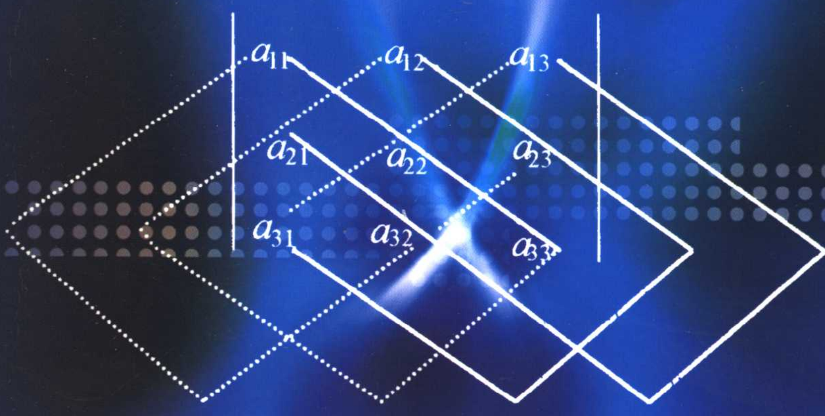
成人教育数学辅导系列

线性代数攻关

上海交通大学数学系 编



上海交通大学出版社

·成人教育数学辅导系列

线性代数攻关

上海交通大学数学系　编

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书为成人教育数学辅导系列丛书之一，由作为全国工科数学教学基地的上海交通大学数学系，组织教学第一线的老教师精心编撰。每章均先复习要点(定义、性质和计算等)；再作“例题精解”，均有详解，有的题给出多种解法，对典型题或难题，还专作“分析”、“点评”；“习题精选”则可供读者练习之用，均附“答案与提示”。

附录中收编了几家重点大学成人教育院校近年本科生线性代数试卷五份，均有答案与提示。

本书适合成人教育理、工、农、医科，经济管理和财经类各专业本、专科生阅读，也可作教师的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

线性代数攻关/上海交通大学数学系编．—上海：上海交通大学出版社，2005
(成人教育数学辅导系列)
ISBN 7-313-04117-9

Ⅰ．线…　Ⅱ．上…　Ⅲ．线性代数-成人教育：高等教育-教材　Ⅳ．O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 091116 号

线性代数攻关
上海交通大学数学系　编
上海交通大学出版社出版发行
(上海市番禺路 877 号　　邮政编码 200030)
电话：64071208　　出版人：张天蔚
上海市美术印刷厂印刷　全国新华书店经销
开本：880mm×1230mm　1/32　印张：7.25　字数：205 千字
2005 年 8 月第 1 版　　2005 年 8 月第 1 次印刷
印数：1—5 050
ISBN 7-313-04117-9/O·180　定价：12.00 元

前　　言

众所周知，大学数学是理、工、农、医、管理等各科各专业共同的基础课，其重要性不言而喻。由于数学本身抽象深奥，使不少学生对学数学有畏惧感，特别是数学考试总有人过不了关，因而数学课历来被学生称为“霸王课”。

怎样才能学好数学呢？数学界的名师、学业有成的学子对此回答不尽相同：

“首先要喜欢数学，喜欢了，自然会下功夫去学好。”

“学数学要勤奋，要多动脑、多动手、多动口。”

“课前要预习，课上认真听，课后要复习，作业必须独立完成。”

上述回答有共同之处：学数学要花时间，要多做习题。我国著名数学家苏步青院士在求学期间就曾做过一万余道微积分题。多做习题自然要多花很多时间，这对成人教育学院的学生来讲难度较大：他们白天工作，夜晚上课，有的学生可能还要照顾家庭、子女，能用来做习题的时间实在不多。若遇难题，无处请教，宝贵的时间在苦思冥想中悄悄流失。向书本请教，也不失为一个好方法，但又难以觅到与教科书配套的辅导书。

