

国家级精品课程辅助教材



理论力学

解题方法和技巧

蔡泰信 和兴锁 编著



科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书是理论力学课程学习的辅导和备考用书。书中每章包括三部分内容:理论提要和知识结构框图,习题分类、解题步骤和解题要求和范例精解。书中的例题都是精选的典型题,除了对例题进行深入的分析 and 讨论以外,多数例题都采用多种方法求解,这有助于读者融会贯通所学的知识,并逐步掌握不同类型题目的解题思路、解题方法和技巧。书末附有本课程期末考试和硕士研究生入学考试的试题及其解答。

本书可供学习理论力学课程的大学生、考研者和教师使用,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学解题方法和技巧/蔡泰信,和兴锁编著. —北京:科学出版社, 2005

(国家级精品课程辅助教材)

ISBN 7-03-014888-6

I. 理… II. ①蔡…②和… III. 理论力学—高等学校—自学参考资料
IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 003429 号

责任编辑:段博原 贾瑞娜/责任校对:钟 洋

责任印制:钱玉芬/封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005 年 6 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2005 年 6 月第一次印刷 印张: 25 1/2

印数: 1—5 000 字数: 495 000

定价: 28.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

作者简介

蔡泰信 男,1935年生,西北工业大学教授,主要从事理论力学和多体系统动力学的教学和科学研究工作。1984年到1986年以客座教授身份在联邦德国从事多体系统动力学的研究和考察工作。曾担任教育部举办的“高等学校工科理论力学暑期教师讲习班”的主讲人之一。主编、主译、主审或参加编译并由出版社正式出版的有关一般力学的教材和专著共17部20余册,如《理论力学》、《理论力学导教·导学·导考》、《陀螺仪理论和应用》等。在期刊上发表科学研究和教学研究论文多篇,如《柔性机械手系统的动力学方程》、《同青年教师谈讲课》等。

和兴锁 男,1952年生,西北工业大学工程力学系教授,博士生导师。现任西北工业大学动力学、振动与控制研究所所长,西北工业大学空间探测研究中心主任,西北工业大学“双百”人才。

和兴锁教授长期从事理论力学、工程力学、振动理论及应用等专业方向的教学工作,以及航天器动力学与控制、振动控制与智能结构、大型结构动力学分析与优化设计、工程力学中的计算机仿真与动态分析等方向的科研工作。近年来,主持和参加了包括国家自然科学基金、航空(天)基金、国家高技术863项目等20余项科研课题,在国内外学术期刊上发表论文60余篇,获得国家教委等科技进步奖共7项。主编并由出版社正式出版的有关理论力学和工程力学方面的教材和专著共7部12册。

前 言

本书是根据《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》,为了适应 21 世纪本课程的教学需要,应科学出版社的约请而编写的,供学习理论力学课程的大学生、有志考研复习本课程的考生以及从事理论力学课程教学的青年教师参考。

本书每章包括三部分内容:理论提要和知识结构框图,习题分类、解题步骤和解题要求,范例精解。书中的例题都是精选的典型题,除了对例题进行深入分析和讨论外,多数例题都采用多种方法求解,这有助于读者融会贯通所学的知识。本书力求把基本问题交代清楚,启发读者积极思考,并不断加大难度,使读者逐步掌握不同类型题目的解题思路、解题方法和技巧,激发学习兴趣,提高解题能力。书末还附有本课程期末考试和硕士研究生入学考试的试题及其解答。本书反映了理论力学课程的主要内容以及本课程考试和考研大纲要求。阅读本书既有利于读者提高解题能力和参加各类型理论力学考试,也有利于提高青年教师的讲课水平。

全书由蔡泰信、和兴锁编著,主要是在作者主编的多部有关理论力学教材和参考书的基础上提炼和重新编写而成。本书的观点和内容曾在多年的教学实践中应用和推广;“通过习题分类和典型题分析,提高解题能力”的观点和论文,曾在全国理论力学经验交流大会上报告;作者也曾将本书的观点和部分内容在全国的高等学校工科理论力学暑期教师讲习班中讲授,均得到广大师生的好评。

贾振波教授主审了本书,并提出一些宝贵意见。在编写过程中,我们曾参阅了国内外兄弟院校的有关教材、参考书、专著和文献,并得到许多教师、学生和科学出版社的大力支持。在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中难免有不妥和疏漏之处,敬请读者批评指正。

