高等院校电子信息类教材

电路原理

马世豪 编著

4

科学出版社
www.sciencep.com

高等院校电子信息类教材

电　路　原　理

马世豪　编著

科 学 出 版 社

北　京

内 容 简 介

本书共13章。前3章简要介绍静电场、稳恒磁场的基本理论和麦克斯韦电磁理论。后10章内容包括电路的基本概念、基本定理,电路的等效变换,线性电路的基本分析方法,网络定理,一阶电路与二阶电路,正弦交流电路,三相电路与互感电路,非正弦周期电流电路,拉普拉斯变换(动态电路的复频域分析法),双口网络等。各章均配有与基本内容密切相关的典型例题,书末附有各章习题的答案。

本书可作为高等院校电子、通信、计算机、信息技术等专业的本科生教材,也可作为高职高专电路原理课程的教材,同时可供相关领域的技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电路原理/马世豪编著.—北京:科学出版社,2005
(高等院校电子信息类教材)
ISBN 7-03-013423-0

Ⅰ.电… Ⅱ.马… Ⅲ.电路理论-高等学校-教材 Ⅳ.TM13

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第094500号

责任编辑:马长芳 李鹏奇 资丽芳 姚庆爽 / 责任校对:张 琪
责任印制:钱玉芬 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
双青印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2005年1月第 一 版 开本:B5(720×1000)
2005年1月第一次印刷 印张:29
印数:1—4 000 字数:575 000

定价:36.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前　　言

电路原理(或电路分析、电路等)课程是电类专业很重要的专业基础课,也是电类相关专业必修的基础课。学习电路原理的先修基础课是电磁场理论(或电磁学),因电路理论主要研究的是电路中的电磁过程,即电压、电流、电荷、磁通(或磁链)所表征的物理过程,这四个物理量是电路的基本变量。在“课时紧、内容多”的理科课程设置中,有不少专业在不开设电磁场理论(或电磁学)课程的情况下,直接开设电路原理课,这势必给该课程的学习和讲授带来一定的难度。鉴于此,笔者根据多年讲授电磁学和电路原理课的经验体会,结合高等院校课程改革的要求,编写了以简明电磁场理论为先修基础,以电路原理基础知识为主要内容的《电路原理》一书。本书已在华中师范大学 2002 级和 2003 级计算机等专业的本科生中使用,收到了理想的教学效果。

本书在编写过程中考虑了以下特点:

在内容取舍上贯彻“加强基础、突出重点、不断更新、利于教学”的原则,力求使本书易于“操作”,即教师教起来顺手,学生学起来顺心,既有一定深度,又有一定广度。

本书以“三场”(静电场、稳恒磁场、变化的电磁场)、“二律”(KCL、KVL)、“四法”(支路法、网孔法、回路法、节点法)、“六定理”(叠加定理、替代定理、戴维南-诺顿定理、互易定理、对偶定理、特勒根定理)等为主线展开论述,内容基础性强,教材结构体系相对独立完整,有些章节略去不讲不会影响其他章节的讲授和学习。各专业可根据自身特点及课时多少灵活选用。

本书共 13 章,前 3 章简要介绍静电场、稳恒磁场和变化电磁场的基本知识,为学习电路原理打下必要的“场”基础。后 10 章主要介绍电路的基本概念、基本定律、基本定理、基本分析方法及其在各种电路中的应用等电路原理的基础知识。对于学过电磁学的学生,前 3 章可略去不讲。

本书各章结合知识点除配有典型的例题和一定量的习题外,还配有思考题,这也是本书有别于其他同类教科书的一个小小的特点,旨在帮助读者较好地掌握基本内容,提高分析问题和解决问题的能力。本书叙述力求深入浅出,物理过程的分析详细易懂,便于读者自学。学习本课程,可为以后模拟电路、数字电路等课程的学习提供必要的基础理论知识。

本书在编写过程中参考了一些近年来国内外出版的有关教科书,书末列写了其中有代表性的好书,笔者对这些书的作者表示敬意!

限于笔者水平有限,书中疏漏不妥之处在所难免,敬请读者批评指正!

