大致有三.一是根据物理规律建立各物理量之间的函数关系；二是按函数关系在直角坐标上画出相应的图像；三是分析图像的物理意义，进行推理、判断和计算.

**A5** 长度均为 $L$ 的长方形匀质木块堆放在水平地面上，每一块都相对下面一块伸出 $\frac{L}{n}$，如图 1-6 所示.求最多可以堆几块同样的木块而刚好不翻倒？($n\geqslant$

2)

**分析**：当系统的重力作用线正好通过支撑面的边界时，系统处于发生翻倒的临界状态. 因为每块均匀木块的重心位于其几何中心，则由此可判定系统的重心位置. 亦可根据临界状态时力矩的平衡条件求解.

**解**：设最多能堆放 $N$ 块. 因最下面一块不会翻倒，所以能翻倒部分的总长为

$$\sum L = L + (N-2)\frac{L}{n}$$

由此可知系统重心位于$\frac{1}{2}\sum L$处. 为了避免翻倒，其重力作用线不能超出第 2 块的支撑面$\left(L-\frac{L}{n}\right)$，即

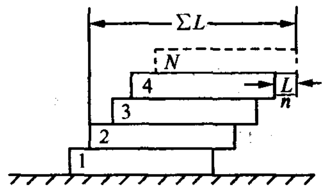


图 1-6

$$\frac{1}{2}\left[L+(N-2)\frac{L}{n}\right] \leqslant L-\frac{L}{n}$$

解之得　$N \leqslant n$，即最多可以堆 $n$ 块.

**点评**：由本题着重领会临界法. 由量变到质变的转折状态叫临界状态. 所谓临界法即从特殊到一般的推理方法. 只要分析清楚物理过程，准确抓住临界状态，然后确定临界条件，建立起临界方程即可解决问题.

**A6.** 在光滑固定的圆环上，套着质量为 $M$ 和 $m$ 的小球 $A$ 和 $B$，且用细线连在一起. 当两球平衡时，细线对圆心的张角为 $\alpha$. 求细线与竖直方向的夹角 $\theta$ 为多少？

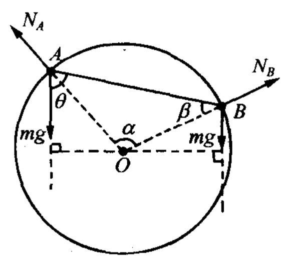


图 1-7

**分析**：若以 $A$、$B$ 分别为对象进行受力分析，会比较繁琐，不如以两小球和连线为一系统作为研究对象，尔后再进行受力分析，以力矩平衡的方法求解.

**解**：以 $A$、$B$ 及连线为一系统，受力如图 1-7 所示. 设环的半径为 $R$，且假设 $O$ 为转轴. 则根据$\sum M=0$有

$$MgR\sin(\theta-\beta) = mgR\sin(180^\circ-\theta-\beta) = mgR\sin(\theta+\beta)$$

$$(M-m)\sin\theta\cos\beta = (M+m)\sin\beta\cos\theta$$

又因为
$$\beta = \frac{1}{2}(180^\circ-\alpha) = \left(90^\circ-\frac{\alpha}{2}\right)$$

所以
$$\tan\theta=\frac{M+m}{M-m}\cdot\cot\frac{\alpha}{2}$$

**点评：**本题中假设 $O$ 为转轴，可以叫假设法，又叫虚拟法．所谓虚拟法就是根据已知的经验、事实、方法及理论，对未知的物理现象、物理条件、物理过程和物理模型等进行合理假设，尔后进行分析、推理、判断及计算．本题是虚拟转轴．在合力为 0 的条件下，通过虚拟转轴或刚体，可将一般力学系统的平衡问题转化为力矩平衡．虚拟转轴时注意：①转轴应选在力的作用线上，特别是未知力的作用线通过最多的地方．②转轴可在物体上，也可在物体外．