编著者

2005 年 1 月

于西北工业大学

主要符号表

a 加速度	F_{Φ} 附加推力或反推力
a_C 质心加速度	$F_{\max}$ 最大静滑动摩擦力
a_n 法向加速度	f_s 静滑动摩擦因数
a_t 切向加速度	f 动滑动摩擦因数, 振动频率
a_a 绝对加速度	G 重力
a_r 相对加速度	g 重力加速度
a_e 牵连加速度	h 高度
a_k 科氏加速度	i, j, k 沿正交轴 x, y, z 的单位矢量
a_{At} 点 A 的切向加速度	I 冲量
a_{An} 点 A 的法向加速度	J_x, J_y, J_z 刚体对轴 x, y, z 的转动惯量
a_{MO}^t 动点 M 绕基点 O 相对转动的切向加速度	J_{xy} 刚体对轴 x 和 y 的惯性积
a_{MO}^n 动点 M 绕基点 O 相对转动的法向加速度	J_{yz} 刚体对轴 y 和 z 的惯性积
A 自由振动的振幅, 面积	J_{zx} 刚体对轴 z 和 x 的惯性积
C 重心, 速度瞬心	k 弹簧的刚度系数, 曲率
$d\mathbf{r}$ 实位移	L 拉格朗日函数
$d'W$ 元功	L_O 质点系对点 O 的动量矩
e 碰撞恢复因数	m 质点的质量
F 作用力	m_R 质点系的质量
F_x, F_y, F_z 力 F 在轴 x, y, z 上的投影	M 力偶矩矢
F_R 力系的合力	M_R 合力偶矩矢
F'_R 力系的主矢	M_O 力系对点 O 的主矩
F_s 静滑动摩擦力	$M_z(F)$ 力 F 对轴 z 的矩
F_N 法向约束力	$M_O(F)$ 力 F 对点 O 的矩
F_I 惯性力	M_{IO} 惯性力系对点 O 的主矩
F_{lc} 牵连惯性力	$M_O(mv)$ 质点的动量 mv 对点 O 的动量矩
F_{lk} 科氏惯性力	n 质点的数目
	O 坐标系原点

p 动量	x, y, z 直角坐标
P 功率	x_C, y_C, z_C 质心的直角坐标
Q 广义力	$\alpha(\boldsymbol{\alpha})$ 角加速度(角加速度矢)
Q_j 对应于第 j 个广义坐标的广义力	$\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \theta, \psi$ 角度
q 载荷集度, 广义坐标	φ_m 摩擦角
r 半径	ρ 曲率半径, 密度
$\boldsymbol{r}$ 矢径	δ 滚动摩阻系数, 弹簧变形量, 阻尼系数, 变分符号
$\boldsymbol{r}_O$ 点 O 的矢径	δ_s 弹簧静变形, 静伸长
s 弧坐标	$\delta \boldsymbol{r}$ 虚位移
T 质点系的动能, 周期	δW 虚功
t 时间	η 机械效率
V 质点系的势能	$\omega(\boldsymbol{\omega})$ 角速度(角速度矢), 激振力频率
$\boldsymbol{v}$ 质点的速度	ω_0 固有频率
$\boldsymbol{v}_a$ 绝对速度	ω_a 绝对角速度
$\boldsymbol{v}_e$ 牵连速度	ω_e 牵连角速度
$\boldsymbol{v}_r$ 相对速度	ω_r 相对角速度
$\boldsymbol{v}_C$ 质心速度	
$\boldsymbol{v}_{MO}$ 动点 M 绕点 O 转动的速度	
W 力的功	

目 录

前言

主要符号表

第 1 章 静力学的基本概念和物体的受力分析	1
1.1 理论提要·知识结构框图	1
1.2 习题分类·解题步骤·解题要求	5
1.3 范例精解	6
第 2 章 共点力系和力偶系	15
2.1 理论提要·知识结构框图	15
2.2 习题分类·解题步骤·解题要求	19
2.3 范例精解	20
第 3 章 任意力系	27
3.1 理论提要·知识结构框图	27
3.2 习题分类·解题步骤·解题要求	33
3.3 范例精解	34
第 4 章 物体系的平衡	43
4.1 理论提要·知识结构框图	43
4.2 习题分类·解题步骤·解题要求	44
4.3 范例精解	44
第 5 章 摩擦	57
5.1 理论提要·知识结构框图	57
5.2 习题分类·解题步骤·解题要求	59
5.3 范例精解	61
第 6 章 点的运动和刚体的基本运动	77
6.1 理论提要·知识结构框图	77
6.2 习题分类·解题步骤·解题要求	85
6.3 范例精解	87
第 7 章 点的复合运动	99
7.1 理论提要·知识结构框图	99
7.2 习题分类·解题步骤·解题要求	101
7.3 范例精解	107

