网式教辅

国家级教育社，打造国家级教辅品牌，独创网式教辅

配华师大版

丛书主编：周益新
本册主编：胡志华

课堂三级讲练

KE TANG SAN JI JIANG LIAN

学好一级考**本科**
学好二级进**重点**
学好三级上**名牌**

数学

SHUXUE

九年级

（上）

中国出版集团 现代教育出版社

配华师大版

网式教辅

课堂三级讲练

KE TANG SAN JI JIANG LIAN

数学

九年级(上)

本册主编　胡志华

本册副主编　宋喜平　马晓斌

编　委　胡启金　何水舟　李先桃　何育学　高莎娥　胡国荣　王晓明　宋喜平　马　迪　甘雁芬　鄢丽君　饶建霞　周梅清　张在亚　郭熙国　朱吉桃　鄢学林　何春珍　胡均林　郭艳超　李龙强　熊　高　鲁慧霞　胡志华　马晓斌　付菊英　吴佑枝　段卫山　刘美琴　刘卫兵　邵志禅　李凤先

现代教育出版社

图书在版编目(CIP)数据
课堂三级讲练.九年级数学.上:华师大版/胡志华编.—北京:现代教育出版社,2005.5
(网式教辅/周益新主编)
ISBN 7—80196—104—8
Ⅰ.课… Ⅱ.胡… Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ.G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 032605 号

丛 书 名:网式教辅
书　　名:课堂三级讲练·九年级数学·上(配华师大版)
总 策 划:宋一夫
执行策划:罗雪群　樊庆红　徐　玲
责任编辑:徐　玲
出版发行:现代教育出版社
社　　址:北京市朝阳区安贞里 2 区 1 号金瓯大厦
邮政编码:100029
照　　排:北京世纪品峰
印　　刷:三河市科达彩色印装有限公司
开　　本:880×1230　　大 16 开
印　　张:9
字　　数:180 千字
版　　次:2005 年 5 月第 1 版
印　　次:2005 年 5 月第 1 次印刷
标准书号:ISBN 7—80196—104—8
定　　价:9.90 元(含测试卷)

读者购书、书店添货或发现印装问题,请与本社发行中心联系、调换。
电　　话:010—64427380　　　　传　　真:010—64420542
E-mail:mepchina@yahoo.com.cn

前 言

先说网式教辅 这里所使用的“网式”，既是指教与学知识“一网打尽，所剩无余”的意思，又是指一旦拥有此书，无需再买同类的其他教辅图书。本书通过独特的教学方法在学生的头脑中建立起知识“网络结构”，形成培养学生能力的“网式教学模式”。学生如果真正掌握了本书的全部内容，在自己头脑中建立起网式的知识结构，便可以从容应付各种考试。

再说三级讲练 三级讲练是指由浅入深，层层建立知识网络结构；由低到高培养学生综合能力；由表及里全面开发学生潜能的课堂讲解和及时训练的教学模式。

一级讲练 突出全面透彻地解读教材，扎扎实实地将一个个知识点融化在学生的脑海里。

二级讲练 强调运用新知识和以前学过的知识，从知识的角度进行整合与拓展，从思维的角度培养学生综合能力。

三级讲练 侧重对知识的课外延伸、拓展与探究，突出特色、动态、鲜活、生成和依情而设的综合实践探究活动的案例分析，使学生在掌握基础知识及知识综合运用后，进入更高层次的学习与探究阶段。

这套丛书具有以下突出特点：

权威——丛书在国家级教育出版社——现代教育出版社的组织下，在全国著名教育专家、教材专家、教辅专家的主持下，在全国最知名的首批新课标改革试验区特高级教师的精心撰写下，打造出一套代表新课标全新理念的国家级教辅图书。

独特——丛书形成了完整的知识整合与拓展的网络结构，该结构挖掘和展示了知识由基础内容向多层面的延伸、迁移，并运用独到的三级讲练形式“点点对应新颖的例题和习题，题题提示解题的技巧和规律”，引导学生在新课标课题探究过程中开发潜能，层层升级的网式模式，实属国内独家首创。

全面——知识点分布全面，适用对象全面，从详细解读教材到综合运用知识，以培养综合能力，再到课外拓广探究，培养创造性思维能力，一网打尽，适用不同群体的学生带进课堂听课，归纳、整理课堂笔记、自测自评，全方位配套使用。

科学——从“网式”教学是新课标教学体系客观存在的基础上设置体例；从剖析教材知识点、重点、难点角度，及建立点、线、面知识体系的需要上精编例题；从培养学生思维的技巧角度上原创新题、活题，并强调对主干知识的融会贯通，突出学生学习能力的提高和方法途径上的突破。

实用——复杂的网状知识结构用简明的三级讲练突破，教学的重点、难点用典型的例题化解，深奥的思维的技巧用新颖的习题去引导，一讲一练，层层对应。16 开课堂讲练与 8 开单元测试卷既能同时订购，也可以单独订购。每道题有详细的解题思路点拨，方便老师检测学生学习程度和批阅，方便家长督促自己子女完成当天的课堂作业和课外作业，方便学生在学校组织考试之前有针对性地检测自己的学习效果。

网式教辅之《课堂三级讲练》尽管是作者几十年长期教学实践和潜心研究的心得和成果，但仍需精益求精，为此，恳请专家、读者指正。

《课堂三级讲练》丛书编委会
2005 年 5 月

目 录

第二十一章　分　式

21.1 整式的除法

一级讲练・教材解读

课堂讲解

知识点 1　同底数幂的除法

同底数幂除法法则：同底数幂相除，底数不变，指数相减.

即 $a^m \div a^n = a^{m-n}$.（$a \neq 0$，$m>n$，且 m，n 为正整数）

非常讲解：1. 运用法则的前提是底数相同，只有底数相同，才能运用此法则.

2. 底数 a 可以是数、字母，也可以是单项式和多项式.

3. 多个同底数幂相除同样遵循此法则.

知识点 2　单项式除以单项式

法则：单项式除以单项式，把系数、同底数幂分别相除，作为商的因式，对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式.

非常讲解：1. 系数先相除，注意系数包括它前面的符号.

2. 把同底数幂相除，所得的结果作为商的因式.

3. 对于只在被除式单独含有的字母及其指数，作为商的一个因式，千万别遗漏.

