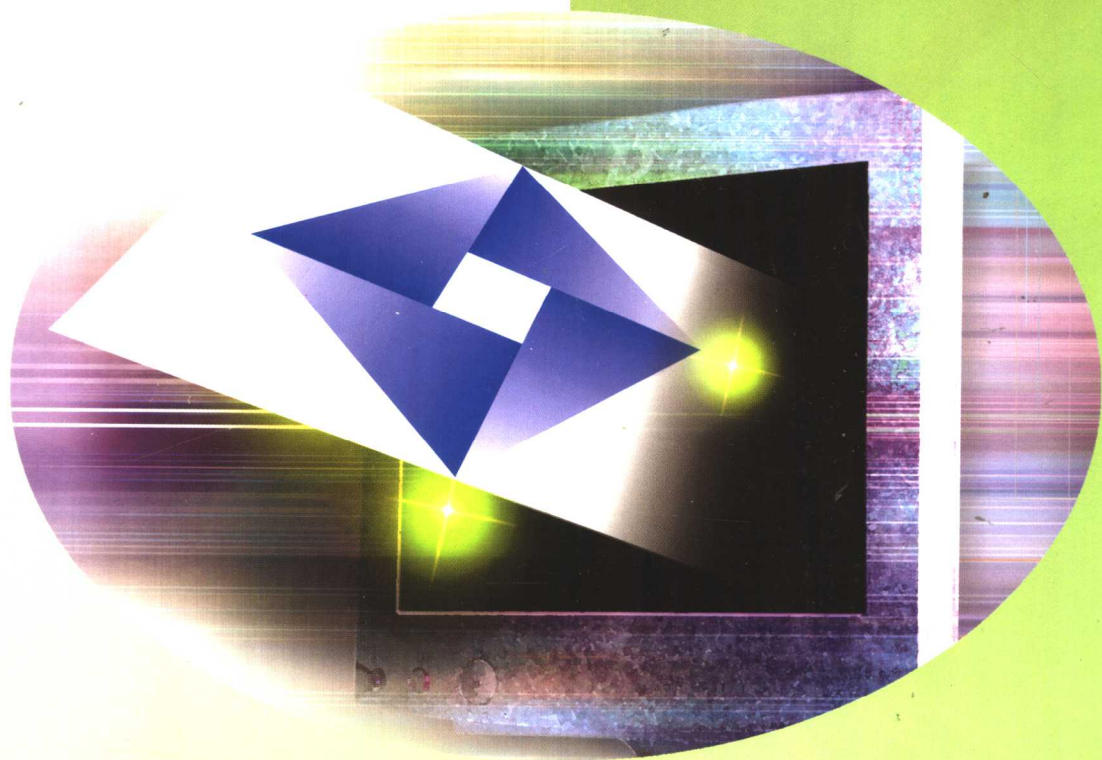




义务教育课程标准实验教科书

数学 八年级 上册

教师教学用书

课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心

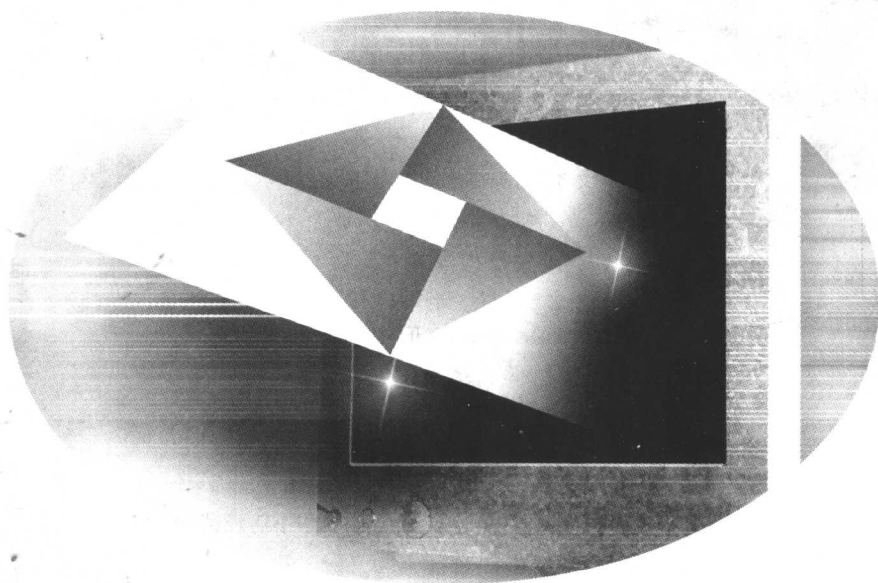
人民教育出版社

义务教育课程标准实验教科书

数学 八年级 上册

教师教学用书

课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社

RBJ97 / 04

主 编：林 群

副 主 编：田载今 薛 彬

本册主编：薛 彬 叶尧城

主要编者：田载今 左怀玲 薛 彬 李海东 林立军

叶尧城 邓泾河 万新才 南秀全 孙建伟

罗昭旭 郭茂荣 吴明龙

责任编辑：李海东

义务教育课程标准实验教科书

数学 八年级 上册

教师教学用书

课 程 教 材 研 究 所 编 著
中学数学课程教材研究开发中心

*

人民教育出版社出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编：100009)