第 8 章 刚体的平面运动·运动学综合应用	126
8.1 理论提要·知识结构框图	126
8.2 习题分类·解题步骤·解题要求	131
8.3 范例精解	134
第 9 章 质点动力学	156
9.1 理论提要·知识结构框图	156
9.2 习题分类·解题步骤·解题要求	158
9.3 范例精解	159
第 10 章 质点的振动	168
10.1 理论提要·知识结构框图	168
10.2 习题分类·解题步骤·解题要求	173
10.3 范例精解	174
第 11 章 动能定理	181
11.1 理论提要·知识结构框图	181
11.2 习题分类·解题步骤·解题要求	186
11.3 范例精解	188
第 12 章 动量定理和质心运动定理	203
12.1 理论提要·知识结构框图	203
12.2 习题分类·解题步骤·解题要求	207
12.3 范例精解	208
第 13 章 动量矩定理·动力学普遍定理综合应用	220
13.1 理论提要·知识结构框图	220
13.2 习题分类·解题步骤·解题要求	225
13.3 范例精解	226
第 14 章 达朗贝尔原理和动静法	251
14.1 理论提要·知识结构框图	251
14.2 习题分类·解题步骤·解题要求	256
14.3 范例精解	257
第 15 章 碰撞	274
15.1 理论提要·知识结构框图	274
15.2 习题分类·解题步骤·解题要求	278
15.3 范例精解	279
第 16 章 虚位移原理	294
16.1 理论提要·知识结构框图	294
16.2 习题分类·解题步骤·解题要求	298

16.3 范例精解	299
第 17 章 动力学普遍方程·拉格朗日方程·动力学综合应用	316
17.1 理论提要·知识结构框图	316
17.2 习题分类·解题步骤·解题要求	318
17.3 范例精解	319
附录 A 理论力学课程考试试题及其解答	363
附录 B 硕士研究生入学考试理论力学试题及其解答	385
参考文献	393

第 1 章 静力学的基本概念和物体的受力分析

1.1 理论提要·知识结构框图

1.1.1 理论提要

1. 静力学基本概念

(1) 力的概念。力是物体间相互的机械作用。这种作用可使物体的运动状态和形状发生改变。前者称为力的运动效应或外效应,后者称为力的变形效应或内效应。

(2) 刚体的概念。刚体是指在力的作用下形状和大小都始终保持不变的物体。或者说,刚体内任意两点间的距离保持不变。刚体是实际物体抽象化的一个力学模型。

(3) 平衡的概念。平衡是指物体相对于某个惯性参考系处于静止或作匀速直线运动,它是机械运动的特殊情况。

(4) 约束和约束反力的概念。限制非自由体运动的条件,称为加于该非自由体的约束。为方便起见,把构成约束条件的周围物体,也称为约束。约束反力是约束作用在被约束物体上的力,其方向与约束类型有关。约束反力的方向恒与非自由体被约束所阻碍的位移方向相反。约束反力可简称为约束力或反力。

2. 静力学公理

公理一 (二力平衡公理) 要使刚体在两个力作用下维持平衡的必要和充分条件:这两个力的大小相等,沿同一直线作用,而指向相反。

公理二 (加减平衡力系公理) 可以在作用于刚体的任何一个力系上加上或减去几个平衡力系,而不改变原力系对该刚体的作用。

推理一 (力在刚体上的可传性) 作用在刚体上的力,它的作用点可沿其作用线在该刚体内任意移动,而不改变这力对该刚体的作用。

公理三 (力的平行四边形法则) 作用于物体上任一点的两个力,可以合成为作用于同一点的一个合力。合力的矢由原两力的矢为邻边而作出的力平行四边形的对角矢来表示。即合力为原两力的矢量和。