4. 要注意运算顺序，有乘方先算乘方，有括号先算括号里. 特别是同级运算一定要从左到右，如：$a \div b \times \frac{1}{b}$，应该为 $a \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{b} = \frac{a}{b^2}$，而不是 $a \div b \times \frac{1}{b} = a \div 1 = a$.

知识点 3　多项式除以单项式

法则：多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项除以这个单项式，再把它们的商相加.

非常讲解：1. 多项式除以单项式所得商的项数与这个多项式的项数相同.

2. 用多项式的每一项除以单项式时，商中每一项的符号由多项式中的每项的符号与单项式的符号共同确定.

3. 多项式除以单项式是转化为单项式除以单项式进行运算的. 而单项式除以单项式的基础是同底数幂的除法运算，因此要熟练地进行多项式除以单项式运算，必须牢牢掌握它的基础运算.

课后练习

1.（2004・安徽）$2a^2 \cdot a^3 \div a^4 =$ ________.

2.（2004・重庆）化简：$(\frac{2}{3}a^4b^7 - \frac{1}{9}a^2b^6) \div (-\frac{1}{3}ab^3)^2 =$ ________.

3.（2004・山东淄博）写出一个含有字母 x 的分式（要求：不论 x 取任何实数，该分式都有意义，且分式的值为负）________.

4.（2004・扬州）一个长方形的面积为 $m^2+m-2(m>1)$，其长为 $m+2$，则宽为 ________.

5. 若 $3x-5y-2=0$，则 $8^x \div 32^y =$ ________.

6. 下列运算中，计算结果正确的是（　　）

A. $a^4 \cdot a^2 = a^8$　　B. $a^6 \div a^3 = a^2$

C. $(a^3)^2 = a^5$　　D. $a^3 \cdot b^3 = (ab)^3$

7.（2004・四川巴中）计算 $-5a^5b^3c \div 15a^4b^3$，结果是（　　）

A. $3ac$　　B. $-3ac$

C. $\frac{1}{3}ac$　　D. $-\frac{1}{3}ac$

8. 下列计算中，正确的有（　　）

①$a^3 \cdot a^2 = a^5$　②$(ab)^4 \div (ab)^2 = ab^2$　③$a^3 \div (a^2 \div a) = a^2$　④$(-a)^7 \div a^5 = a^2$

A①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ②④

9. 与 a^nb^2 相乘的积为 $3a^{2n+2}6^{2n+2}$ 的单项式是（　　）

A. $3a^{3n+1}b^{2n+3}$　　B. $3a^{n+2}b^{2n}$

C. $3a^2b^n$　　D. $3a^{2n+1}b^{4n+2}$

10. 已知被除式是 $-a^3+2a^2-3$，商式是 a，余式是 -3，则除式是（　　）

A. $-a^2+2a-3$　　B. $-a^2+2a$

C. a^2-2a　　D. $2a-3$

二级讲练·综合运用

课堂讲解

【例 1】 完成下列各题：

(1)已知 $a^m=10, a^n=4$，求 a^{m-n} 的值；

(2)已知 $a^m=x, a^n=y$，求 a^{3m-2n} 的值；

(3)已知 $3^m=6, 9^n=2$，求 $3^{2m-4n+1}$ 的值.

名师导引：逆用幂的运算性质将结论中要求的代数式转化为能用已知条件表示的代数式.

解答：(1)∵ $a^m=10, a^n=4$，

$$\therefore a^{m-n}=a^m\div a^n=10\div 4=\frac{5}{2}.$$

(2)∵ $a^m=x, a^n=y$，

$$\therefore a^{3m-2n}=a^{3m}\div a^{2n}=(a^m)^3\div(a^n)^2=x^3\div y^2=\frac{x^3}{y^2}.$$

(3)∵ $3^m=6, 9^n=2$，∴ $3^{2m-4n+1}=3^{2m}\div 3^{4n}\cdot 3=(3^m)^2\div(9^n)^2\cdot 3=6^2\div 2^2\cdot 3=27$.

【例 2】 计算：(1)$[4(a-2)^2+12(a+2)(a-2)-8(a-1)^2(a-2)]\div 4(a-2)$；

(2)$[3(x+y)^3-6(x+y)^2+9(x+y)]\div 3(x+y)$.

名师导引：对(1)(2)两题，发现可把 $a-2$ 和 $x+y$ 看作一个整体，设它们分别为 m 和 n，利用整体换元思想，使问题得以简化.

解答：(1)设 $a-2=m$，则原式 $=[4m^2+12m(a+2)-8(a-1)^2m]\div 4m=m+3(a+2)-2(a-1)^2=a-2+3a+6-2a^2+4a-2=-2a^2+8a+2$.

(2)设 $x+y=n$，则

原式 $=(3n^3-6n^2+9n)\div 3n=n^2-2n+3=x^2+2xy+y^2-2x-2y+3$.

课后练习

1. 计算(1)$[(-a^2)^3b-(-\frac{1}{2}ab)^2]\div(0.5a^2b)$；

(2)$[5a^4(b^4-4a)-(-3a^6)^2\div(a^2)^3]\div(-2a^2)^2$；

(3)$(-2x^4y^5)^3\cdot(-3x^3y^2)^2\div(-12x^{10}y^{10})$；

(4)$(2x^3-3x^2y+4xy^3)\div(-2x)\cdot(-y)$.

2. 先化简再求值：

(1)(2004·江西)$[(x-y)^2+(x+y)(x-y)]\div 2x$，其中 $x=3, y=-1.5$.；

(2)(2004·江西赣州)$[2x(x^2y-xy^2)+xy(xy-x^2)]\div x^2y$，其中 $x=2\,008, y=2\,004$.

3. 光速约为 3×10^8 m/s，地球与太阳的距离约为 1.5×10^{11} m，问太阳光射到地球上的时间约为多少秒？

4. 已知四个单项式 $-2x^2y, 2x^3y^2, -4xy^2$ 和 $3xy$，你能通过加、减、乘、除四种运算中的一种或几种使它们的结果为 x^2 吗？写出你的运算算式.

三级讲练·拓广探索

课堂讲解

探索：多项式除以多项式是整式除法的延伸和拓展，而多项式的整除问题是多项式除以多项式的一种特例.

常用的解决方法：

(1)运用待定系数法；

(2)运用综合除法.

【例1】 已知多项式 $2x^4-3x^3+ax^2+7x+b$ 能被多项式 x^2+x-2 整除，求 $\frac{a}{b}$ 的值.