网址：<http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本：787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张：23 字数：491 000

2005 年 6 月第 1 版 2005 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 7-107-18642-6 定价：24.70 元
G·11732 (课)

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版社联系调换。

(联系地址：北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编：100078)

说明

人教版义务教育课程标准实验教材数学(七~九年级),是以教科书为基础的系列化教材,包括基本教材和配套教学资源。基本教材是教科书和教师教学用书;配套教学资源包括学生学习参考用书、自读课本、素质教育新学案、学具、教学设计与案例、教学投影片等。

人教版《义务教育课程标准实验教科书·数学(七~九年级)》是根据教育部制订的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》编写的,全套书分为六册,每学期一册,内容包括“数与代数”“空间与图形”“统计与概率”“实践与综合应用”四个领域,在体系结构的设计上力求反映这些内容之间的联系与综合,使它们成为一个有机的整体,其中对于“实践与综合应用”领域的内容,以“课题学习”和“数学活动”等形式分散地编排于各章之中。

本套教科书在体例安排上有如下特点:

1. 每章开始均配有反映本章主要内容的章前图和引言,可供学生预习用,也可作为教师导入新课的材料。

2. 正文中设置了“观察”“思考”“探究”“讨论”“归纳”等栏目,栏目中以问题、留白或填空等形式为学生提供思维发展、合作交流的空间。

3. 适当安排了“观察与猜想”“实验与探究”“阅读与思考”“信息技术应用”等选学栏目,为加深对相关内容的认识,扩大学生的知识面,运用现代信息技术手段学习等提供资源。

4. 正文的边空设有“小贴示”和“云朵”,“小贴示”介绍与正文内容相关的背景知识,“云朵”中是一些有助于理解正文的问题。

5. 每章安排了几个有一定综合性、实践性、开放性的“数学活动”,学生可以结合相关知识的学习或全章的复习有选择地进行活动,不同的学生可以达到不同层次的结果;“数学活动”也可供教师教学选用。

6. 每章安排了“小结”,包括本章的知识结构图和对本章内容的回顾与思考。

7. 本书的习题分为练习、习题、复习题三类。练习供课上使用,有些练习是对所学内容的巩固,有些练习是相关内容的延伸;习题供课内或课外作业时选用;复习题供复习全章时选用。其中习题、复习题按照习题的功能分为“复习巩固”“综合应用”“拓广探索”三类。

这套教师教学用书与《义务教育课程标准实验教科书·数学(七~九年级)》相对应,供教师教学参考使用。全套书分为六册,每册书按章编排,每章内容与相应教科书内容对应。教师教学用书的每一章主要包括以下六部分:

第一部分是总体设计,包括本章的课程学习目标、知识结构框图、内容安排、课时安排、学法教法建议等内容。

第二部分印有教科书的相应章节正文,正文旁印有教科书正文的注释及教科

书中练习的答案和说明，正文下部按小节分条阐述各小节编写意图、学生学习过程中可能出现的困难和问题、教学建议等。

第三部分是本章习题的参考答案。

第四部分提供了几个教学案例，供教师教学时参考。每一个教学案例是一个课时的课堂教学设计，内容包括教学任务分析、教学流程安排、教学过程设计、教学设计说明等几方面。

第五部分是拓展资源。根据每章的教学内容，为教师提供相应的拓展资料，包括知识内容的拓广延伸和相关史料、拓展性问题、数学活动等。

第六部分是评价建议和测试题。评价建议从知识技能、数学能力、情感态度等几方面为教师提出本章评价建议，并提供了一套测试题供参考，并说明了每道测试题的设计意图、评分标准等。

本书是八年级上册的教师教学用书，内容包括“一次函数”“数据的描述”“全等三角形”“轴对称”“整式”五章，各章授课时间大致分配如下（仅供参考）：

第十一章	一次函数	15 课时
第十二章	数据的描述	12 课时
第十三章	全等三角形	10 课时
第十四章	轴对称	12 课时
第十五章	整式	13 课时

除已列出的主要编写者外，参加本册教师教学用书编写、讨论的还有雷宗刚、范海进、刘吉冬、邓明凤、胡华、吴青云、易爱华、汪彬、杨田、曾庆丰、赵小平、卢贤华、张成国、严博文、吕中浩、邵明武、李华斌、周军高、胡雄华、曹丽娟、谭春玲等。