推理二 (三力平衡汇交定理) 当刚体在三个力作用下平衡时,设其中两个力的作用线相交于某点,则此三个力必在同一平面内,且第三个力的作用线必定也

通过该点。

公理四 (作用和反作用定律) 任何两个物体相互作用的力,总是大小相等,作用线相同,但指向相反,并分别作用在这两个物体上。

公理五 (刚化公理) 设变形体在某力系作用下处于平衡状态,如将这个已变形的平衡物体变成刚体(刚化),其平衡状态保持不变。

注 公理一和公理二仅适用于刚体,而公理三和公理四对任何物体都适用。

3. 几种基本约束类型及其约束反力

(1) 柔软的绳索(链条或胶带等)构成的约束。约束反力只能是拉力,作用在接触点,其方向沿着绳索而背离被约束的物体,如图 1.1 和图 1.2 所示。

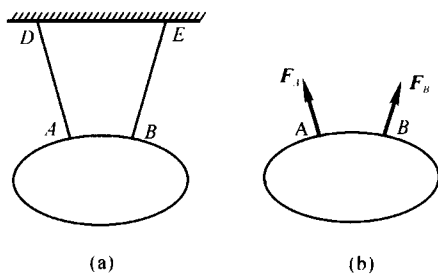


图 1.1

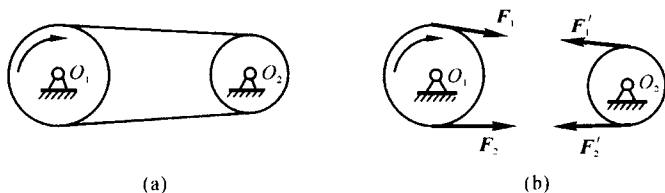


图 1.2

(2) 光滑接触表面的约束。约束反力作用在接触处,方向沿接触表面的公法线,并指向被约束的物体,如图 1.3 和图 1.4 所示。

(3) 光滑圆柱铰链和固定铰链支座。约束反力的作用线必在垂直于圆柱轴线的平面内并通过圆心,而它的方向则不能预先独立确定。它可用通过圆心而大小未知的两个正交分力表示,如图 1.5 和图 1.6 所示。