名师导引：根据已知条件，列出关于 a、b 的方程组，求出 a、b 的值，再求出 $\frac{a}{b}$ 的值.

解答：(1)待定系数法：

∵已知多项式 $2x^4-3x^3+ax^2+7x+b$ 能被多项式 x^2+x-2 整除，∴可设.

$2x^4-3x^3+ax^2+7x+b=(x^2+x-2)(2x^2+mx+n)$

化简整理，得：

$2x^4-3x^3+ax^2+7x+b=2x^4+(m+2)x^3+(m+n-4)x^2+(n-2m)x-2n$

根据对应系数相等，得 $\begin{cases} m+2=-3, \\ m+n-4=a, \\ n-2m=7, \\ -2n=b. \end{cases}$

解之得 $\begin{cases} m=-5, \\ n=-3, \\ a=-12, \\ b=6. \end{cases}$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{-12}{6}=-2.$

探究点：由待定系数法得到关于 a,b,m,n 的方程组.

(2)综合除法：

$$
\begin{array}{r l}
 & 2x^2-5x+(a+9) \\
x^2+x-2 \,\big) & 2x^4-3x^3+ax^2+7x+b \\
-) & 2x^4+2x^3-4x^2 \\
\hline
 & -5x^3+(a+4)x^2+7x \\
-) & -5x^3-5x^2+10x \\
\hline
 & (a+9)x^2-3x+b \\
-) & (a+9)x^2+(a+9)x-2(a+9) \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

$\therefore \begin{cases} -3=a+9, \\ b=-2(a+9), \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} a=-12, \\ b=6. \end{cases}$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{-12}{6}=-2.$

探究点：根据整除的特征：余式为0即可得到关于 a、b 的方程.

课后练习

1. 探索题：

按下列程序计算，把答案填写在表格内，然后看有什么规律，想想为什么会有这个规律？

$\boxed{x} \to \boxed{\text{平方}} \to \boxed{+x} \to \boxed{\div x} \to \boxed{-x} \to \boxed{\text{答案}}$

(1)填写表内的空格

输入	3	2	2	$\frac{1}{3}$	…
输出答案	1	1			

(2)发现的结果是________.

(3)用简要的过程说明你发现的规律.

21.2 分式及其基本性质

一级讲练·教材解读

课堂讲解

知识点1　分式的概念

分式：一般地，用 A、B 表示两个整式，$A\div B$ 就可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式，如果 B 中含有字母，且 $B\neq0$，则式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式，其中 A 叫做分式的分子，B 叫做分式的分母.

非常讲解：1. 分式是分数的延续拓展，分数是分式的特例，两者有许多相似之处，因此，最好对照分数来学习分式.

2. 分式是两个整式相除的商式，其中分子为被除式，分母为除式，分数线起除号作用.

3. 分式的分母中必须含有字母，而分子中可以含有字

母,也可以不含有字母,如:$\frac{1}{a}$,$\frac{3}{x+2y}$,$\frac{2a}{x^2}$是分式,而$\frac{a}{3}$,$\frac{a^2+b^2}{2}$,$\frac{xy}{\pi}$都不是分式.

4. 在任何情况下,分式的分母不为零,否则分式无意义,如果已知分式$\frac{A}{B}$,则已知中已经隐含了分母$B\neq0$这一已知条件.

5. 整式和分式统称为有理式.

知识点2 分式的基本性质

分式的基本性质:分式的分子、分母同乘以一个不为零的整式,分式的值不变,用式子表示为:$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M}$,$\frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}$(其中$M\neq0$).

非常讲解:1. 正确理解分式的基本性质中的关键词"都","同""不等于零"."都"说明分子与分母要同时乘以或除以;"同"说明分子与分母乘以或除以的整式必须是相同的;"不等于零"是对分子、分母乘以或除以的整式的限制条件.

2. 正确理解分式的基本性质中的"变"与"不变".应用分式基本性质的时候,要明白:分子与分母要改变,而分式的值是不变的.

知识点3 约分与最简分式

约分:根据分式的基本性质,把一个分式的分子与分母的公因式约去,叫做分式的约分.

最简分式:约分后,分子与分母不再有公因式的分式叫最简分式.

非常讲解:1. 分子与分母的公因式是指分子、分母系数的最大公约数和分子、分母中相同因式的最低次幂.

2. 分式的分子、分母均为单项式,约分时,先找出分子、分母的公因式,再直接进行约分.

3. 分式的分子、分母是多项式,约分时,先把多项式分解因式,然后再约去公因式.

4. 最简分式是对一个独立的分式而言,最显著特点只有一个分数线,如$\frac{a+\frac{1}{3}}{a-\frac{1}{2}}$不是最简分式;在分式的运算时,最后的结果都要化为最简分式.

知识点4 通分和最简公分母

通分:根据分式的基本性质,把几个异分母的分式分别化成与原来的分式相等的同分母的分式叫做分式的通分.

最简公分母:各分母所有因式的最高次幂的积叫做最简公分母.

非常讲解:1. 分式通分的依据是分式的基本性质,通分的关键是确定最简公分母.

2. 求最简公分母的步骤:①取各分母系数的最小公倍数;②凡分母中出现的字母为底的幂的因式都要取;③相同字母的幂的因式取指数最大的.

3. 通分的步骤:①先求出各分母的最简公分母;②用最简公分母除以各分母求商;③用商分别乘以各个分式的分子、分母,注意:如果分母是多项式,则首先对多项式进行因式分解.

课后练习

1. 当$x=$________时,分式$\frac{x}{2x+1}$的值无意义;当x________时,分式$\frac{|x|-2}{x+2}$的值为0.

2. 若分式$\frac{-2}{1-3x}$的值为正数,则x________;若分式$\frac{1+x}{3+2x}$的值为-1,则x________.

3. 分式$-\frac{5}{6x^2y}$和$\frac{3}{4xyz}$的最简公分母是________;分式$\frac{c}{a+b}$和$\frac{2c}{a-b}$的最简公分母是________;分式$\frac{1}{x-x^2}$和$\frac{1}{x^2-1}$的最简公分母是________.

4. (2004·江西)观察下列各式:$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$,$\sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$,$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$,……请你将猜想到的规律用含自然数$n(n\geqslant1)$的代数式表示出来是________.