**A7.** 一端放在水平地面，另一端靠在竖直墙上的均匀梯子．梯与地、墙间的动摩擦因数分别为 $\mu_1$、$\mu_2$，求梯子平衡时与地面所能成的最小夹角．

**分析：**梯子共受到 $mg$、$N_1$、$f_1=\mu N_1$、$N_2$、$f_2=\mu_2 N_2$ 五个力作用，如图 1-8(甲)所示．当 $A$、$B$ 两处的摩擦力都达到滑动摩擦力时，$\theta$ 就最小．根据一般物体的平衡条件或摩擦角的概念均可求解．

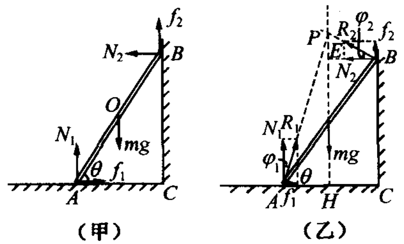


图 1-8

**解：**〔方法Ⅰ〕根据一般物体的平衡条件：

在水平方向上，$$N_2=\mu N_1 \quad ①$$

在竖直方向上，$$mg=N_1+\mu_2 N_2 \quad ②$$

以 $B$ 为轴有 $$mg\frac{1}{2}l\cos\theta+\mu_1 N_1 l\cos\theta=N_1 l\cos\theta \quad ③$$

联立①、②、③式解之得 $$\theta=\arctan\frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

此即梯子与地面的最小夹角．

〔方法Ⅱ〕设 $A$、$B$ 两处的全反力 $R_1$、$R_2$ 方向与该处法线方向的夹角分别为 $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$，那么梯子受到的力 $mg$、$R_1$ 和 $R_2$ 不平行，必定交于一点 $P$，如图 1-8(乙)所示．

则有 $\tan\varphi_1=\mu_1$，$\tan\varphi_2=\mu_2$．由几何关系得

$$\tan\theta=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{PH}-\overline{PE}}{2\,\overline{AH}}$$
$$=\frac{\overline{PH}}{2\,\overline{AH}}-\frac{\overline{PE}}{2\,\overline{BE}}=\frac{1}{2}\cot\varphi_1-\frac{1}{2}\tan\varphi_2$$

$$= \frac{1}{2\mu_1} - \frac{\mu_2}{2} = \frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

所以梯子与地面间的最小夹角

$$\theta_{\min} = \arctan \frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

**点评**:方法Ⅰ注重物理情景,方法Ⅱ强调几何关系,都应掌握.

**A8.** 一根均匀的细木杆长为 $l_0$,重力为 $G_0$,密度为 $\rho_0$.为使杆能保持竖直方位,稳定地悬浮在密度为 $\rho$ 的某液体中(上端露出液面),应在杆下端粘一小铁块.求此铁块的重力须满足的条件.该铁块可视为质点,如图 1-9 所示.

**分析**:可先考虑极端法讨论铁块的重力范围.显然,$G$ 不能够太大,否则整个杆会沉至水底;$G$ 也不能够太小,否则,杆会倾斜,乃至于浮于水面.杆、铁块为一系统,它受 $G_0$、$G$ 及 $F_浮$ 作用而平衡,$F_浮$ 作用在杆浸于液体部的中心位置,即"浮心".假设杆偏离竖直方向一个很小的 $\theta$ 角,根据一般物体的平衡条件即可求解.

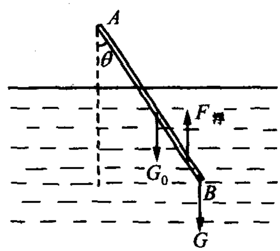


图 1-9

**解**:木杆全部没入水中时所受到的浮力为

$$F = \rho g V = \rho g \frac{G_0}{\rho_0 g} = \frac{\rho}{\rho_0} G_0 \quad ①$$

要使木杆上端露出液面,必须满足条件

$$F > G_0 + G \quad ②$$

联立①、②式得 $$G < \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right) G_0$$

设浸入液体中的木杆长为 $l$,则木杆这时受到的浮力为

$$F = \frac{l\rho}{l_0\rho_0} G_0 \quad ③$$

其中 $$F = G_0 + G \quad ④$$

假设木杆这时受到一个微小的扰动而偏离竖直方向 $\theta$ 角,如图 1-9 所示.以木杆上端 $A$ 为轴,当逆时针方向的力矩小于顺时针方向的力矩时,杆可回到竖直位置,属于稳定平衡,因此,

$$G_0 \frac{1}{2} l \sin\theta + G l_0 \sin\theta > F\left(l_0 - \frac{1}{2} l\right) \sin\theta \quad ⑤$$