呈现在眼前的这套成人教育数学辅导系列丛书，就是作为全国工科数学教学基地的上海交通大学数学系，专为接受成人高等教育的学生而组织编写的，作者都是教学第一线的老教师。他们根据数学教学大纲（本科非数学专业）的要求，精心编选了数百道习题，并对其中一半给予精解，即不但给出解题思路与方法（有的题给出多种解法），还对难点与易错之处进行分析、点评。通过对各种含不同知识点的典型例题的剖析，使读者加深对本课程基本概念、基本理论和基本方法的理解与掌握。每章的“习题精选”供读者练习之用，均给出了答案或提示。附录中收编了几家重点大学成人教育院校近年的试卷，供读者在复习迎

考时作练兵之用(附答案)。

由于非数学专业的每门数学课时都比较少,课堂上教师举例讲解的时间非常有限,所以这套成人教育数学辅导系列丛书,既是对课时不足的一种补偿,也是对学生的课外辅导。编者期望本丛书能使读者用不太多的时间比较扎实地掌握相关课程的基本知识,提高解题能力,闯过考试难关。

本系列丛书由《高等数学攻关》、《线性代数攻关》和《概率论与数理统计攻关》组成。其中《线性代数攻关》,第1,2,6章由吴忠英副教授编写,第3,4,5章由张忆副教授编写,最后由吴忠英统稿。

限于编者水平,难免有疏漏与不当之处,敬请同行与读者不吝赐教。

编　者

于上海交通大学

2005年8月

目　　录

第 1 章　行　列　式

1.1　行列式的定义

行列式是一个数.

给出 2^2 个数 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$，用记号 $D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ 表示算式 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$，称之为**2 阶行列式**，即 2 阶行列式 $D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$.

给出 3^2 个数 $a_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$，定义**3 阶行列式**

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

3 阶行列式也可按如下的对角线法计算：

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}.$$

类似地，给出 n^2 个数 $a_{ij}(i, j = 1, 2, \cdots, n)$，定义 n **阶行列式**

$$D_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} -$$

$$a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \cdots +$$

$$(-1)^{1+n}a_{1n}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,n-1} \end{vmatrix}.$$

n 阶行列式可简记为 $D_n = |a_{ij}|$，并规定 1 阶行列式 $D_1 = |a_{11}| = a_{11}$.

在 n 阶行列式 $D_n = |a_{ij}|$ 中，划去元素 a_{ij} 所在的第 i 行及第 j 列，剩下的元素按原来的排法，构成一个 $n-1$ 的行列式

$$M_{ij} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,j-1} & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i-1,1} & \cdots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j+1} & \cdots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & \cdots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j+1} & \cdots & a_{i+1,n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

称 M_{ij} 为行列式 D_n 中元素 a_{ij} 的**余子式**，并称 $A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$ 为 a_{ij} 的**代数余子式**.

当 $n \geqslant 2$ 时

$$D_n = \sum_{k=1}^{n} a_{1k}A_{1k} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \cdots + a_{1n}A_{1n},$$

其中 A_{1k} 为 D_n 中元素 a_{1k} 的代数余子式 $(k=1, 2, \cdots, n)$.

一些特殊行列式的计算公式:

(1) **对角行列式** $\begin{vmatrix} d_1 & & & \\ & d_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & d_n \end{vmatrix} = d_1 d_2 \dots d_n$ (空白处元素全为零，下同),

$$\begin{vmatrix} & & & d_1 \\ & & d_2 & \\ & ⋰ & & \\ d_n & & & \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} d_1 d_2 \dots d_n.$$

(2) **上三角行列式** $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$,

下三角行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & & & \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \dots & \dots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$,

$$\begin{vmatrix} & & & a_{1n} \\ & & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ & ⋰ & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n} a_{2,n-1} \dots a_{n1},$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2,n-1} & \\ \vdots & ⋰ & & \\ a_{n1} & & & \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n} a_{2,n-1} \dots a_{n1}.$$

1.2 行列式的性质及其计算

行列式的性质

(1) 将行列式的行与列对换(即将行列式转置),行列式的值不变.

(2) 交换行列式某两行(列)的位置,行列式仅改变符号.