本书在编写过程中征求了全国各地部分教师和教研人员的意见，在此表示衷心感谢。

课 程 教 材 研 究 所
中学数学课程教材研究开发中心

2005 年 4 月



目 录

第十一章 一次函数	1
I 总体设计	1
II 教材分析	6
11.1 变量与函数	8
11.2 一次函数	26
11.3 用函数观点看方程(组)与不等式	42
数学活动	51
小结	52
复习题 11	53
III 习题解答	56
IV 教学设计参考案例	60
11.2.1 正比例函数(第1课时)	60
11.2.2 一次函数(第2课时)	66
11.3.3 一次函数与二元一次方程(组)	70
V 拓展资源	74
VI 评价建议与测试题	80
第十二章 数据的描述	85
I 总体设计	85
II 教材分析	90
12.1 几种常见的统计图表	92
12.2 用图表描述数据	105
12.3 课题学习 从数据谈节水	117
数学活动	120
小结	122
复习题 12	123
III 习题解答	126
IV 教学设计参考案例	131
12.1.1 条形图与扇形图	131
12.2.1 用扇形图描述数据	135
12.3 课题学习 从数据谈节水(第1课时)	139
V 拓展资源	142
VI 评价建议与测试题	144

第十三章 全等三角形	149
I 总体设计	149
II 教材分析	152
13.1 全等三角形	154
13.2 三角形全等的条件	158
13.3 角的平分线的性质	171
数学活动	176
小结	177
复习题 13	178
III 习题解答	180
IV 教学设计参考案例	182
13.1 全等三角形	182
13.2 三角形全等的条件 (第 1 课时)	186
13.3 角的平分线的性质 (第 1 课时)	190
V 拓展资源	195
VI 评价建议与测试题	200
第十四章 轴对称	204
I 总体设计	204
II 教材分析	208
14.1 轴对称	210
14.2 轴对称变换	220
14.3 等腰三角形	232
数学活动	245
小结	247
复习题 14	248
III 习题解答	252
IV 教学设计参考案例	256
14.1 轴对称 (第 1 课时)	256
14.2.1 轴对称变换	260
14.3.1 等腰三角形 (第 1 课时)	263
V 拓展资源	267
VI 评价建议与测试题	273
第十五章 整式	277
I 总体设计	277
II 教材分析	282
15.1 整式的加减	284
15.2 整式的乘法	291
15.3 乘法公式	301



15.4	整式的除法	309
15.5	因式分解	316
	数学活动	325
	小结	327
	复习题 15	328
III	习题解答	330
IV	教学设计参考案例	334
	15.1.2 整式的加减 (第 1 课时)	334
	15.5.2 公式法 (第 1 课时)	338
	数学活动	342
V	拓展资源	346
VI	评价建议与测试题	356



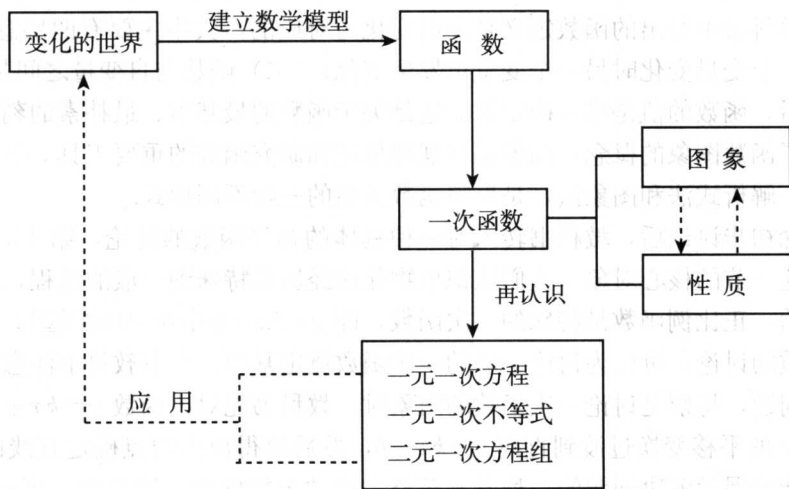
第十一章 一次函数

I 总体设计

一、课程学习目标

1. 以探索实际问题中的数量关系和变化规律为背景, 经历“找出常量和变量, 建立并表示函数模型, 讨论函数模型, 解决实际问题”的过程, 体会函数是刻画现实世界中变化规律的重要数学模型.
2. 结合实例, 了解常量、变量和函数的概念, 体会“变化与对应”的思想, 了解函数的三种表示方法(列表法、解析式法和图象法), 能利用图象数形结合地分析简单的函数关系.
3. 理解正比例函数和一次函数的概念, 会画它们的图象, 能结合图象讨论这些函数的基本性质, 能利用这些函数分析和解决简单实际问题.
4. 通过讨论一次函数与方程(组)及不等式的关系, 从运动变化的角度, 用函数的观点加深对已经学习过的方程(组)及不等式等内容的认识, 构建和发展相互联系的知识体系.

二、本章知识结构框图



三、内容安排

本章的主要内容包括: 变量与函数的概念, 函数的三种表示法, 正比例函数和一次函数的概念、图象、性质和应用举例, 用函数观点再认识一元一次方程、一元一次不等式和二元一次方程组.