作　　者

2004 年元月

于武昌桂子山

目　　录

前言
第 1 章　静电场的基本规律…… 1
1.1　库仑定律 …… 1
1.2　静电场　电场强度 …… 3
1.3　高斯定理…… 12
1.4　静电场的环路定理　电势…… 20
1.5　等势面　电场强度与电势梯度的关系…… 27
1.6　静电场中的导体…… 30
1.7　电容　电容器…… 35
1.8　静电场中的电介质…… 41
1.9　电场的能量…… 48
思考题 …… 51
习题 …… 52
第 2 章　稳恒磁场 …… 56
2.1　稳恒电流…… 56
2.2　磁场　磁感强度…… 60
2.3　毕奥-萨伐尔定律 …… 63
2.4　磁场的高斯定理…… 69
2.5　安培环路定理…… 72
2.6　洛伦兹力…… 77
2.7　磁场对载流导线的作用…… 83
2.8　磁介质中磁场的基本规律…… 91
2.9　铁磁质…… 97
思考题…… 101
习题…… 101
第 3 章　电磁感应　麦克斯韦电磁理论…… 108
3.1　电磁感应的基本规律 …… 108
3.2　动生电动势和感生电动势 …… 113
3.3　自感与互感 …… 123

3.4　磁场的能量 …… 127
3.5　麦克斯韦方程组 …… 130
思考题 …… 135
习题 …… 138
第 4 章　电路基本概念与电路定律 …… 143
4.1　电路 …… 143
4.2　电流和电压的参考方向 …… 144
4.3　电功率与电能 …… 145
4.4　电阻元件 …… 146
4.5　电容元件 …… 148
4.6　电感元件 …… 152
4.7　电压源和电流源 …… 156
4.8　受控电源 …… 158
4.9　含源电路的欧姆定律 …… 160
4.10　基尔霍夫定律 …… 162
思考题 …… 166
习题 …… 167
第 5 章　电路的等效变换 …… 171
5.1　电阻的串联和并联 …… 171
5.2　电阻的星形连接与三角形连接的等效变换 …… 176
5.3　电源的串联和并联 …… 178
5.4　含源二端网络的等效变换 …… 179
5.5　网络的输入电阻 …… 181
思考题 …… 183
习题 …… 184
第 6 章　线性电路的基本分析方法 …… 190
6.1　支路电流法 …… 190
6.2　网孔电流法 …… 192
6.3　回路电流法 …… 199
6.4　节点电压法 …… 201
思考题 …… 210
习题 …… 210
第 7 章　网络定理 …… 215
7.1　叠加定理 …… 215
7.2　替代定理 …… 219

7.3 戴维南定理和诺顿定理 …… 221
7.4 互易定理 …… 226
7.5 对偶原理 …… 228
7.6 特勒根定理 …… 230
思考题 …… 231
习题 …… 232
第 8 章 一阶电路与二阶电路 …… 237
8.1 换路定律及电路初始值的确定 …… 237
8.2 一阶电路的零输入响应 …… 240
8.3 一阶电路的零状态响应 …… 245
8.4 一阶电路的全响应 …… 250
8.5 一阶电路的阶跃响应 …… 255
8.6 一阶电路的冲激响应 …… 258
8.7 二阶电路的零输入响应 …… 263
8.8 二阶电路的零状态响应和阶跃响应 …… 268
8.9 二阶电路的冲激响应 …… 271
思考题 …… 273
习题 …… 273
第 9 章 正弦交流电路 …… 281
9.1 正弦交流电路的基本概念 …… 281
9.2 正弦量的矢量表示法 …… 285
9.3 正弦量的相量表示法 …… 287
9.4 电路定律的相量形式 …… 291
9.5 阻抗和导纳及其串并联 …… 298
9.6 正弦稳态电路的相量分析法 …… 306
9.7 正弦稳态电路的功率 …… 310
9.8 谐振电路 …… 320
思考题 …… 328
习题 …… 329
第 10 章 三相电路与互感电路 …… 337
10.1 三相电源与三相电路 …… 337
10.2 三相电路的功率 …… 343
10.3 对称三相电路的计算 …… 347
10.4 不对称三相电路的计算 …… 349
10.5 互感电路 …… 352