(3) 行列式某一行(列)所有元素乘以同一数 k,等于用数 k 乘以此行列式(行列式某一行(列)有公因子,可把它提到行列式符号外面).

行列式有零行(列),即某一行(列)元素全为零,则此行列式的值为零.

(4) 行列式有两行(列)对应元素相同或成比例,则此行列式的值为零.

(5) 行列式的第 i 行(列)各元素均为二数之和,则此行列式可表示成这样的两个行列式之和:它们的第 i 行(列)分别取其中的一个和数,其余为原来行列式对应位置上的元素.

(6) 行列式某一行(列)加上另一行(列)对应元素的 k 倍,行列式的值不变.

(7) 行列式可以按任一行(列)展开,即 n 阶行列式 $D=|a_{ij}|$ 等于它任一行(列)各元素与其代数余子式的乘积之和:

$$
\begin{aligned}
D &= a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\cdots+a_{in}A_{in}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}A_{ik} \\
&= a_{1j}A_{1j}+a_{2j}A_{2j}+\cdots+a_{nj}A_{nj}=\sum_{k=1}^{n}a_{kj}A_{kj}.
\end{aligned}
$$

(8) 行列式某一行(列)元素与另一行(列)对应元素的代数余子式的乘积之和为零,即

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}A_{jk}=0\ (i\neq j),\text{或}\sum_{k=1}^{n}a_{ki}A_{kj}=0\ (i\neq j).$$

一些特殊行列式的计算公式:

$$
\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1k} & b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\
c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2k} & b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mk} & b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mm}
\end{vmatrix}
$$

$$
=\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\
a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk}
\end{vmatrix}
\begin{vmatrix}
b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\
b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mm}
\end{vmatrix},
$$

$$
\begin{vmatrix}
0 & 0 & \cdots & 0 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\
0 & 0 & \cdots & 0 & a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 0 & a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} \\
b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} & c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1k} \\
b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} & c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2k} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mm} & c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mk}
\end{vmatrix}
$$

$$
=(-1)^{km}\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\
a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk}
\end{vmatrix}
\begin{vmatrix}
b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\
b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mm}
\end{vmatrix}.
$$

范德蒙行列式：

$$V_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & x_3^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \cdots & x_3^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

$$= \prod_{1 \leqslant j < i \leqslant n} (x_i - x_j).$$

1.3 克莱姆(Cramer)法则

设含 n 个未知量 n 个方程的线性方程组为

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \quad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n, \end{cases} \tag{1-1}$$

当 $b_1, b_2, \cdots, b_n$不全为零时，方程组 1-1 称为 n **元非齐次线性方程组**；当 $b_1, b_2, \cdots, b_n$全为零时，则称方程组 1-1 为 n 元**齐次线性方程组**.

克莱姆(Cramer)法则　若线性方程组 1-1 的系数行列式 $D = |a_{ij}| \neq 0$，则该方程组有唯一解，且其解

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \ x_2 = \frac{D_2}{D}, \ \cdots, \ x_n = \frac{D_n}{D},$$

其中 D_j 是 D 中第 j 列的元素 $a_{1j}, a_{2j}, \cdots, a_{nj}$ 依次换为常数项 b_1,

$b_2, \cdots, b_n$所得的行列式($j = 1, 2, \cdots, n$).

齐次线性方程组解的结论:

设齐次线性方程组为

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = 0, \end{cases} \tag{1-2}$$

则

(1) 齐次线性方程组 1-2 必有零解: $x_1 = 0, x_2 = 0, \cdots, x_n = 0$;

(2) 当齐次线性方程组 1-2 的系数行列式 $D \neq 0$ 时,该方程组只有零解;

(3) 齐次线性方程组 1-2 有非零解的充分必要条件是其系数行列式 $D = 0$.

A 例题精解

【1-1】 设

$$\begin{vmatrix} d_1 & & & \\ & d_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & d_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} & & & d_1 \\ & & d_2 & \\ & \iddots & & \\ d_n & & & \end{vmatrix},$$

且 $d_1, d_2, \cdots, d_n$全不为零,则 n 不可能取下列值中的( ).