联立④、⑤式得 $$G_0 l + G l > G_0 l_0 \quad ⑥$$

联立③、④式得 $$l=\frac{\rho_0}{\rho}l_0+\frac{\rho_0 l_0 G}{\rho G_0} \quad ⑦$$

将⑦式代入⑥式得 $$G>\left(\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}-1\right)G_0$$

综上所述,满足题设条件的铁块重力应是

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}-1\right)G_0>G>\left(\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}-1\right)G_0$$

**点评**:要注意体会本题所体现出来的思维方式,先定性,后定量.即先以极端法分析出铁块的重力范围,尔后再作定量分析.再者根据解题需要设定必要的中间过渡性参量,如 $\theta$、$l$ 等,在后面的解题过程中会自然消掉.

**A9.** 儿童玩具"不倒翁"的高度 $h=21$ cm,质量 $M=300$ g,$KD$ 为对称轴,不倒翁下部是一个半径 $R=6$ cm 球的一部分,如图 1-10(甲)的所示.若将不倒翁放在一个与水平面成 $\alpha=30°$ 角的粗糙斜面上,当对称轴 $KD$ 与竖直方向成 $\beta=45°$ 角时,不倒翁刚好处于平衡状态,如图 1-10(乙)所示.为了使它在水平面上失去稳定平衡,需要在其头顶 $K$ 处固定些塑泥,求至少应加多少塑泥?

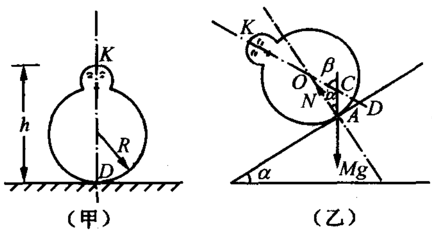


图 1-10

**分析**:因不倒翁相对于轴 $KD$ 对称分布,所以其重心必定在对称轴 $KD$ 上.在斜面上当 $KD$ 与竖直方向夹 45°角时,它刚好还处于平衡状态,即此时不倒翁的重力作用线刚好通过斜面接触点,由此可求出重心的位置.

**解**:设不倒翁的重心位置在 $C$ 处,$OC=x$,则在△$OCA$ 中,根据正弦定理得

$$\frac{x}{\sin\alpha}=\frac{R}{\sin(180°-\beta)}$$

解之得 $$x=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}R \quad ①$$

在头顶 $K$ 处加上质量为 $m$ 的塑泥后,将塑泥和不倒翁看做一个系统,如果该系统重心上移到球心 $O$ 处,则不倒翁在水平桌面上会失去稳定平衡.由同向平行力的合成规律得

$$Mgx=mg(h-R) \quad ②$$

联立①、②式得 $$m=\frac{R\sin\alpha}{(h-R)\sin\beta}M\approx 85\text{ g}$$

**点评**:解此题要注意两个临界状态:一是在斜面重力作用线过支点,如重力作用线越过支承面,平衡即被破坏;二是在水平面上,加塑泥后系统重心高过球心 $O$ 时(稍有偏离),重心会下降,平衡亦被破坏,球心亦为一临界状态.迅速抓住临界状态是解决此类问题的关键.