5. (2004·湖北黄冈)已知$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3$,则$\frac{a-3ab+b}{a+2ab+b}$的值是________.

6. 在有理式$\frac{1}{2}$,$\frac{x^2y^2}{x+y}$,$\frac{x}{5}-\frac{5}{x}$,$\frac{1}{\pi}$,x^{-1},$a+\frac{m}{3}$中,分式的个数是 ( )

A. 2　B. 3　C. 4　D. 5

7. 下列计算错误的是 ( )

A. $\frac{-4x^3y^2}{2x^3y^6}=-\frac{2}{y^4}$　B. $\frac{12x^3(a-b)^2}{27(a-b)}=\frac{4x^3(a-b)}{9}$

C. $\frac{(x-y)^3}{(y-x)^3}=-1$　D. $\frac{3x^2y(a-1)^2}{9xy^2(1-a)^2}=-\frac{x}{3y}$

8. (2004·浙江宁波)已知a、b为实数,且$ab=1$,设$M=\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}$,$N=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}$,则$M$、$N$的大小关系是 ( )

A. $M>N$　B. $M=N$

C. $M<N$　D. 不能确定

9. (2004·福建南平)$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}(ab\neq0)$的所有可能的值有 ( )

A. 1个　B. 2个　C. 3个　D. 4个

10. 设a、b、c均为正数,若$\frac{c}{a+b}<\frac{a}{b+c}<\frac{b}{c+a}$,则$a$、$b$、$c$三个数的大小关系是 ( )

A. $c<a<b$　B. $b<c<a$

C. $a<b<c$　D. $c<b<a$

二级讲练·综合运用

课堂讲解

【例 1】 不改变分式的值，使分子和分母中最高次项的系数都是正数.

(1)$\frac{2-x}{-x^2+5}$；(2)$-\frac{x^2-3x+1}{2-x^2}$.

名师导引：题目中要求分式的分子、分母的最高次项的系数为正数，而对分式本身的符号未做规定，所以只要根据符号法则，使分子、分母、分式本身中改变两处符号就可以了.

解答：(1)$\frac{2-x}{-x^2+5}=\frac{-x+2}{-x^2+5}=\frac{-(x-2)}{-(x^2-5)}=\frac{x-2}{x^2-5}$。

(2)$-\frac{x^2-3x+1}{2-x^2}=-\frac{x^2-3x+1}{-x^2+2}$

$=-\frac{x^2-3x+1}{-(x^2-2)}=\frac{x^2-3x+1}{x^2-2}$.

【例 2】 已知$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$，求$\frac{2x-3xy+2y}{x+2xy+y}$的值.

名师导引：利用分式的基本性质把已知条件变形或把要求的代数式变形，再考虑整体代入求值.

解答：解法 1：由$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$可知$xy\neq0$，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$可变形为$x+y=5xy$.

$\frac{2x-3xy+2y}{x+2xy+y}=\frac{2(x+y)-3xy}{(x+y)+2xy}=\frac{2\cdot5xy-3xy}{5xy+2xy}=\frac{7xy}{7xy}=1$.

解法 2：$\because xy\neq0$，$\therefore\frac{2x-3xy+2y}{x+2xy+y}$

$=\frac{(2x-3xy+2y)\div xy}{(x+2xy+y)\div xy}=\frac{2(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})-3}{(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})+2}=\frac{2\times5-3}{2+5}=1$.

课后练习

1. 已知分式$\frac{a^2}{1-2a}$，问 a 取何值时：

(1)分式的值为正？(2)分式的值为负？(3)分式的值为0？(4)分式没有意义？

2. 不改变分式的值，使下列分式的分子与分母的最高次项的系数都是正数.

(1)$\frac{2-x}{-x^2+3}$；(2)$\frac{-a^3+a^2-1}{1-a^2-a^3}$；(3)$-\frac{2x-3x^2+1}{-4+5x+x^2}$.

3. 约分：

(1)$\frac{16x^2y}{20xy^2}$；(2)$\frac{6x^2y^2}{-2x^6y^2}$；

(3)$\frac{15a(a-b)^2}{20a^2(b-a)^3}$；(4)$\frac{4y^2-x^2}{x^2-4xy+4y^2}$.

4. 通分：

(1)$\frac{b}{3ab}$，$\frac{1}{9a^2}$；(2)$\frac{1}{a^2-3a}$，$\frac{1}{a^2-9}$；

(3)$\frac{8}{a^3b}$，$\frac{b}{2a^2b}$，$\frac{4}{3ab^2}$；(4)$\frac{1}{x^2+2x+1}$，$\frac{1}{-x^2-x}$.

三级讲练·拓广探索

课堂讲解

探索 1:利用分式与除法间的关系探索分式的值为正或负时,字母的取值.两整式相除,表示成分式,故分式与除法之间的关系密切,两数相除,同号得正,异号得负.分式的值大于0,说明分子、分母同号;分式的值小于0,说明分子、分母异号.

探索 2:分式是描绘实际问题的又一个量,它能解决整式和整式方程所不能解决的问题,方法是利用分式把实际问题中的量表示出来,再利用分式的性质解决.

【例 1】 x 为何值时,分式$\frac{2x-1}{x+1}$的值.

(1)大于 0;(2)小于 0.

名师导引:两个整式相除表示成分式,故分式与除法的关系密切,两数相除,同号得正,异号得负,分式$\frac{2x-1}{x+1}$的值大于 0,说明 $2x-1$ 与 $x+1$ 同号,分式的值小于 0,说明 $2x-1$ 与 $x+1$ 异号.

解答:(1)依题意得:

①$\begin{cases}2x-1>0,\\x+1>0,\end{cases}$或②$\begin{cases}2x-1<0,\\x+1<0,\end{cases}$

不等式组①的解集为 $x>\frac{1}{2}$;

不等式组②的解集为 $x<-1$.

所以当 $x>\frac{1}{2}$ 或 $x<-1$ 时,分式$\frac{2x-1}{x+1}$的值大于 0.

(2)依题意得

①$\begin{cases}2x-1>0,\\x+1<0,\end{cases}$或②$\begin{cases}2x-1<0,\\x+1>0\end{cases}$

不等式组①的解集为空集;

不等式组②的解集为 $-1<x<\frac{1}{2}$.

∴当 $-1<x<\frac{1}{2}$ 时,分式$\frac{2x-1}{x+1}$的值小于 0.

探究点:把分式的值大于 0 或小于 0 转化为解不等式组.