(A) 8; (B) 9; (C) 11; (D) 12.

解 因为

$$\begin{vmatrix} d_1 & & & \\ & d_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & d_n \end{vmatrix} = d_1 d_2 \cdots d_n,$$

$$\begin{vmatrix} & & & d_1 \\ & & d_2 & \\ & \iddots & & \\ d_n & & & \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} d_1 d_2 \cdots d_n,$$

且 $d_1 d_2 \cdots d_n \neq 0$，所以只有当 $\frac{n(n-1)}{2}$ 为偶数时两式才相等．经验算得知，以上四个数中，由于 $\frac{11 \times (11-1)}{2} = 55$ 为奇数，可知 $n \neq 11$，故应选 C．

【1－2】 2 阶行列式 $\begin{vmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{vmatrix} =$ ________．

解 用对角线法计算，原式 $= a^2b^2 - a^2b^2 = 0$．

【1－3】 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} =$ ________．

解 用对角线法计算，原式 $= 3abc - a^3 - b^3 - c^3$．

【1－4】 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega^2 & 1 & \omega \\ \omega & \omega^2 & 1 \end{vmatrix}$，其中 $\omega = -\frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $D =$ ________．

解 $D = 1 + \omega^6 + \omega^3 - 3\omega^3$，由 $\omega^6 = \omega^3 = 1$ 得知 $D = 0$．

或利用各行元素之和 $1 + \omega + \omega^2 = 0$，有

$$D = \begin{vmatrix} 0 & \omega & \omega^2 \\ 0 & 1 & \omega \\ 0 & \omega^2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

【1－5】 设 4 阶行列式 $D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & -5 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$，则位于第 3 行

第 2 列的元素 a_{32} 的余子式 $M_{32}=$ ________，代数余子式 $A_{32}=$ ________.

解 M_{32}为划去 D_4 的第 3 行及第 2 列的元素所得的 3 阶行列式，即

$$M_{32}=\begin{vmatrix}1&2&-5\\-1&1&3\\0&4&2\end{vmatrix}=2+20-(-4)-12=14,$$

而 $A_{32}=(-1)^{3+2}M_{32}=-14$，所以应填 14，$-14$.

【1-6】 计算下列行列式 $D=\begin{vmatrix}x&y&x+y\\y&x+y&x\\x+y&x&y\end{vmatrix}$.

解 用对角线法展开.

$$D=3xy(x+y)-x^3-y^3-(x+y)^3=-2(x^3+y^3).$$

【1-7】 设 $f(x)=\begin{vmatrix}x&1&1\\1&x&1\\1&1&x\end{vmatrix}$，求方程 $f(x)=0$ 的根.

解 各列加到第 1 列，得 $f(x)=(x+2)\begin{vmatrix}1&1&1\\1&x&1\\1&1&x\end{vmatrix}$

$=(x+2)\begin{vmatrix}1&1&1\\0&x-1&0\\0&0&x-1\end{vmatrix}=(x-1)^2(x+2)$，故方程 $f(x)=0$ 的根 $x_1=1$ 及 $x_2=-2$.

【1-8】 计算行列式 $\begin{vmatrix}0&0&0&4\\0&0&4&3\\0&4&3&2\\4&3&2&1\end{vmatrix}$.

解 *方法 1* 按定义：

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{1+4}4\begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= -4 \times (-1)^{1+3}4\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= -4^2 \times (-4^2) = 256.$$

方法 2 利用公式，$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{4\times 3}{2}}4^4 = 256.$

【1-9】 计算行列式 $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

解 **方法 1** 按第 1 行展开：

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1}5\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + (-1)^{1+4}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -(-1)^{\frac{3\times 2}{2}}4! = 4!.$$

方法 2 利用公式，原式 $= (-1)^{\frac{4\times 3}{2}}4! = 4!$.

【1-10】 计算 n 阶行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 1 & & & \\ 2 & 2 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ n & n & \cdots & n \end{vmatrix}$.

解 利用三角行列式的计算公式：