世界是运动变化的, 函数是研究运动变化的重要数学模型, 它来源于客观实际又服务于客观实际. 本章中实际问题贯穿于始终, 它们中有些是作为函数的实际背景为学习抽象概念服务的, 有些

是作为应用举例体现函数的广泛的应用性，并为培养应用数学解决实际问题的意识和能力服务的。在建立和运用函数这种数学模型的过程之中，变化与对应的思想是重要的基础，所谓变化与对应的思想包括两个基本意思：（一）世界是变化的，客观事物中存在大量的变量；（二）在同一个变化过程中，变量之间不是孤立的，而是相互联系的，一个变量的变化会引起其他变量的相应变化，这些变化之间存在对应关系。以上两点正是本章内容中蕴涵的基本思想。函数是从数量角度反映变化规律的数学模型，而变化规律表现在变量（自变量与函数）之间的对应关系上，即通过数或形定量地描述这种对应关系。因此，函数是体现运动与对应思想的基本数学概念。

人的认识过程是波浪式前进、螺旋式上升的。学习数学中的一个重要的基本概念，需要分阶段地完成，逐步深化认识程度。本套教科书将对代数函数的学习分三章安排，即八年级上学期学习第十一章“一次函数”，八年级下学期学习第十七章“反比例函数”，九年级下学期学习第二十六章“二次函数”。在学习这些内容之前，分别安排了学习一次方程（组）、分式方程和一元二次方程，即按代数运算类型划分阶段，将函数作为方程的后续内容。本章是学习函数的第一阶段，其教学目标如前所述，重点在于初步认识函数概念，并具体讨论最简单的初等函数——一次函数。

本章在学生在一元一次方程、二元一次方程组和一元一次不等式等以一次（线性）运算为基础的数学模型的已有认识上，从变化和对应的角度，对一次运算进行更深入的讨论。

教科书在进入专门对一次函数的讨论之前，安排学生先了解函数的一般概念。第 11.1 节首先从 5 个具有实际背景的问题入手，引导学生通过填表和列式表示问题中相关的量，从中认识常量和变量的主要特征，学会区别它们。接着，教科书通过“归纳”栏目总结出这些问题中变量间关系的共同特点，即问题中的两个变量互相联系，当其中一个变量取定一个值时，另一变量有唯一确定的对应值。教科书又继续用心电图、人口统计表等问题对这种变化与对应关系进行了补充和强化，这也为后面的函数表示法写下伏笔。在此基础上，教科书第一次给出了函数的一般概念以及自变量、函数值等概念。教科书中给出的函数定义是突出变化与对应的，其中主要有两层意思：（一）两个变量互相联系，一个变量变化时另一个变量也发生变化；（二）函数与自变量之间是单值对应关系，自变量的值确定后，函数的值是唯一确定的。这是关于函数的最基本、最朴素的刻画。这一节的最后部分重点讨论了函数图象的概念，图象是直观地描述和研究函数的重要工具。三种常见的函数表示法，即列表法、解析式法和图象法，是反映函数关系的三种不同形式。

在对函数概念初步讨论后，教科书转入对一种具体的初等函数的讨论，第 11.2 节的标题“一次函数”点出了这一节的核心对象。人们认识事物往往经历从特殊到一般的过程，这一节首先从讨论正比例函数开始，正比例函数是特殊的一次函数，即 $y=kx+b$ 中 $b=0$ 的类型。对正比例函数的定义、图象和性质的讨论，可以为讨论一般的一次函数奠定基础。本节教科书注意了引导学生从特殊到一般地认识问题，特别是讨论一次函数的图象时，教科书先对比函数 $y=kx+b$ 和 $y=kx$ 的区别，由直线 $y=kx$ 的平移变换过渡到直线 $y=kx+b$ ，然后再得出由两点确定直线的一般方法。采用这种处理方式能够展示解决问题的一种基本策略，即“先特殊化、简单化，再一般化、复杂化”的做法。本节的最后部分，通过例题以解析式、图象和列表等不同形式，讨论了一次函数本身以及它的应用，初步反映了以一次函数为数学模型解决实际问题的过程。

在学习过程中，人们需要不断地提高认识问题的水平。本章最后的第 11.3 节“用函数观点看方程（组）与不等式”，从函数的角度对前面学习过的一元一次方程、一元一次不等式和二元一次方程组重新进行了分析，这种再认识不是原来水平上的回顾复习，而是站在更高的起点上的动态分析。用一次函数可以把上述三个不同的数学对象统一起来认识，由此可见函数的重要性。“水涨船高”，随着知识积累的增加，认识事物的水平也会相应提高。“站得高看得远”，通过学习本节内



容,不仅可以加对方程(组)与不等式等数学对象的理解,而且可以加大对已经学过的相关内容之间的联系的认识,加强知识间横纵向的融会贯通,提高灵活地分析解决问题的能力.这也从一个侧面反映了函数概念的作用.

本章的数学活动中,安排了根据表格中实际问题的数据信息用函数进行预测估计或选择方案的问题.安排这些问题的目的在于:一方面通过实际生活中的问题,进一步突出函数这种数学模型应用的广泛性和有效性;另一方面使学生能在解决实际问题的情境中运用所学数学知识,进一步提高分析问题和解决问题的综合能力.本章在学生已有的建立方程或不等式这样的数学模型的基础上,继续重视数学与实际的关系,在建立函数这种应用更广泛的数学模型的过程中继续体现建模思想.