(4) 活动(铰链)支座。约束反力与支承面垂直,其作用线通过铰链的轴心。这类支座也可不用铰链而用单个滚子来实现,如图 1.7 所示。

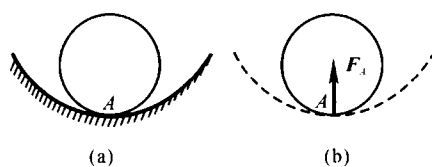


图 1.3

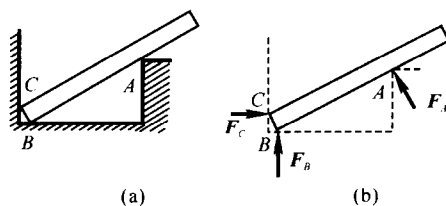


图 1.4

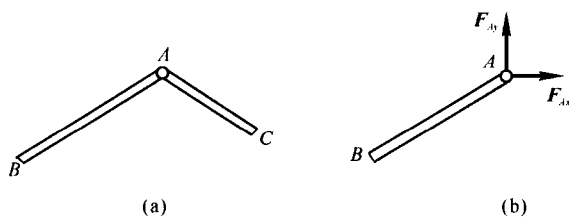


图 1.5

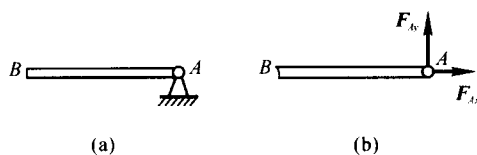


图 1.6

(5) 球铰链。约束反力的作用线恒通过铰链球心,其方向不能预先独立确定。它可用通过球心而大小未知的 3 个正交分力表示,如图 1.8 所示。

(6) 双铰链刚杆连接。本身不受主动力作用的双铰刚杆的约束反力,其方向必定沿两端铰链中心的连线,如图 1.9 所示。

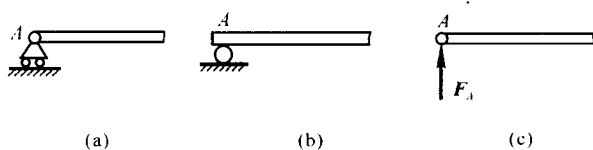


图 1.7

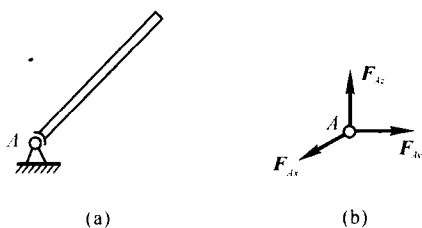


图 1.8

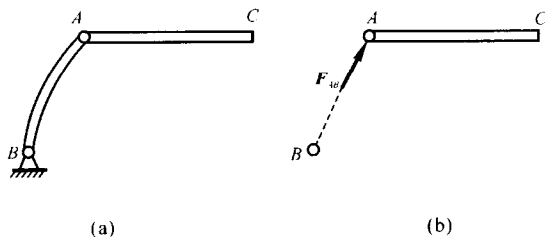
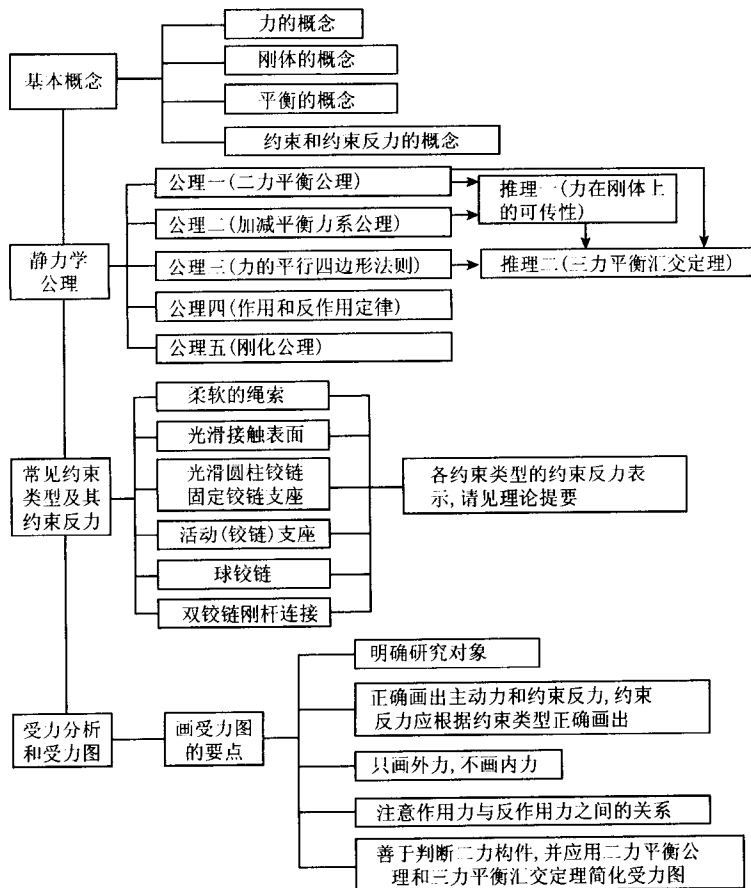


图 1.9

小结

本章介绍了静力学的 4 个基本概念,静力学的 5 个公理,几种常见约束类型及其约束反力的表示方法;在此基础上介绍了受力分析和如何画受力图。受力分析和受力图不仅是本章的重点,还将贯穿到静力学和动力学。本章的难点是约束反力的正确表示方法。今后还将陆续介绍其他较复杂的约束类型(如固定(插入)端、向心轴承、止推轴承、蝶铰链等),以及其约束反力的表示方法。

1.1.2 知识结构框图



1.2 习题分类·解题步骤·解题要求

1.2.1 习题分类

画受力图大致可分为以下两大类型:

- (1) 画单个物体平衡时的受力图。
- (2) 在物体系平衡时, 画单个物体、物体系中某些物体的组合体, 以及整个物体系的受力图。

1.2.2 解题步骤

正确地对研究对象(或分离体)进行受力和画出相应的受力图, 是分析和

解决力学问题的前提和关键,它贯穿于静力学和动力学的整个过程。画受力图的步骤如下。

(1) 明确研究对象。根据题目要求,可以取单个物体为研究对象,也可以取由几个物体组成的系统为研究对象。将研究对象从约束中分离出来,故研究对象也称为分离体。

(2) 对研究对象进行受力分析,首先画出全部的主动动力。

(3) 根据约束的类型,正确画出相应的约束反力。不要凭主观臆测或片面地按主动动力的方向错误推想约束反力的方向。

1.2.3 注意事项

(1) 不要多画力。由于力是物体间相互的机械作用,因此,应明确研究对象上所受的每一个力是由周围哪个物体施加的。

(2) 不要漏画力。必须明确研究对象与周围哪些物体接触,在接触处应有相应的约束反力。

(3) 不要画错力的方向。除应根据不同约束正确画出约束反力以外,在分析两物体之间的相互作用时,这些力的箭头应符合作用力与反作用力的关系。

(4) 在研究物体平衡问题时,只画研究对象上所受的外力,不画成对出现的内力。

(5) 要善于判断二力构件,并根据二力平衡公理和三力平衡汇交定理以及其他力学理论简化受力图。

(6) 受力图必须完全正确,不允许发生任何错误,不要多画、漏画、错画任何力,否则将导致以后的力学分析和计算错误。从本章起向读者介绍约束和约束反力以及受力分析和受力图,这些内容将贯穿到静力学和动力学所有章节,并不断丰富和深化这些内容,它们也是读者学习理论力学的重点和难点,从现在起应引起读者高度重视。

1.2.4 解题要求

(1) 根据不同的约束类型,正确表示相应的约束反力。

(2) 在理解 4 个基本概念、5 个静力学公理和 2 个推理的基础上,正确、工整地画出研究对象(或分离体)的受力图。

1.3 范例精解

例 1.1 杆 AB 和 BC 在 B 端用光滑圆柱铰链连接, A 、 C 是固定铰链支座,如图 1.10(a)所示。已知力 F 作用在铰销 B 上,杆重不计,试分别画出杆 AB 、杆

BC、铰销 B 的受力图。

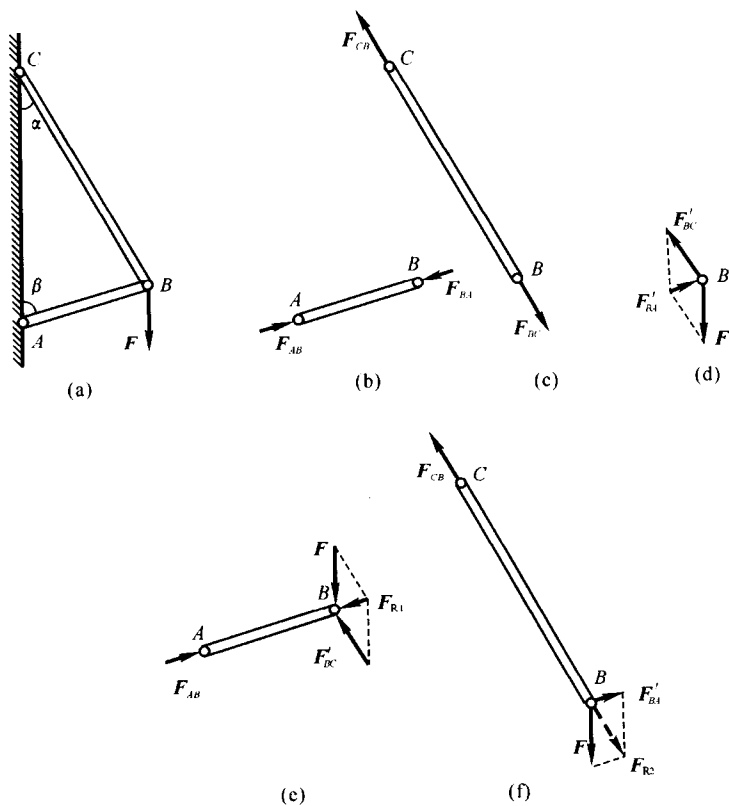


图 1.10

解 因为杆重不计,杆 AB 和 BC 都是二力构件。由经验可知,支座 A 和铰销 B 对杆 AB 的作用力 F_{AB} 和 F_{BA} 是压力,如图 1.10(b)所示;而铰销 B 和支座 C 对杆 BC 的作用力 F_{BC} 和 F_{CB} 是拉力,如图 1.10(c)所示。