10.6 互感电路的计算…… 356
10.7 空心变压器与理想变压器…… 360
思考题…… 365
习题…… 366
第 11 章 非正弦周期电流电路 …… 373
11.1 非正弦周期信号的谐波分析…… 373
11.2 非正弦周期电流(电压)的有效值、平均值和平均功率 …… 381
11.3 非正弦周期电流电路的计算…… 384
思考题…… 390
习题…… 390
第 12 章 动态电路的复频域分析法 …… 393
12.1 拉普拉斯变换及其基本性质…… 393
12.2 拉普拉斯反变换的部分分式展开…… 401
12.3 运算电路…… 405
12.4 线性电路的复频域分析法…… 409
思考题…… 414
习题…… 414
第 13 章 双口网络 …… 419
13.1 双口网络的基本概念…… 419
13.2 无源双口网络方程及其参数…… 419
13.3 双口网络各参数间的换算关系和互易性判据…… 427
13.4 双口网络的连接…… 429
13.5 双口网络的等效电路…… 432
思考题…… 439
习题…… 440
部分习题答案…… 444
参考文献…… 456

第1章　静电场的基本规律

相对于观察者静止的电荷所激发的电场叫作静电场。本章主要介绍静电场的基本性质和规律，讨论导体、电介质存在时与电场之间的相互作用等问题。本章主要内容有：库仑定律、电场强度、电势、静电场的高斯定理和环路定理、静电场中导体和电介质的性质以及静电场的能量等。这些内容是稳恒电路必备的理论基础。

1.1　库仑定律

1.1.1　电荷与电荷守恒定律

1. *电荷*

早在公元前7世纪，希腊哲学家就记载了用布摩擦过的琥珀能够吸引一些轻小物体的现象，我国东汉时期的王充在其著书中也有“琥珀拾芥”的记载。后来人们还发现，诸如玻璃棒、橡胶棒、硫磺块等，将它们用毛皮和丝绸摩擦后，也能够吸引轻小物体。当物体具有这种吸引轻小物体的性质时，就说它带了电或具有了电荷，并称之为带电体。实验表明，自然界中只存在两种电荷，即正电荷和负电荷，且异号电荷相互吸引，同号电荷相互排斥。人们把电荷之间的这种相互作用力称为电力。物体所带电荷的多少称为电量，通常用符号Q或q表示。

2. *物质的电结构*

按照物质的电结构理论，物质由分子组成，分子由原子组成，原子由带正电的原子核和绕核运动的带负电的电子组成。物质内部固有地存在电子和质子这两类基本电荷，它们正是各种物体带电的内在依据。由于在正常情况下，物体内部任何一部分所包含的电子总数和质子总数总是相等的，所以物体对外界不显出电性，但是在一定的外因条件下，如果物体得到或失去一定量的电子，使得物体的电子总数和质子总数不再相等，于是物体就显示电性。例如摩擦起电。

物体可以按照其转移或传导电荷的能力分为导体、半导体和绝缘体。导体和绝缘体之间没有严格的界限。在一定的条件下，绝缘体可以变为导体。对导电性能极强的金属导体而言，其原子中最外层电子（价电子）容易摆脱原子的束缚，在导体中自由运动，称之为自由电子，失去价电子的原子则称为原子实，它们在固态金属中排列成整齐的点阵，这种点阵称为晶格或晶体点阵。自由电子在晶格中，像气体分子那样做无规则运动，并不时地彼此碰撞或与晶格点阵上的原子实碰撞，这就是金属的微观电结构的经典图像。除金属导体外，石墨、电解液（酸、碱、盐的水溶液）、人体、大地、电离的气体也是导体。

对绝缘体而言，其绝大部分电荷都只能束缚在一个原子或分子的范围内做微小位移，它的导电性能极差。例如，玻璃、橡胶、丝绸、琥珀、松香、硫磺、瓷器、油类物质、未电离的气体等都是绝缘体。

对于半导体而言，其导电能力介于导体和绝缘体之间，而且对温度、光照、杂质、压力、电磁场等外加条件极为敏感。在半导体中，导电的粒子叫载流子，其中一种是带负电的电子，另一种是带正电的空穴，它们在现代电子技术中应用十分广泛。