此外,教科书对于数学与其他科学技术的联系也予以关注.例如,“阅读与思考 科学家如何测算地球的年龄”中,介绍了放射性物质蜕变过程中指数函数变化曲线对确定半衰期的作用等.编者希望学生通过学习本章不仅进一步学习数学,而且也能扩大对相关科技知识的了解.

四、课时安排

本章教学时间约需 15 课时,具体分配如下(仅供参考):

11.1 变量与函数	5 课时
11.2 一次函数	5 课时
11.3 用函数观点看方程(组)与不等式	3 课时
数学活动	
小结	2 课时

五、学法教法建议

1. 重视数学概念中蕴涵的思想,注意从运动变化和联系对应的角度认识函数

数学是以数量关系和空间形式为主要研究对象的科学,数量关系和空间形式是从现实世界中抽象出来的,世界永远是处于运动变化之中的,因此无论是数量关系中还是空间形式中都充满了有关运动变化的问题.函数正是研究运动变化的重要数学模型,它反映的是变量之间的对应规律,它对研究数量关系的作用是十分显然的.由于空间形式可以代数化(解析几何的产生就是典型例证),所以在对于空间形式的研究中函数也能发挥巨大作用,数学史的发展对此有充分的证明,函数在当今数学的各个领域都是极为重要的角色.

函数概念来源于客观实际需要,也来自数学内部发展的需要.它是以变化与对应的思想为基础的数学概念.怎样认识函数概念呢?学习函数概念不能只注重背记定义而不关注它的实质,要使学生理解定义的真正含义,即函数概念的实质就是运动变化与联系对应.使学生了解对于许多客观事物必须从运动变化的角度研究,许多问题中的各种变量是相互联系的,变量之间存在对应规律.变量的值之间存在对应关系,其中就有单值对应关系,刻画这种关系的数学模型就是函数.本章所讨论的是最简单、最基本的函数,但是函数不分简单还是复杂在本质上都是上面所说的那样的数学模型.作为关于函数的初始教学,应有意识地体现函数的本质,这正是本章内容中蕴涵的基本思想.当然,对于运动变化与联系对应的思想的认识也是需要逐步理解的,所以教学中应注意在不同阶段对这一思想的渗透和介绍要有不同的做法和要求,要逐步深化,要从具体到抽象,从特殊到一般地引导学生认识它.

本套教科书在本章中首次正式出现函数概念,通过本章教学,学生应对函数形成初步的正确认识,即认识到虽然函数的表示方法有多种,不同问题所对应的函数的具体形式可以形形色色,但是

各种函数都是反映变化规律的数学工具，现在学习的函数都是刻画同一个变化过程中两个变量之间的对应关系的模型，对于同一类问题可以用同一类函数进行研究（例如用一次函数研究线性规划问题）。

2. 借助实际问题情境，由具体到抽象地认识函数；通过函数应用举例，体现数学建模思想

现实中存在大量问题涉及具有简单函数关系的变量，其中许多问题中的数量关系是一次（也称线性）的，这为学习本章内容提供了大量的现实素材。在本章教科书中，实际问题情境多次出现，其作用主要体现在以下方面：

（一）引入或解释函数等概念，例如通过候鸟飞行问题引入正比例函数，通过登山问题引入一次函数，通过第 11.1 节中一系列具体例子解释变量间的对应关系等，这样做的目的是借助直观的、具体的事物为理解抽象的内容服务。

（二）作为函数的应用举例，例如第 11.1 节中例 4 的水位预测，第 11.2 节中例 6 的运输规划等，体现数学建模思想，反映函数的广泛应用性。

本章明确提出“为了更深刻地认识千变万化的世界，人们经归纳总结得出一个重要的数学工具——函数，用它描述变化中的数量关系。函数的应用极其广泛。”在本章的教学和学习中，要充分注意有关现实背景，通过它们反映出函数来自实际又服务于实际，加强对函数是解决现实问题的一种重要数学模型的认识。

找出问题中相关变量之间的关系，并以数学形式表现这种关系，是本章中用数学模型表示和解决实际问题的关键步骤，而正确地理解问题情境是基础。在本章的教学和学习中，可以从多种角度思考，借助图象、表格、式子等进行分析，寻找变量之间的关系，检验所建立的函数的合理性。教师还可以结合实际情况选择更贴近学生生活的各种问题，引导学生用函数分析解决它们。

3. 重视数形结合的研究方法

本章所讨论的对象是函数，函数的表示法之一是图象法，即通过坐标系中的曲线上点的坐标反映变量之间的对应关系。这种表示方法的产生，将数量关系直观化、形象化，提供了数形结合地研究问题的重要方法，这在数学发展中具有重要地位。恩格斯说：“笛卡儿变数的出现，是数学中的一个转折点，从此运动和辩证法进入了数学。”