**A10** 一根质量为 $m$、长为 $l$ 的均匀横梁,需要用两只雪橇在水平雪地上将其保持水平状态运送.简化其过程如图 1-11(甲)所示.雪橇均与横梁固连,下端 $B$ 与雪地接触,假定触地面积很小.用一距地 $h$ 的水平牵引力 $F$ 作用于前方雪橇,前后雪橇与雪地的动摩擦因数分别为 $\mu_1$、$\mu_2$.在前后雪橇均与雪地接触时,使横梁沿雪地匀速向前移动,则 $h$ 应满足什么条件? $F$ 应多大?(雪橇质量可忽略不计)

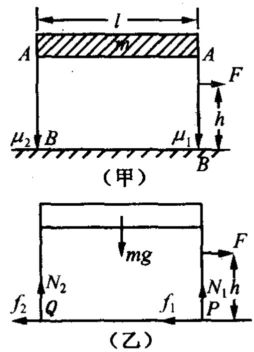


图 1-11

**分析**:系统受力如图 1-11(乙)所示.其中 $N_1$、$N_2$ 分别为地对雪橇的支持力,$f_1$、$f_2$ 分别为地对雪橇的摩擦力.由题意易知,$F$ 不能太大,$h$ 不能太高,否则 $N_2$、$f_2$ 将会变为0,系统将以 $P$ 为轴翻倒,此为临界状态.在这种情况下,所求问题与 $\mu_2$ 无关.由一般物体的平衡条件即可解决.

**解**:根据平衡条件得

$$F=f_1+f_2,\quad mg=N_1+N_2$$

其中 $$f_1=\mu_1N_1,\quad f_2=\mu_2N_2$$

以 $P$ 为轴可得 $Fh+N_2l=\frac{1}{2}mgl$

由以上几式联立可得

$$N_2=\frac{\frac{1}{2}l-\mu_1h}{l-(\mu_1-\mu_2)h}mg \qquad ①$$

$$F=\frac{l(\mu_1+\mu_2)/2}{l-(\mu_1-\mu_2)h}mg \qquad ②$$

依照题意,应有 $F>0,N_2\geqslant0$

所以由①式得 $\left(\frac{1}{2}l-\mu_1h\right)\geqslant0$ ③

由②式得 $[l-(\mu_1-\mu_2)h]>0$ ④

③、④式联立得 $h\leqslant\frac{l}{2\mu_1}$ ⑤

在满足⑤式条件下，所求 $F$ 即为②式结果.

**点评**：由分析可知 $h$ 和 $l$ 的关系应与 $\mu_2$ 无关. 恰好要翻倒时，有 $N_2=0$，$f_2=0$，这时 $F=f_1=\mu_1 mg$，$Fh=\frac{1}{2}mgl$，由此得 $h=\frac{l}{2\mu_1}$. 因此定性分析物理情景是很重要的. 对非平行力学系统，要解决一般物体的平衡问题，共点力平衡可列两个方程，力矩平衡可列一个方程，由此可求出三个未知量. 本题则着重领会对临界状态、临界条件的分析.

**A11** 在一些重型机械和起重设备上，常用双快式电磁制动器，它的简化示意图如图 1-12(甲)所示，$O_1$ 和 $O_2$ 为固定铰链，在电源接通时，$A$ 杆被往下压，通过铰链 $C_1$、$C_2$、$C_3$ 使弹簧 $S$ 拉伸，制动块 $B_1$、$B_2$ 与制动轮 $D$ 脱离接触，机械得以正常运转. 当电源被切断后，$A$ 杆不再有向下的压力($A$ 杆及图中所有连杆及制动块所受重力皆忽略不计)，于是弹簧缩回，使制动块产生制动效果，此时 $O_1C_1$ 和 $O_2C_2$ 处于竖直位置. 已知欲使正在转动的 $D$ 轮减速，至少需要 $M=1100$ N·m 的制动力矩，制动块与制动轮之间的动摩擦因数 $\mu=0.4$，弹簧不发生形变时的长度为 $L=0.300$ m，制动轮直径 $d=0.400$ m，图示尺寸 $a=0.065$ m，$h_1=0.245$ m，$h_2=0.340$ m. 试求选用弹簧的劲度系数 $k$ 最少要多大？

**分析**：在制动轮转动的情况下，制动力矩是由制动块 $B_1$ 和 $B_2$ 对制动轮 $D$ 的滑动摩擦力产生的. 设弹簧的弹力均为 $T$，$B_1$ 和 $B_2$ 对 $D$ 的正压力分别为 $N_1$ 和 $N_2$，则滑动摩擦力分别为 $f_1=\mu N_1$，$f_2=\mu N_2$，如图 1-12(乙)所示. 依照有固定转动轴物体的平衡条件，分别对两制动杆和制动轮列方程即可求解.