3. 电荷的量子化

物质的电结构图像及实验事实表明，电荷的量值是不连续的，它有一个基本单元，即一个质子或一个电子所带电量的绝对值 e，测量表明，e 的量值为 $e=1.60217733\times10^{-19}\mathrm{C}$，而每个原子核、原子、分子乃至任何宏观的带电体所带的电量都只能是这个基本电荷 e 的整数倍，即

$$q = ne, \qquad n = 1,2,\cdots$$

电荷这种只能取分立的不连续量值的性质，叫做电荷量子化，电荷的量子就是 e。量子化是近代物理中的一个基本概念。

应当指出，近代物理从理论上预言有一种电量为 $\pm\frac{1}{3}e$ 或 $\pm\frac{2}{3}e$ 的基本粒子(层子或夸克)存在，并认为质子和中子等诸多粒子是由层子组成的，但至今尚未在实验中找到自由的夸克。

4. 电荷守恒定律

大量的实验表明，在一个与外界没有电荷交换的系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中始终保持不变，这个结论称为电荷守恒定律。无论是在宏观领域，还是在原子、原子核和基本粒子等微观领域，电荷守恒定律都是成立的，因此，它是物理学的重要规律之一。

1.1.2 库仑定律

在静电学中，经常要用到点电荷的概念。点电荷是从实际的带电体抽象出来的一个理想模型，类似于力学中的质点等。所谓点电荷，是指带电体本身的几何线度，比起它到其他带电体或者参考点的距离小得多时，可以忽略带电体的形状、大小，把它抽象成一个带电的几何点。在理解点电荷这个概念时要注意，点电荷是一个抽象的理想模型，具有相对的意义。一个带电体可否视为点电荷，要由具体问题来决定。

1784～1785 年，库仑利用扭秤实验定量地研究了两个点电荷之间的相互作用，并总结出它们之间相互作用的规律，即库仑定律，其表述为：

在真空中，两个静止的点电荷 q_1 与 q_2 之间的作用力，其大小与两点电荷电量的乘积成正比，而与两点电荷之间的距离 r 的平方成反比，作用力的方向沿着两点电荷的连线，同号电荷相斥，异号电荷相吸，写成数学表达式，即

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F}' = k\frac{q_1q_2}{r^2}\boldsymbol{r}^0 \tag{1-1}$$

式中 $\boldsymbol{r}^0$ 是 $\boldsymbol{r}$ 方向上(由 q_1 指向 q_2)的单位向量,即 $\boldsymbol{r}^0=\frac{\boldsymbol{r}}{r}$,$k$ 为比例系数,可根据实验测定。在SI中,$k=8.98755\times10^9\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}\approx9.0\times10^9\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$。

图1-1(a)和1-1(b)分别给出的是两带电量各为 q_1 和 q_2 同号点电荷及异号点电荷相互作用的示意图,在SI中,将 k 写成 $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$,这样,库仑定律的数学表述形式为

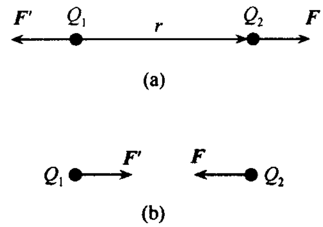


图1-1

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}\boldsymbol{r}^0 \tag{1-2}$$

式中 ε_0 称为真空中的介电常数(或称真空电容率),其大小和单位为

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.854188\times10^{-12}\mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}} \approx 8.85\times10^{-12}\mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}}$$

当带电体处于电介质(绝缘物质)中时,会使介质极化而产生极化电荷,同时还由于电介质分子中正负电荷的微观移动导致电介质产生了弹性形变而引起弹性力,因此,介质中两个点电荷之间的作用力显得相当复杂。但实验和理论证明,无限大均匀电介质中两个相距为 r 的点电荷 q_1 与 q_2 之间的相互作用力是真空中的 $\frac{1}{\varepsilon_r}$ 倍,即

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{\varepsilon_r}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}\boldsymbol{r}^0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}\boldsymbol{r}^0 \tag{1-3}$$