在本章的教学和学习中，不能仅仅着眼于具体题目的解题过程，而应不断加深对相关数学思想方法的领会，从整体上认识问题的本质。以前我们曾多次提到数学思想方法是通过数学知识的载体来体现的，而对于它们的认识需要一个较长的过程，既需要教材的渗透，也需要教师的点拨，最后还需要学生自身的感受和理解。结合本章内容可以对数形结合的方法顺势自然地理解，并逐步加以灵活运用，发挥从数和形两个方面共同分析解决问题的优势。教学过程中，在函数解析式与图象的结合方面应有细致的安排设计，注意两者的互补作用，体现两者的联系，突出两者间的转化对分析解决问题的特殊作用。学习了本章之后不仅要知道有关函数的图象，更要体验图象的作用和数形结合的方法。数学思想方法是具体的数学知识的灵魂，数学思想方法对一个人的影响往往要大于具体的数学知识。

4. 加强对知识之间内在联系的认识，体会函数观点的统领作用

设计本章教科书的内容和结构时，注意了函数与以前所学习的其他代数知识的关系，力求能够在构建和发展一个较好的知识体系方面起到一定引导作用。为此，本章安排了第 11.3 节“用函数观点看方程（组）与不等式”，用函数的观点对前面学习过的一元一次方程、一元一次不等式和二元一次方程组重新进行了分析。教学中应能感受到这种再认识不是原来水平上的简单复习，而是站在更高处的俯瞰。教师需要明确安排这一节的目的，把握这些内容的要求尺度。教科书的设计者希



望能通过这些内容的教学，加强知识间横向和纵向的联系，发挥函数对相关内容的统领作用，使学生能用一次函数可以把以前学习的方程和不等式等不同的数学对象统一起来认识，逐步达到新旧知识的融会贯通，进一步体验函数的重要性，提高灵活地分析解决问题的能力。

由于本章最后部分是以新带故的内容，其中多数内容学生并不生疏，所以这部分内容很适合探究式学习方式，希望教学中注意加强学习的主动性，注意鼓励学生积极探究，教师设计必要的铺垫以便更好地启发诱导，让学生能在经过自己的分析来体验知识间的内在联系。

从特殊到一般地认识问题，是学习的一种途径。本章在讨论一次函数时，在函数解析式、图象、性质等问题上，注意了对比函数 $y=kx+b$ 和 $y=kx$ 的区别，并对这些问题进行了由特殊到一般的讨论。教学中应注意这种安排的前后联系，体现解决问题时“先特殊化、简单化，再一般化、复杂化”的基本策略。

5. 注重对于基础知识和基本技能的掌握，提高基本能力

本章中函数的基本概念，函数的一般表示法和一次函数的概念、图象、性质等是基础知识；会画一次函数（包括正比例函数）的图象，能结合图象讨论这些函数的基本性质等是基本技能；能利用这些函数分析和解决简单实际问题是基本能力。对于基础知识和基本技能的掌握和提高基本能力，都应在教学中得到落实。例如，第 11.1 节中对于描点法画函数图象的一般步骤进行了归纳，这对后续学习很重要，应使学生熟悉它。又如，一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 中 k 的正负对函数的增减性（图象的升降）的影响等，属于一次函数的基本性质，应使学生从数形两方面理解它们。