【例 2】 甲、乙两人决定同时到同一粮店买粮食,第一次单价均为 x 元,第二次单价均为 y 元,且 $x\neq y$,甲每次购粮 100kg,乙每次购粮用去 100 元,请你判断甲、乙两人购粮方式哪一种更合算些,并说明理由.

名师导引:判断谁购粮更合算实质是比较谁两次购粮的平均单价更低些,而粮食的平均单价是两次付款总数除以两次购粮总数.

解答:∵甲每次购粮 100kg,两次的单价分别为 x 元,y 元,

∴甲两次共付款$(100x+100y)$元,

∴甲两次购粮的平均单价

$x_{甲}=\frac{100x+100y}{100+100}=\frac{x+y}{2}$(元)

又∵乙每次购粮用去 100 元,且两次单价分别为 x 元,y 元,

∴乙两次共购粮$(\frac{100}{x}+\frac{100}{y})$kg,

∴乙两次购粮的平均单价

$x_{乙}=\frac{200}{\frac{100}{x}+\frac{100}{y}}=\frac{2xy}{x+y}$(元),

∴ $x_{甲}-x_{乙}=\frac{x+y}{2}-\frac{2xy}{x+y}=\frac{(x+y)^2-4xy}{2(x+y)}=\frac{(x-y)^2}{2(x+y)}$,

又∵$x\neq y$,∴$(x-y)^2$,$x+y>0$,∴$\frac{(x-y)^2}{2(x+y)}>0$,即 $x_{甲}-x_{乙}>0$.

∴$x_{甲}>x_{乙}$,即乙的平均单价小于甲的平均单价,故乙合算.

探究点:把实际问题转化为比较分式的值的大小.

课后练习

1.(2004·北京西城)观察下列各等式:

$4-2=4\div2$,$\frac{9}{2}-3=\frac{9}{2}\div3$;$(-\frac{1}{2})-\frac{1}{2}=(-\frac{1}{2})\div\frac{1}{2}$……

(1)以上各等式都有一个共同的特征:某两个实数的________等于这两个实数的________;如果等号左边的第一个实数用 x 表示,第二个实数用 y 表示,那么这些等式的共同特征可用含 x、y 的等式表示为________;

(2)将以上等式变形,用含 y 的代数式表示 x 为________;

(3)请你再找出一组满足以上特征的两个实数,并写成等式形式________.

2.实数 x,y 使 $x+y$,$x-y$,xy,$\frac{x}{y}$四个数中的三个有相同的数值,这样的数对(x,y)是否存在?如果存在,求出所有这样的数对,否则请说明理由.

3.拉拉小朋友化简 $a+|\frac{1+a^2-2a}{a-1}|$的解题过程如下:

$a+|\frac{1+a^2-2a}{a-1}|=a+|\frac{(1-a)^2}{a-1}|=a+|a-1|=\begin{cases}2a-1 & (a>1)\\1 & (a=1)\\1 & (a<1)\end{cases}$

请你批改上述解答.

21.3 分式的运算

一级讲练·教材解读

课堂讲解

知识点1 分式的乘除法

分式的乘法法则：分式的乘法是把分式的分子乘在一起作为积的分子，把分式的分母乘在一起作为积的分母，用式子表示为$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.

分式的除法法则：分式的除法是把除式的分子，分母颠倒位置后再与被除式相乘，用式子表示为$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$.

非常讲解：1. 分式的乘除运算与分数的乘除运算一样，要先确定积的符号，再约分成最简分式或整式.

2. 在进行分式的乘除运算时，乘除属同级运算，乘法在前就先算乘，除法在前就先算除，从左至右按顺序进行运算.

3. 在进行乘除运算时，如果运算结果不是最简分式，一定要进行约分，使运算的结果化成最简分式.

4. 法则中的字母a、b、c、d既可以是单项式，也可以是多项式，当它们是多项式时，应先进行因式分解，以便进行约简.

5. 分式的除法是乘法的逆运算，在进行除法运算时应先将除法转化为乘法.

知识点2 分式的乘方

法则：分式的乘方是把分式的分子，分母各自乘方，即$(\frac{A}{B})^n=\frac{A^n}{B^n}$($n$为正整数).

非常讲解：1. 进行分式乘方，必须是分子、分母整体各自乘方，防止出现象$(\frac{a+b}{a-b})^2=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$的错误.

2. 进行分式的乘方一定要先确定乘方结果的符号，若分式本身是负的，可看作“-1”与这个分式的乘积，运用积的乘方法则进行，如$(-\frac{a}{b})^n=[(-1)\cdot\frac{a}{b}]^n=(-1)^n\cdot(\frac{a}{b})^n$，再按照“负数的偶次方为正，负数的奇次方为负”的规律确定结果的符号.

知识点3 分式的加减法

同分母的分式的加减法：同分母的分式相加减，分母不变，把分子相加减，用数学式子表示是：$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$.

异分母的分式的加减法：异分母的分式相加减，先通分，变为同分母的分式，再加减，用数学式子表示为：$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\pm\frac{bc}{bd}=\frac{ad\pm bc}{bd}$.

非常讲解：1. 分式的分子相加减是指分式的“分子的整体”进行加减，需要添括号的一定要添加括号.

2. 若加减运算中含有整式，可以把整式当作一个整体，看作分母是1的式子.

3. 异分母的分式加减法中先通分是关键. 通分后，异分母的分式加减法就变成同分母分式的加减法了.

4. 分式加减得到的结果一定要化成最简分式.

课后练习

1. (2004·江苏南京)计算：$\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a-b}=$________.

2. (2004·湖北黄冈)化简：$(\frac{x}{x-2}-\frac{x}{x+2})\div\frac{4x}{2-x}=$________.

3. 若$a=1+\frac{1}{b}$，$b=1+\frac{1}{c}$，则用c的代数式表示a为________.

4. (2004·四川巴中)当$x>\sqrt{2}$时，化简$\sqrt{\frac{2x^2}{1-2x+x^2}}=$________.

5. 某蓄水池有两个进水管，单独开放甲管需a小时注满水池，单独开放乙管需b小时注满水池，若同时打开两管需________小时注满水池.