式中 ε_r 称为电介质的相对介电常数(或相对电容率),ε 称为电介质的介电常数,$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$。

应当指出,库仑定律只适用于研究点电荷之间的相互作用。在计算任意两带电体之间的相互作用时,必须把带电体分割成无限多个小的单元,每个小的单元可视为点电荷。于是整个带电体就可看成是无限多个点电荷的集合,而带电体之间的相互作用就可由这两组点电荷相互作用的总和来描述。力的叠加原理则是处理两组点电荷相互作用的基础,即同时存在多个点电荷时,作用在其中任意一个点电荷上的力,等于其他每一个点电荷单独对该点电荷库仑作用力的矢量和。这个规律通常称为力的叠加原理。

1.2 静电场 电场强度

1.2.1 电场

从1.1节的讨论我们看到,电荷之间具有相互作用力,那么这种力是如何传递

的呢？对此，历史上曾有过长时间的争论。一种是超距作用观点，认为这类力不需要媒介也不需要时间，能够由一个带电体立即作用于另一个带电体上；另一种观点是“以太”传递观点，认为这类力（电力和磁力）是近距作用的，是通过一种充满在空间的弹性介质即“以太”来传递的。

近代物理学的理论和实验证明上述观点都是错误的，并指出任何电荷都会在其周围空间激发电场。电场的基本性质是，对处于其中的其他电荷有作用力，这个力称为电场力。事实上，两个电荷之间的相互作用力，实际上是一个电荷的电场作用在另一个电荷上的电场力。用一个图式来概括，则为

$$\boxed{\text{电荷}} \longleftrightarrow \boxed{\text{电场}} \longleftrightarrow \boxed{\text{电荷}}$$

在理解电场这个概念时应注意两点：一是电场的力的属性，即电场对置于其中的任何其他电荷有电场力的作用；二是电场的物质性，即电场和实物（由原子、分子等组成的物质）一样具有能量、动量、质量等属性，它是物质存在的又一种形态。电场（磁场）和实物一起构成了物质世界多姿多彩的绚丽图景。

1.2.2 电场强度

上面谈到，电场具有对置于其中的电荷施加电场力的性质，为了描述这一性质，必须引入一个试探电荷，用符号 q_0 表示，它应满足两个条件：① q_0 的电量足够小，以致将它放入电场后，并不因为自身的电荷而影响原被测的电场；② q_0 的几何线度足够小，即可视为点电荷。简言之，试探电荷是一个电量足够小的点电荷。只有这样，q_0 才能反映出电场各点的性质。

一般把电场中所要研究的点称为场点。当试探电荷 q_0 置于电场中某点时，将受到电场力 $\boldsymbol{F}$ 的作用。实验表明，$\boldsymbol{F}$ 的大小与 q_0 成正比，而比值$\dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0}$只与场点有关而与试探电荷 q_0 无关。于是，我们把电场中每点的$\dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0}$叫做该点的电场强度（简称场强），以 $\boldsymbol{E}$ 表示，即

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q_0} \tag{1-4}$$

由这个定义可知，场强是描述电场中某点性质的物理量，其大小等于单位试探电荷在该点电场力的大小，其方向与正试探电荷在该点所受电场力的方向相同。在 SI 中，$\boldsymbol{E}$ 的单位为牛顿·库仑$^{-1}$（$\mathrm{N \cdot C^{-1}}$）。

一般而言，电场中不同的场点，其场强的大小、方向都不相同，即 $\boldsymbol{E}$ 是空间坐标的一个矢量点函数，可记作 $\boldsymbol{E}(x,y,z)$，电场中确定的场点，就有一个确定的 $\boldsymbol{E}$ 与之一一对应。在“求某一带电体激发的电场”时，就是指求出场强与坐标的函数关系 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}(x,y,z)$。若电场中各点场强具有相同的大小和方向，则称之为均匀电场或匀强电场。

1.2.3 电场强度的计算 场强叠加原理

1. 点电荷电场的场强

在点电荷 Q 所激发的电场中，距 Q 为 r 处的场点放置试探电荷 q_0，由库仑定律可知

$$\boldsymbol{F} = \frac{q_0 Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0$$