铰销 B 除受主动力 F 作用外,还受到杆 AB 和 BC 对它作用的约束力 F'_{BA} 和 F'_{BC} ,如图 1.10(d)所示。其中 F'_{BA} 与 F_{BA} , F'_{BC} 与 F_{BC} 互为作用力与反作用力关系,故有 $F'_{BA} = -F_{BA}$, $F'_{BC} = -F_{BC}$ 。

讨论

1. 如果要画杆 AB 和铰销 B 组成系统的受力图,该系统的 B 端除受主动力 F 作用外,还受到杆 BC 对它的约束力 F'_{BC} ,这时不画杆 AB 与铰销 B 之间的内力 F_{BA} 和 F'_{BA} ,如图 1.10(e)所示。由于该系统只在 A, B 两点受力作用而平衡,根据二力平衡公理, A, B 两点的合力必沿其作用点 A, B 的连线。其中,点 B 的合力

$F_{R1} = F + F'_{BC}$, 且 F_{R1} 与 F_{AB} 构成平衡力系。同理, 可画出杆 BC 和铰销 B 组成系统的受力图, 如图 1.10(f) 所示, 其中, 点 B 的合力 $F_{R2} = F + F'_{BA}$ 。可见, 当铰销 B 作用有主动力 F 时, 杆端 B 是否包含铰销 B , 将影响杆端 B 的受力表示方法, 但不影响对杆的受力效应。

2. 如果要考虑杆件的重量, 则杆件不再是二力构件。如果杆 AB 和 BC 都是匀质细杆, 重力分别为 G_1 和 G_2 , 请读者试解本题。

例 1.2 平面刚架 $ABCD$ 的 A 端为光滑固定铰链支座, D 端为活动铰链支座, 在 E 处作用水平力为 F , 如图 1.11(a) 所示。如果不计刚架重量, 试画出该刚架的受力图。

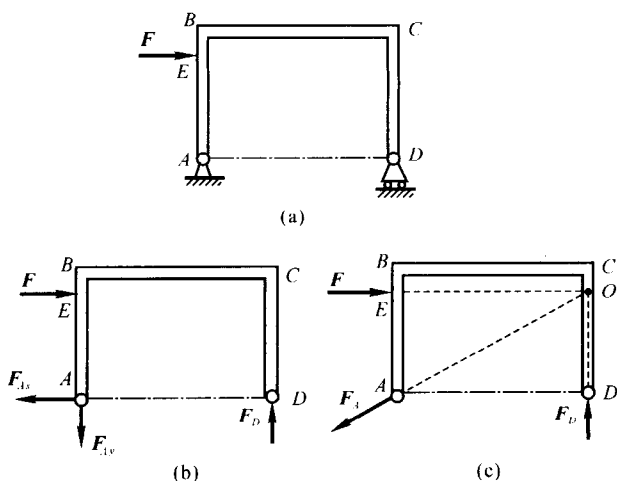


图 1.11

解 本题是单个物体的平衡问题。取刚架 $ABCD$ 为研究对象, 把刚架从支座中分离出来, 如图 1.11(b) 所示。刚架在 E 处受主动力 F 的作用, 在 A 和 D 处还受约束反力的作用。 D 处是活动铰链支座, 它的约束反力应通过铰销中心 D 并与支承面垂直, 沿铅直向上的方向。固定铰链支座 A 的约束反力通过铰销中心 A , 它的大小和方向都不能预先独立地确定, 一般可用 2 个正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 表示。

由于不计刚架的重量, 刚架只受 3 个彼此不平行的力 F 、 F_A 和 F_D 作用而处于平衡状态。根据三力平衡汇交定理, 这 3 个力的作用线应汇交于同一点。由于力 F 和 F_D 的作用线交于点 O , 故力 F_A 的作用线必沿通过 A 、 O 两点的连线, 如图 1.11(c) 所示。图中力 F_A 的指向是假定的, 它的真实指向将在下章中确定。

例 1.3 匀质圆球 C 重 G , 由杆 AB , 绳索 BF 和墙壁支持, A 处是固定铰链支座, 如图 1.12(a) 所示。如果不计摩擦和其余构件的重量, 试分别画出球 C 和杆