6. (2004·四川巴中)以下式子，正确的是 ( )

A. $(\frac{1}{x+y})^2=\frac{1}{x^2+y^2}$ B. $\frac{(a^3)^2}{a^2}=a^3$

C. $\frac{b-a}{a^2-b^2}=-\frac{1}{a+b}$ D. $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=b-a$

7. (2004·湖北武汉)已知$xy>0$，化简二次根式$x\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$的正确结果为 ( )

A. $\sqrt{y}$ B. $\sqrt{-y}$ C. $-\sqrt{y}$ D. $-\sqrt{-y}$

8. 计算：$8m^2n^4\cdot(-\frac{3m}{4n^3})\div(\frac{m^2n}{2})$的结果为 ( )

A. $-3m$ B. $3m$ C. $-12m$ D. $12m$

9. 已知x为整数，且分式$\frac{2x+2}{x^2-1}$的值为整数，则x可取的值有 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

10. 已知$\frac{x}{y}=\frac{2}{7}$，则$\frac{x^2-3xy+2y^2}{2x^2-3xy+7y^2}$的值是 ( )

A. $\frac{28}{103}$ B. $\frac{4}{103}$ C. $\frac{20}{103}$ D. $\frac{7}{103}$

二级讲练·综合运用

课堂讲解

【例 1】 计算：$[\frac{2}{3a}-\frac{2}{a+b}(\frac{a+b}{3a}-a-b)]\div\frac{a-b}{a}$.

名师导引：根据题目中小括号内的 $-a-b=-(a+b)$ 这一特征，可考虑运用乘法分配律计算出 $\frac{2}{a+b}(\frac{a+b}{3a}-a-b)=\frac{2}{3a}-2$，再来进行中括号内的计算.

解答：原式 $=\{\frac{2}{3a}-\frac{2}{a+b}\cdot\frac{a+b}{3a}-\frac{2}{a+b}\cdot[-(a+b)]\}\div\frac{a-b}{a}=(\frac{2}{3a}-\frac{2}{3a}+2)\cdot\frac{a}{a-b}=2\cdot\frac{a}{a-b}=\frac{2a}{a-b}$.

【例 2】 计算：

$$[\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2}+\frac{2}{xy}\div(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})^2]\cdot\frac{2}{x^2-y^2+2xy}.$$

名师导引：先计算小括号 $(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})^2=(\frac{x+y}{xy})^2=\frac{(x+y)^2}{x^2y^2}$，再计算出中括号里面的式子.分子、分母是多项式一般需要先分解因式，能够约分先约分.

解答：原式 $=[\frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)}+\frac{2}{xy}\div\frac{(x+y)^2}{x^2y^2}]\cdot\frac{2}{x^2-y^2+2xy}=[\frac{x-y}{x+y}+\frac{2}{xy}\cdot\frac{x^2y^2}{(x+y)^2}]\cdot\frac{2}{x^2-y^2+2xy}=\frac{x^2-y^2+2xy}{(x+y)^2}\cdot\frac{2}{x^2-y^2+2xy}=\frac{2}{(x+y)^2}$.

课后练习

1. 计算：

(1) $\frac{a^2+1}{a-1}-a+1$；

(2) $(\frac{4a^3}{3b^2})^2\cdot(\frac{-3}{2a^2})^3\cdot(\frac{-b}{3a})^2$；

(3)(2004·山东淄博) $\frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}\div\frac{x-y}{x^2+xy}$；

(4)(2004·江苏泰州) $(\frac{a}{a-1}-\frac{2}{a^2-1})\div(1-\frac{1}{a+1})$.

2. 化简求值：

(1)已知 $|a-4|+\sqrt{b-9}=0$，计算 $\frac{a^2+ab}{b^2}\cdot\frac{a^2-ab}{a^2-b^2}$ 的值；

(2)(2004·湖北襄樊) $\frac{3-m}{2m-4}\div(m+2-\frac{5}{m-2})$，其中 $m=\sqrt{2}-3$；

(3)先化简代数式 $(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}-\frac{a-b}{a+b})\div\frac{2ab}{(a-b)(a+b)^2}$，然后请你自取一组 a、b 的值代入求值.

3. 船在流水中来回行驶一次的时间和船在静水中来回一次的时间是否相等？为什么？

4. 已知 $2x-3y+z=0$，$3x-2y=6z$，且 $xyz\neq0$，求 $\frac{x^2+y^2+z^2}{xy+yz+xz}$ 的值.

5. 运输户王司机为百货商店从 180 千米处的工厂运回一车货物,已知每小时运输成本(元)由可变成本和固定成本组成,可变成本与平均速度 v(千米/时)的关系是 $(\frac{2}{9}v+14)$元,固定成本为运输途中每小时 20 元,运回后王司机结算出运输成本为 176 元,试求王司机这次运输的平均速度.

6. 利用多项式的乘法法则计算:

①$(a-2)(a^2+2a+4)=$________;

②$(x+y)(x^2-xy+y^2)=$________;

③$(x-y)(x^2+xy+y^2)=$________;

④$(a-3b)(a^2+3ab+9b^2)=$________.

试根据上述等式所体现的规律计算:

(1)$\frac{a^3-27b^3}{a+2b}\cdot\frac{a-2b}{a^2+3ab+9b^2}\div\frac{a^2-5ab+6b^2}{a^2+2ab}$.

(2)$\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}\div(1+\frac{2xy}{x^2-xy+y^2})$.

三级讲练·拓广探索

课堂讲解

探索 1:将一个分式化为部分分式即是将一个分式化成几个分式的和的形式.如 $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ 这就是将分式 $\frac{1}{n(n+1)}$ 化为两个分式 $\frac{1}{n}$ 和 $-\frac{1}{n+1}$ 的和,$\frac{1}{n}$,$-\frac{1}{n+1}$ 就是部分分式.方法:通常用待定系数法.

探索 2:有条件的分式求值问题:(1)化简要求的代数式,再代入求值;(2)化简已知条件,再代入求值;(3)已知条件和要求的代数式均需要化简.方法:根据题目的特点,灵活选用不同的方法解答.在解答过程中常常运用整体代入、倒数、方程的数学思想方法.

【例 1】 化分式 $\frac{4x-5}{(x+1)(2x-1)}$ 为部分分式.

名师导引:把分式 $\frac{4x-5}{(x+1)(2x-1)}$ 化成 n 个分式的和,则这几个分式的分母一定是 $x+1$ 和 $2x-1$.因此可设 $\frac{4x-5}{(x+1)(2x-1)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{2x-1}$,再通分后比较分子中 x 的系数,即可求出 A、B 的值.