根据场强的定义式即得

$$\boldsymbol{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0 \tag{1-5}$$

式(1-5)即为点电荷的场强公式。式中 Q 称为场源电荷，其所处的点称为源点。r 为场源电荷到场点的距离，$\boldsymbol{r}^0$ 为场源电荷指向场点矢径方向的单位向量。可以看出，点电荷场强的大小随场点与源点的距离按平方反比律减小，方向沿场点与源点的联线。当 $Q>0$，$\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{r}^0$ 同向，当 $Q<0$，$\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{r}^0$ 反向，场强对于源点呈球对称分布。

2. 点电荷系电场的场强

将试探电荷 q_0 放在点电荷系($q_1, q_2, \cdots, q_n$)所激发的电场中某一点，实验表明，q_0 在该点所受电场力的合力等于各个点电荷单独存在时作用于 q_0 的电场力的矢量和，即

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots + \boldsymbol{F}_n$$

将上式两边同除以 q_0，即

$$\frac{\boldsymbol{F}}{q_0} = \frac{\boldsymbol{F}_1}{q_0} + \frac{\boldsymbol{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\boldsymbol{F}_n}{q_0}$$

由场强的定义式可得

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 + \cdots + \boldsymbol{E}_n \tag{1-6}$$

即

$$\boldsymbol{E} = \sum \frac{\boldsymbol{F}_i}{q_0} = \sum \boldsymbol{E}_i$$

上式表明，n 个点电荷所激发的电场在某点的总场强等于每个点电荷单独存在时所激发的电场在该点场强的矢量和。这一结论称为场强叠加原理。

3. 连续带电体的场强

任何连续的带电体都可以分割成无穷多个电荷元 $\mathrm{d}q$，而电荷元 $\mathrm{d}q$ 可视为点电荷。所以，连续带电体事实上可以看作是由无穷多个电荷元 $\mathrm{d}q$ 组成的点电荷系。这样，便可利用点电荷的场强公式和场强叠加原理计算其场强分布了，具体方法是：

(1) 微分求 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$。在连续带电体的电场中对所研究的场点 P，由点电荷的场强公式可得，每一电荷元 $\mathrm{d}q$ 在 P 点所产生的场强为 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0$，式中 r 是由 $\mathrm{d}q$ 到场点 P 的距离。

(2) 积分求总场强 $\boldsymbol{E}$。计算整个带电体在 P 点产生的总场强，就要对所有电荷元在 P 点产生的 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 求矢量和，数学上就变成对 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 求积分，即

$$\boldsymbol{E} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{E} = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0 \tag{1-7}$$

实际的连续带电体的电荷分布有三种类型：

(1) 体分布。带电体呈立体型，其电荷连续分布在整个体积内，以 ρ 表示电荷体密度，$\mathrm{d}V$ 为电荷元 $\mathrm{d}q$ 的体积元，则

$$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V$$

(2) 面分布。带电体呈平面型，其电荷连续分布在整个面上，以 σ 表示电荷面密度，$\mathrm{d}S$ 为电荷元 $\mathrm{d}q$ 的面积元，则

$$\mathrm{d}q = \sigma \mathrm{d}S$$

(3) 线分布。带电体是线型，其电荷连续分布在整个带电线上，以 λ 表示电荷线密度，$\mathrm{d}l$ 为电荷元 $\mathrm{d}q$ 的线元，则

$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$$

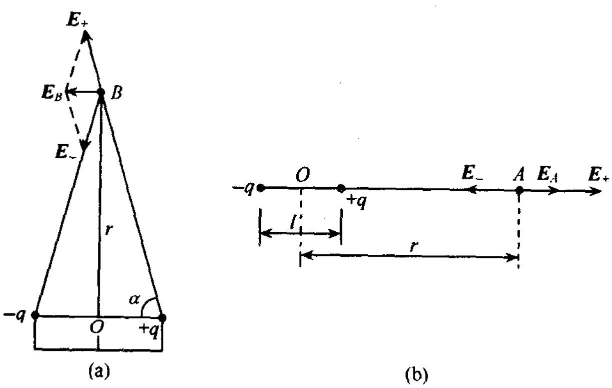
将上述三种分布 $\mathrm{d}q$ 的表达式代入式(1-7)，可得

$$\boldsymbol{E} = \begin{cases} \displaystyle\int_V \frac{\rho \mathrm{d}V}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0 (\text{体分布}) \\ \displaystyle\int_S \frac{\sigma \mathrm{d}S}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0 (\text{面分布}) \\ \displaystyle\int_L \frac{\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0 (\text{线分布}) \end{cases} \tag{1-8}$$