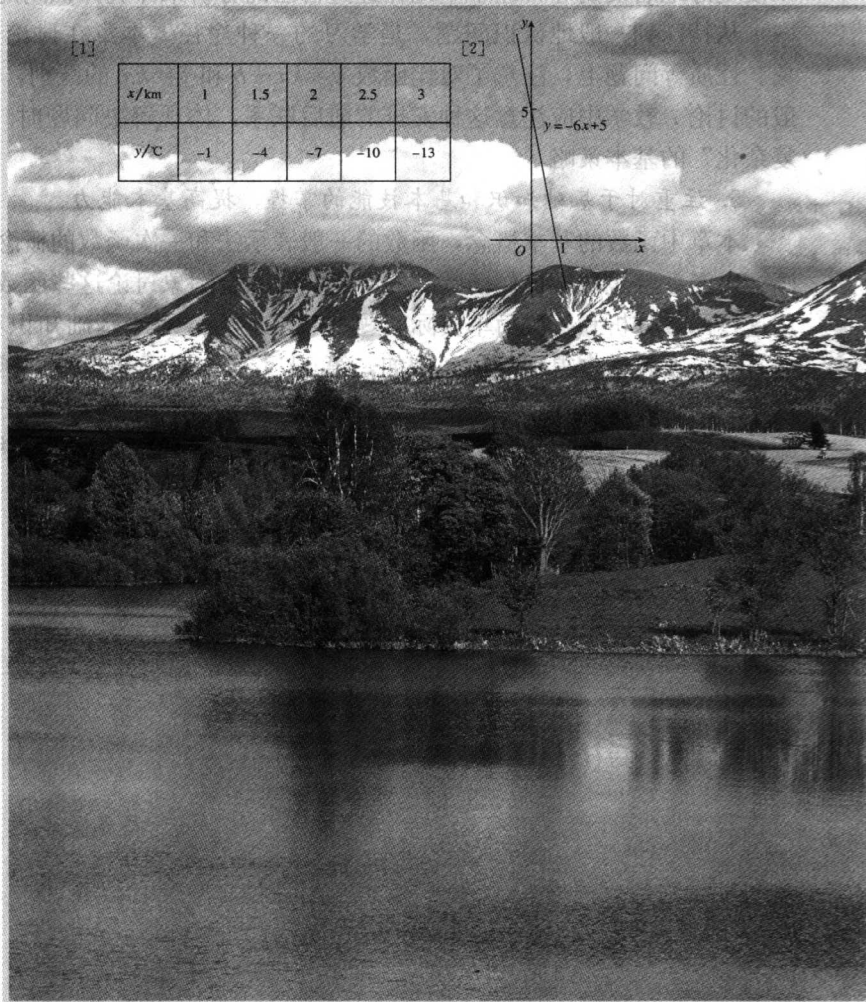


II 教材分析

[1] 这幅章前图的画面有近处的绿洲和远处雪山，它与本章第 11.2 节中的登山问题互相呼应。自然界中，随着海拔的升高，气温下降。气温的值 y 与海拔的改变量 x 之间具有一次函数关系。

[2] 这个表格和图象是对本章第 11.2 节中的登山问题中一次函数关系的两种描述方式。

第十一章 一次函数



1. 函数是重要的数学概念，它有广泛的应用，在义务教育阶段的数学课程中占重要地位。函数解析式属于代数式（式子中不含有加、减、乘、除、乘方和开方之外的运算）的函数，叫做代数函数。在本套教科书中有关代数函数的内容出现的先后顺序是：第 11 章 一次函数（八年级上），第 17 章 反比例函数（八年级下），第 26 章 二次函数（九年级下）。学生在初中阶段对函数的认识也是逐步深入的。

2. 多项式函数一般按照其中自变量（元）的个数和自变量的最高次数（指数）分类，这与方程的分类类似。按照课程标准，初中阶段所学习的代数函数包括：一次函数（含正比例函数），反比例函数和二次函数。它们分别对应一次、负一次和二次解析式。此外，还学习锐角三角函数，但锐角三角函数属于超越函数（三角运算不属于代数运算）。

3. 本章的第一节介绍一般函数的概念，第

11

- 11.1 变量与函数
- 11.2 一次函数
- 11.3 用函数观点看方程(组)与不等式

“万物皆变”——行星在宇宙中的位置随时间而变化；人体细胞的个数随年龄而变化；气温随海拔而变化；汽车行驶里程随行驶时间而变化……这种一个量随另一个量的变化而变化的现象大量存在。

为了更深刻地认识千变万化的世界，人们经归纳总结得出一个重要的数学工具——函数，用它描述变化中的数量关系。函数的应用极其广泛。

什么是函数？本章将通过具体问题引导你认识它，并且讨论一类最基本的函数——一次函数及其简单应用，最后用函数的观点再次认识方程(组)与不等式。

[1] 函数是反映变量间一种特殊关系——单值对应关系的数学模型。所谓单值对应关系，即对于自变量的每一个确定的值，另一变量有唯一确定的对应值。

[2] 本章以一次函数为核心内容，并通过一次函数对一次方程和不等式进行再认识。

第二节是核心内容一次函数，第三节是应用一次函数对相关知识进行再认识。

4. 本章也可以用学生感兴趣的其他实际问题引入。作为引入函数的实际问题背景应该是学生比较熟悉的，其中含有两个变量，可以分别它们设为 x , y ，当变量 x 每取定一个值后，变量 y 有唯一的对应值。

5. 本章教科书在编写时非常重视以下两点：

(1) 函数概念是重要的数学概念，对于它的

理解需要经历较长的过程，初步认识它时应注意结合简单的例子；

(2) “变化与对应”思想是隐含于函数概念中的基本思想，用函数观点可以对数学中的许多内容加深认识，从本章起教科书将注意适当运用函数观点分析有关问题。

[1] 这里的几个问题是为引出常量与变量的概念而设计的,也是为后面学习函数概念作准备的.

[2] 匀速运动中,路程=速度 $\times$ 时间,这里题目要求先填表,后写解析式,与后面的函数表示法相呼应.

[3] 弹簧原长指不挂重物时弹簧的长度.挂重物后弹簧在原长的基础上伸长,伸长量与重物的重量成正比例.

[4] 这里要求写成 $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ 的形式,只写出 $S = \pi r^2$ 或 $r^2 = \frac{S}{\pi}$ 的形式不合乎表示 r 的要求.

[5] 这里需要先用含 x 的式子表示长方形的宽度,然后再表示面积.

11.1 变量与函数

11.1.1 变量

先请思考下面几个问题:[1]

(1) 汽车以 60 千米/时的速度匀速行驶,行驶里程为 s 千米,行驶时间为 t 小时,先填下面的表,再试用含 t 的式子表示 s . [2]

t / 时	1	2	3	4	5
s / 千米					

(2) 每张电影票的售价为 10 元,如果早场售出票 150 张,日场售出票 205 张,晚场售出票 310 张,三场电影的票房收入各多少元?设一场电影售出票 x 张,票房收入为 y 元,怎样用含 x 的式子表示 y ?