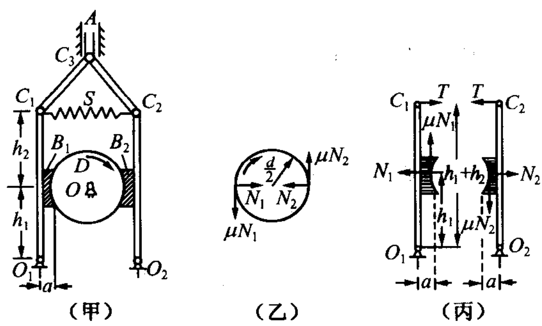


图 1-12

**解**：对制动轮，以圆心 $O$ 为轴，根据力矩平衡条件可有

$$M=\mu N_1\cdot\frac{d}{2}+\mu N_2\cdot\frac{d}{2} \qquad ①$$

对左杆，以 $O_1$ 为轴，根据力矩平衡条件有

$$T(h_1+h_2)=N_1h_1+\mu N_1a \quad ②$$

对右杆，以 $O_2$ 为轴，根据力矩平衡条件有

$$N_2h_1=T(h_1+h_2)+\mu N_2a \quad ③$$

对弹簧，根据胡克定律有

$$T=k\cdot\Delta L=k(d+2a-L) \quad ④$$

联立①、②、③、④式得

$$k=\frac{(h_1+a\mu)(h_1-a\mu)M}{(h_1+h_2)(d+2a-L)(\mu h_1 d)}\approx 1.24\times10^4\ \text{N/m}$$

**点评**：本题从受力角度看，两杆所受的力并不对称，是因为两边摩擦力的方向不同导致摩擦力的大小和 $N_1$、$N_2$ 大小均不同.因此须对两杆列方程.解这道题较易疏漏的是转轮对制动块的摩擦力矩.

**A12.** 半径为 $R$、质量为 $M$ 的均匀圆球与一个质量为 $m$ 的重物分别用细绳 $AD$ 和 $ACE$ 悬于同一点 $A$，并处于平衡状态，如图 1-13(甲)所示.已知悬点 $A$ 到球心的距离为 $L$，不考虑细绳的质量和细绳与球的摩擦，试求悬挂圆球的细绳 $AD$ 与竖直线 $AB$ 的夹角 $\theta$.

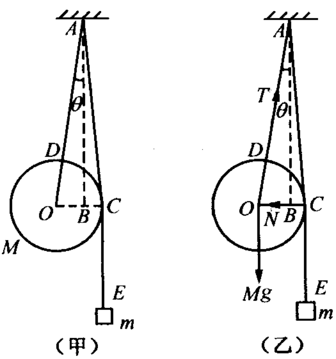

图 1-13

**分析**：选择球为研究对象，球受重力 $Mg$、$AD$ 绳拉力 $T$ 和 $ACE$ 绳的压力 $N$ 三个力作用，如图 1-13(乙)所示.因不考虑细绳与球的摩擦，所以 $N$ 的方向沿半径指向球心.因为重力过球心，所以球平衡时三力必定共点，$T$ 亦过球心，可以断定细绳一定沿 $OA$ 方向.

**解**：以球和重物组成的系统为对象，以 $A$ 为轴，根据有固定转动轴的物体的平衡条件可有

$$Mg\cdot\overline{OB}=mg\cdot\overline{BC} \quad ①$$

由图可知

$$\overline{OB}=L\sin\theta \quad ②$$

$$\overline{CB}=R-L\sin\theta \quad ③$$

将②、③式代入①式解之得

$$\sin\theta=\frac{mR}{L(M+m)}$$

所以

$$\theta=\arcsin\frac{mR}{L(M+m)}$$

**点评**：本题也可以分别选取球和重物为研究对象，对球列出共点力平衡的方