应指出，上述三式中的被积函数都是矢量函数。在求积分时，通常把被积函数 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 用直角坐标系中的各分量式写出，再分别进行积分运算，最后就合成矢量 $\boldsymbol{E}$。

例 1-1 计算电偶极子激发的场强。

两个带等量而异号的正负电荷($+q$，$-q$)，当两者之间的距离 l 较之场点到它们中心的距离小得多时，这两个点电荷系就称为电偶极子。从 $-q$ 指向 $+q$ 的矢量 $\boldsymbol{l}$



例 1-1 图

称为电偶极子的轴，ql 称为电偶极子的电偶极矩，简称电矩，用符号 $\boldsymbol{p}$ 表示，即

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{l}$$

电偶极子在研究电介质的极化、电磁波的发射与吸收以及中性分子之间的相互作用等问题时，都是一个非常重要的物理模型。电偶极子在周围空间激发的电场比点电荷复杂。我们在这里只计算电偶极子在其轴线的延长线上某点 A 和电偶极子轴线的中垂线上某点 B 的场强。

解 (1) 电偶极子轴线 $\boldsymbol{l}$ 的延长线上某点 A 的场强。

设电偶极子处在真空中，其轴线的 O 点到延长线上 A 点的距离为 $r(r\gg l)$，如例 1-1 图(b)所示。$+q$ 和 $-q$ 在 A 点产生的场强 $\boldsymbol{E}_+$和 $\boldsymbol{E}_-$都沿着轴线，但方向相反。它们的大小分别为

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

因 $\boldsymbol{E}_+$与 $\boldsymbol{E}_-$同轴但方向相反，故合场强的大小为

$$E_A = E_+ - E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2rl}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}$$

由于 $r\gg l$，则

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2P}{r^3}$$

$\boldsymbol{E}$ 的方向与电矩 $\boldsymbol{p}$ 的指向相同，见例 1-1(b)图。

(2) 电偶极子中垂线上某点 B 的场强。

如例 1-1(a)图所示，令电偶极子中垂线上 B 点到其中心 O 的距离为 $r(r\gg l)$，$+q$ 在 B 点激发的场强 $\boldsymbol{E}_+$沿$+q$ 与 B 的连线并背离$+q$ 点，$-q$ 在 B 点激发的场强 $\boldsymbol{E}_-$沿$-q$ 与 B 的连线并指向$-q$ 点，且 $\boldsymbol{E}_+$与 $\boldsymbol{E}_-$大小相等，即

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}$$

由对称性不难看出，B 点合场强 $\boldsymbol{E}_B$ 的大小为

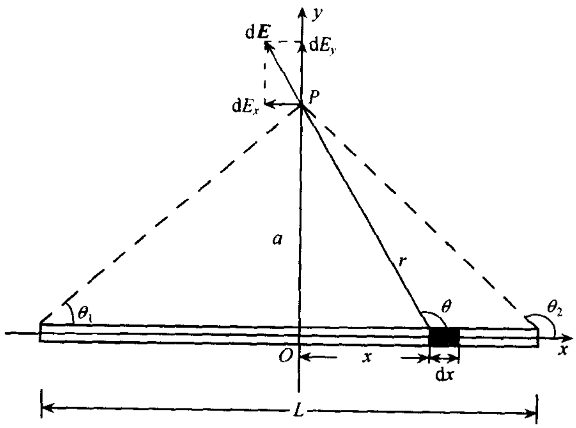
$$E_B = E_+\cos\alpha + E_-\cos\alpha = 2E_+\cos\alpha = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}\cdot\frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