(3) 在一根弹簧的下端悬挂重物,改变并记录重物的质量,观察并记录弹簧长度的变化,探索它们的变化规律.如果弹簧原长 10 cm,每 1 kg 重物使弹簧伸长 0.5 cm,怎样用含重物质量 m (单位: kg) 的式子表示受力后的弹簧长度 l (单位: cm)?

(4) 要画一个面积为 10 cm² 的圆,圆的半径应取多少?圆面积为 20 cm² 呢?怎样用含圆面积 S 的式子表示圆半径 r ? [4]

(5) 如图 11.1-1,用 10 m 长的绳子围成长方形.

试改变长方形的长度,观察长方形的面积怎样变化.记录不同的长方形的长度值,计算相应的长方形面积的值,探索它们的变化规律.设长方形的长为 x m,面积为 S m²,怎样用含 x 的式子表示 S ? [5]

这些问题反映了不同的事物的变化过

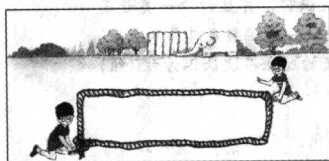


图 11.1-1

1. 本节分为三个小节,即 11.1.1 变量, 11.1.2 函数, 11.1.3 函数的图象. 其中,函数的一般概念,即变化与对应意义下的函数定义是本节的重点.

2. 本节最前面的 5 个问题中都含有变量之间的单值对应关系,通过讨论这些问题不仅可以引出常量与变量的概念,而且也为后面引出变量间的单值对应关系进而学习函数的定义作了铺垫. 这种从实际问题出发开始讨论的方式,出于

从具体到抽象地认识事物的考虑. 这 5 个问题的内容有物理问题、销售问题、几何问题等,问题的形式有填表、求值、写解析式等,这些都与后续讨论有联系. 对如何发挥这些问题的作用,教学中应通盘规划,对如何使用这些例子作出整体安排,使其前后衔接. 围绕学生比较熟悉其背景几个例子,系统地认识有关概念,有助于认识相关概念之间的联系和区别.

3. 对于函数概念的学习,需要经历从具体

程, 其中有些量(例如时间 t , 里程 s ; 售出票数 x , 票房收入 y ……) 的值是按照某种规律变化的. 在一个变化过程中, 我们称数值发生变化的量为 **变量** (variable). 有些量的数值是始终不变的, 例如上面问题中的速度 60(单位: 千米/时), 票价 10(单位: 元)……绳长 10(单位: m) 以及长方形的长宽之和 5(单位: m), 我们称它们为 **常量** (constant).^[1]

思考

具体指出上面的各问题中, 哪些量是变量, 哪些量是常量.

练习

举出一些变化的实例, 指出其中的常量与变量.

11.1.2 函数

11.1.1 的每个问题中是否各有两个变量?^[2] 同一个问题中的变量之间有什么联系?

在问题(1)中, 观察填出的表格, 你会发现: 每当行驶时间 t 取定一个值时, 行驶里程 s 就随之确定一个值, 例如 $t=1$, 则 $s=60$; $t=2$, 则 $s=120$ …… $t=5$, 则 $s=300$.

问题(2)中, 经计算可以发现: 每当售票数量 x 取定一个值时, 票房收入 y 就随之确定一个值, 例

[1] 一般地, 常量是不发生变化的量, 变量是发生变化的量, 这些都是针对某个变化过程而言的. 特别地, 有时也可以把常量当作特殊的变量, 例如对于 $y=1$ (x 是任意实数), 也称 y 是 x 的函数(常值函数). 这里认为 y 是总取同一个值的变量. 当然, 在本节中不宜过早地提及常量可当作特殊的变量, 以免混淆常量与变量的区别.

练习答案

略.

[2] 本章讨论的都是二元函数, 即问题中有两个变量相关, 其中一个变量为自变量, 另一个变量是自变量的函数.

到抽象的认识过程. 其中的关键是认识变量之间的单值对应关系. 当一个变量取定一个值时, 单值对应有两重含义: (一) 另一变量有对应值; (二) 对应值只有一个. 为此, 应通过不同形式, 包括观察表格、解析式和图象中不同变量的取值等, 体会相关变量之间的对应关系. 当我们考虑单值对应关系时, 对于两个相关变量往往不是同等对待的, 而是先对其中一个赋值, 再考虑另一个的对应值, 如果后者对前者的每一取值都有对

应值, 并且每次的对应值只有一个, 则称后者对前者单值对应. 这时称前者为自变量, 后者为前者的函数, 也称两者具有函数关系. 有些问题中, 例如当 $y=2x$ 时, 先考虑两个变量中的任何一个的取值, 另一个变量都是函数, 即两者互为对方的函数, $y=2x$ 且 $x=\frac{y}{2}$. 但是, 不是所有具有函数关系的两个变量都互为函数, 例如当 $y=x^2$ 时, y 对 x 单值对应, 它是 x 的函数; 而