解答:设 $\frac{4x-5}{(x+1)(2x-1)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{2x-1}$,则 $\frac{4x-5}{(x+1)(2x-1)}=\frac{A(2x-1)}{(x+1)(2x-1)}+\frac{B(x+1)}{(2x-1)(x+1)}=\frac{(2A+B)x+(B-A)}{(x+1)(2x-1)}$.

比较系数得 $\begin{cases}2A+B=4,\\B-A=5.\end{cases}$ 解之得 $\begin{cases}A=3,\\B=-2,\end{cases}$

所以 $\frac{4x-5}{(x+1)(2x-1)}=\frac{3}{x+1}-\frac{2}{2x-1}$.

探究点:把未知部分分式设出来,然后用待定系数法求解.

【例 2】 已知 $x^2-5x+1=0$,求 $\frac{x^4+1}{x^2}$ 的值.

名师导引:本题由 $x^2-5x+1=0$,求出 x 的值是一个无理数,代入 $\frac{x^4+1}{x^2}$ 中计算非常复杂,因此可把 $x^2-5x+1=0$ 转化成 $x+\frac{1}{x}=5$ 再把 $\frac{x^4+1}{x^2}$ 化成 $x^2+\frac{1}{x^2}$ 求解.

解答:由 $x^2-5x+1=0$,可知 $x\neq0$,$\therefore x^2-5x+1=0$ 可变形为 $x+\frac{1}{x}=5$,$\therefore\frac{x^4+1}{x^2}=\frac{x^4}{x^2}+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}=(x+\frac{1}{x})^2-2=25-2=23$.

课后练习

1. 从火车上下来的两个旅客,他们沿着一个方向向同一个地点走去,第一个旅客前一半路程以速度 a 行走,后一半路程以速度 b 行走,第二个旅客前一半时间以速度 a 行走,后一半时间以速度 b 行走,哪个旅客先到达目的地?(速度单位 km/h).

2.(1)观察下列各式：

$\frac{1}{2}=\frac{1}{1\times 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$，

$\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，

$\frac{1}{12}=\frac{1}{3\times 4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$，

$\frac{1}{20}=\frac{1}{4\times 5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$，

……

由此可推测：$\frac{1}{42}=$________，$\frac{1}{72}=$________.

(2)请猜想出能表示出(1)的特点的一般规律，用含字母 n 的等式表示出来，并证明(n 为整数).

(3)请用(2)的规律计算：$\frac{1}{(x-2)(x-3)}-\frac{2}{(x-1)(x-3)}+\frac{1}{(x-1)(x-2)}$

21.4 可化为一元一次方程的分式方程

一级讲练·教材解读

课堂讲解

知识点1 分式方程

分式方程：分母中含有未知数的方程.

非常讲解：理解分式方程应注意：①分式方程必须是方程；②方程中的分母一定要含有未知数.

知识点2 分式方程的解法和增根

解方式方程的基本思想：把分式方程的分母去掉，使分式方程转化为整式方程，再利用整式方程的解法求解.

增根：在分式方程变形中，有时可产生不适合原方程的根，这种根叫原分式方程的增根.

非常讲解：1.解分式方程的一般步骤：(1)在方程的两边同乘以最简公分母化成整式方程；(2)解这个整式方程；(3)把整式方程的根代入到最简公分母中，看结果是否为零，使最简公分母为零的根是原分式方程的增根，必须舍去，使最简公分母不为零的根则为原分式方程的根.

2.增根一定适合分式方程转化后的整式方程，但增根不适合原方程，即使原方程的分母为零.

3.验根的方法：把所求得的根代入到原方程的各分母中，使分母为零的根就是增根，必舍去，也可以把求得的根代入变形时所乘的最简公分母中，使最简公分母为零的根就是增根.

知识点3 分式方程的应用

列分式方程解应用题的一般步骤：① 弄清题意；②设定未知数；③依题意找出等量关系，列出分式方程；④解分式方程并验根；⑤写出符合题意的答案.

非常讲解：1.分式方程模型是继一元一次方程和方程组模型后又一个数学应用模型.分式方程的应用与一元一次方程的应用基本思想和方法是一样的，不同的是表示数与量之间的关系不受整式的限制.

2.列分式方程解应用题需进行两步检验：①由于列的方程是分式方程，而分式方程在解的过程中会产生增根，故必须验根；②检验求出的解是否符合题意，因为这是实际应用问题.

课后练习

1.若分式方程 $\frac{4ax+3}{a+2x}=3$ 的解为 $x=1$，则 $a=$________.

2.写出一个以 $x=-1$ 为根，且可化为一元一次方程的分式方程是________.

3.已知 $A=A_1(1+at)$ (a, A, A_1 均不为 0)，则 $t=$________.

4.已知方程 $\frac{k}{x+1}+\frac{3}{x-1}=\frac{5}{x^2-1}$ 无解，则 $k=$________.

5.(2004·新疆)2004年4月18日起，全国铁路第5次大提速，其中进出新疆列车提速幅度最大的是乌鲁木齐至重庆的1084次列车，全程缩短了9小时，已知乌鲁木齐到重庆的行程为3 405千米，提速前的平均速度约为52千米/小时，求提速后的平均速度，设提速后的平均速度为 x 千米/小时，则可列方程________.

6.下列方程中分式方程的个数有(　　)个

①$\frac{2+x}{3}=1-\frac{3+x}{5}$；②$\frac{(x-1)^2}{x-1}=1$；③$x=1-\frac{1}{x}$；④$\frac{x}{\pi}=2x-1$；⑤$\frac{2x}{x^2+1}=4$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7.方程 $\frac{3}{x^2-x}+\frac{6}{1-x^2}=\frac{7}{x^2+x}$ 的根的情况，说法正确的是(　　)

A. 0 是它的增根　　B. -1 是它的增根

C. 原方程无解　　D. 1 是它的根

8.(2003·南通)若分式方程$\frac{2x}{x+1}-\frac{m+1}{x^2+x}=\frac{x+1}{x}$产生增根,则 m 的值为（　　）

A. -1 或 -2　　B. -1 或 2

C. 1 或 2　　D. 1 或 -2

9.(2004·浙江杭州)甲、乙两人分别从两地同时出发,若相向而行,则 a 小时相遇;若同向而行,则 b 小时甲追上乙,那么甲速度是乙速度的（　　）

A. $\frac{a+b}{b}$倍　　B. $\frac{b}{a-b}$倍　　C. $\frac{b+a}{b-a}$倍　　D. $\frac{b-a}{b+a}$倍

10. 若方程$\frac{3}{x+3}=\frac{2}{x+k}$有正数根,则 k 的取值范围是（　　）

A. $k<2$　　B. $k\neq-3$

C. $-3<k<2$　　D. $k<2$ 且 $k\neq-3$

二级讲练·综合运用

课堂讲解

【例 1】 解方程$\frac{x-4}{x-5}+\frac{x-8}{x-9}=\frac{x-7}{x-8}+\frac{x-5}{x-6}$.