$\boldsymbol{E}_B$ 的方向与电矩 $\boldsymbol{p}$ 的方向相反。因 $r\gg l$，即得

$$E_B = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

上述计算结果表明，电偶极子在其轴线的延长线上和中垂线上所激发的场强与电偶极子电矩值 P 成正比，而与场点到电偶极子距离的三次方成反比。

例 1-2 一长度为 L，总电量为 q 的均匀带电直线，设线外一点 P 到带电直线的垂直距离为 a，P 点和直线两端的连线与直线之间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2（例 1-2 图），试求 P 点的场强。



例 1-2 图

解 取场点 P 到带电直线的垂足为坐标原点 O，x 轴沿带电直线向右，y 轴过 P 点竖直向上，如本例图所示。由于带电体是电荷均匀连续分布的带电直线，在距原点 O 为 x 处取电荷元 $\mathrm{d}q$，则有

$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x = \frac{q}{L}\mathrm{d}x$$

$\mathrm{d}q$ 可视为点电荷，它在 P 点激发的场强为 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$，其大小为

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 的方向如例 1-2 图所示。

设 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 与 x 轴之间的夹角为 θ，则 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 沿 x 轴和 y 轴的分量分别为

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta, \qquad \mathrm{d}E_y = \mathrm{d}E\sin\theta$$

对 $\mathrm{d}E_x$、$\mathrm{d}E_y$ 进行积分，便得所求场强的分量为

$$E_x = \int \mathrm{d}E_x = \int \mathrm{d}E\cos\theta = \int \frac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

$$E_y = \int \mathrm{d}E_y = \int \mathrm{d}E\sin\theta = \int \frac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta$$

在上述积分的被积函数中，r、θ、x 均为变量，需要变量统一。由几何关系可知

$$r = \frac{a}{\sin\theta}, \qquad x = -a\cot\theta, \qquad \mathrm{d}x = \frac{a\mathrm{d}\theta}{\sin^2\theta}$$

代入上述积分式，即得

$$E_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta\mathrm{d}\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

其矢量表示为

$$\boldsymbol{E} = E_x\boldsymbol{i} + E_y\boldsymbol{j}$$

$\boldsymbol{E}$ 的大小为

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

其方向可用 $\boldsymbol{E}$ 与 x 轴的夹角 θ 表示，即

$$\theta = \arctan\frac{E_y}{E_x}$$

（注意：图中 z 轴未画出，因 $\mathrm{d}E_z = 0$，$\int \mathrm{d}E_z = 0$。）

如果这一均匀带电直线为无限长，即 $\theta_1 = 0$，$\theta_2 = \pi$，则得

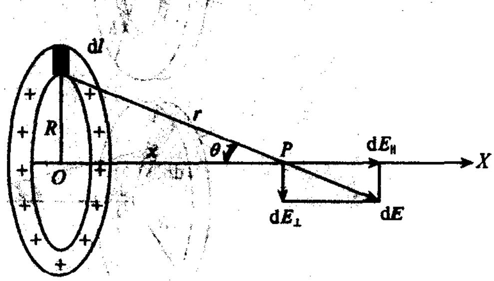
$$E_x = 0, \qquad E_y = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

即

$$\boldsymbol{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\boldsymbol{j}$$

结果表明，无限长均匀带电直线附近某点 P 的场强 $\boldsymbol{E}$ 与该点到带电直线的距离 a 成反比，$\boldsymbol{E}$ 的方向沿垂直于带电直线的方向。若 λ 为正，$\boldsymbol{E}$ 沿 y 轴正方向；若 λ 为负，$\boldsymbol{E}$ 沿 y 轴负方向。以上结果，对有限长均匀带电直线靠近中部附近的区域（$a \ll L$）近似成立。

例 1-3 一半径为 R 的细圆环，均匀带有电量 q，试计算圆环轴线上离环心距离为 x 处 P 点的场强。



例 1-3 图

解 建立例 1-3 所示的坐标系 OX，在圆环上任取一电荷元，其电量为

$$\mathrm{d}q = \lambda\mathrm{d}l = \frac{q}{2\pi R}\mathrm{d}l$$

$\mathrm{d}q$ 在 P 点激发的场强 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 的大小为

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$