名师导引:此题不能笼统地去分母,直接去分母会使项数增多,次数升高,运算非常复杂,且容易出错,因此可考虑方程左右两边分别通分来求解.

解答:原方程可变形为

$\frac{x-8}{x-9}-\frac{x-7}{x-8}=\frac{x-5}{x-6}-\frac{x-4}{x-5}$

左右两边分别通分,得

$\frac{(x-8)^2-(x-7)(x-9)}{(x-9)(x-8)}=\frac{(x-5)^2-(x-4)(x-6)}{(x-6)(x-5)}$

化简得$\frac{1}{(x-9)(x-8)}=\frac{1}{(x-6)(x-5)}$

从而得$(x-9)(x-8)=(x-6)(x-5)$

解之得 $x=7$.

经检验 $x=7$ 是原方程的根,

$\therefore x=7$.

【例 2】 解方程组$\begin{cases}\frac{x+y}{3}-\frac{3}{x-y}=-\frac{1}{6},\\ \frac{x+y}{2}+\frac{2}{x-y}=3.\end{cases}$

名师导引:方程组中两个方程都有 $x+y$ 和$\frac{1}{x-y}$的代数式,因此,可把 $x+y$ 和 $\frac{1}{x-y}$看作一个整体采取换元法.设 $x+y=a$,$\frac{1}{x-y}=b$,先求 a、b,再由 a、b 的值求出 x、y.

解答:设 $x+y=a$,$\frac{1}{x-y}=b$,原方程组可转化为:

$\begin{cases}\frac{1}{3}a-3b=-\frac{1}{6},\\ \frac{1}{2}a+2b=3\end{cases}$,即$\begin{cases}2a-18b=-1,\\ a+4b=6\end{cases}$

解之得$\begin{cases}a=4,\\ b=2.\end{cases}$将 $a=4$,$b=\frac{1}{2}$代入 $x+y=a$,$\frac{1}{x-y}=b$,得$\begin{cases}x+y=4,\\ x-y=2\end{cases}$解得$\begin{cases}x=3,\\ y=1.\end{cases}$

经检验$\begin{cases}x=3,\\ y=1.\end{cases}$是原方程组的解. $\therefore\begin{cases}x=3,\\ y=1.\end{cases}$

课后练习

1. 解下列方程(组):

(1)$\frac{2x}{2x-1}+\frac{x}{x-2}=2$;

(2)$\frac{x+5}{x^2-x}+\frac{6}{1-x}=\frac{3}{x}$;

(3)$\frac{1}{x-10}+\frac{1}{x-6}=\frac{1}{x-7}+\frac{1}{x-9}$;

(4)$\begin{cases}\frac{4}{x+5}+\frac{1}{y-2}=4,\\ \frac{2}{x+5}+\frac{1}{2-y}=8.\end{cases}$

2. 某校办工厂将总价值为2 000元的甲种原料与总价值为4 800元的乙种原料混合后,其平均价格比甲种原料每斤少 3 元,比乙种原料每斤多 1 元,问混合后的单价是多少?

3. 有三堆数量相同的煤，用小卡车单独运第一堆煤的天数是用大卡车单独运第二堆煤所用天数的 1.5 倍，大小卡车同时运第三堆煤，6 天运了一半，问大、小卡车单独运一堆煤各需多少天？

4. 阅读某同学解下面分式方程的过程

解方程 $\frac{1}{x-4}+\frac{4}{x-1}=\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x-2}$

解：$\frac{1}{x-4}-\frac{3}{x-2}=\frac{2}{x-3}-\frac{4}{x-1}$ ①

$\frac{-2x-10}{x^2-6x+8}=\frac{-2x+10}{x^2-4x+3}$ ②

$\frac{1}{x^2-6x+8}=\frac{1}{x^2-4x+3}$ ③

$\therefore x^2-6x+8=x^2-4x+3$

$\therefore x=\frac{5}{2}$ 经检验，$x=\frac{5}{2}$ 是原方程的解.

请你回答：

(1)得到①式的做法是________；

得到②式的做法是________；

得到③式的理由是________.

(2)上述解答对吗？若不对，找出错误，并加以改正.

三级讲练·拓广探索

课堂讲解

探索 1：分式方程的增根问题.

探索 2：分式方程与不等式的关系.

【例 1】 关于 x 的方程 $\frac{1}{x-2}+\frac{k}{x+2}+=\frac{3}{x^2-4}$ 有增根，求 k 的值.

名师导引：解分式方程时两边同乘以最简公分母 $(x+2)(x-2)$，若分式方程有增根，则所乘的最简公分母等于零，即 $(x+2)(x-2)=0$，所以分式方程有增根，则增根一定为 $x=2$ 或 $x=-2$，再把 $x=\pm 2$ 代入分式方程转化后的整式方程中即可求出 k 的值.

解答：两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$，约去分母，得 $x+2+k(x-2)=3$，

当 $x=2$ 时，代入 $x+2+k(x-2)=3$，得 $4=3$，等式不成立；

当 $x=-2$ 时，得 $-4k=3$，即 $k=-\frac{3}{4}$，所以所求的 k 的值为 $-\frac{3}{4}$.

探究点：把分式方程转化为整式方程，增根一定满足整式方程.

【例 2】 已知分式方程 $\frac{2x+a}{x-1}=1$ 的解为非负数，求 a 的范围.

名师导引：首先去分母把分式方程转化为整式方程，求出 x(用含 a 的代数式表示)，然后依据方程的解是非负数得到关于 a 的不等式，从而求出 a 的取值范围，注意在 a 的取值范围中去掉使分式方程产生增根的值.

解答：去分母，得 $2x+a=x-1$，解得 $x=-a-1$.