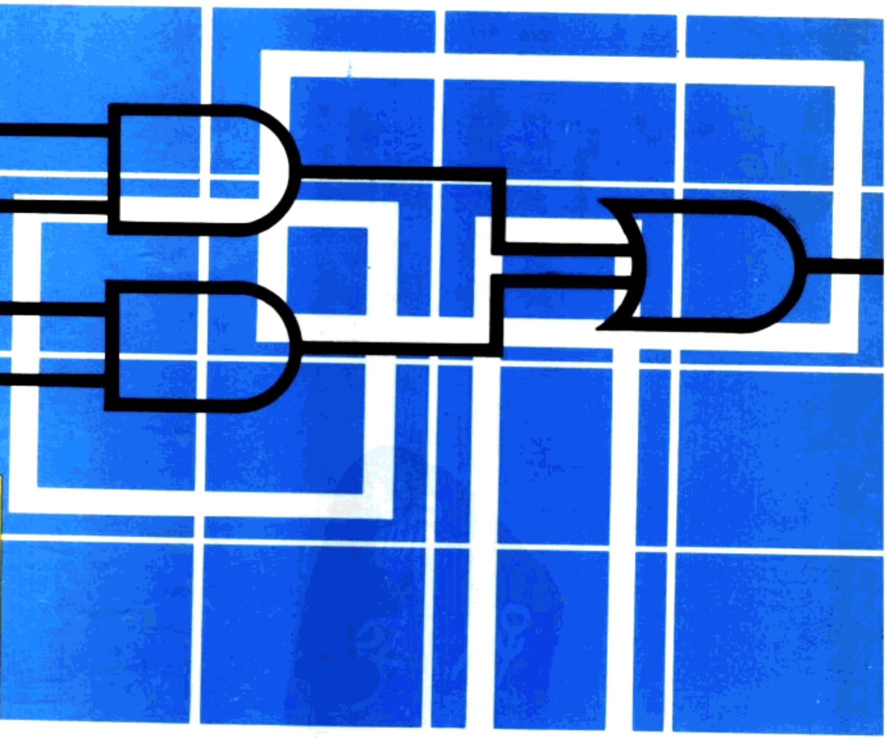
數位電路與邏輯設計（上）

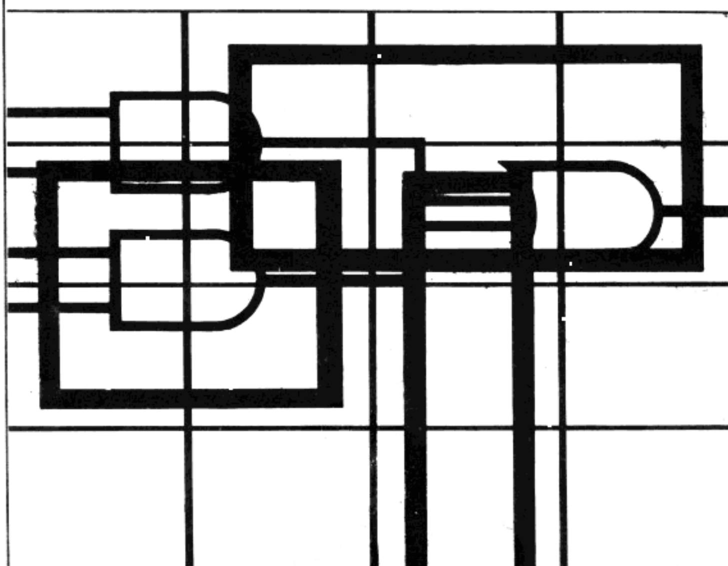
葉勝年 博士　校訂　于憲厥　林緒德　許新添　編譯



全華科技圖書公司印行

數位電路與邏輯設計(上)

葉勝年 博士 校訂 于憲厥 林緒德 許新添 編著



全華科技圖書公司印行

局版台業字第0223號　法律顧問：陳培豪律師

數位電路與邏輯設計(上)

葉勝年博士　校訂

于憲厥　林緒德　許新添　編譯

出版者　全華科技圖書股份有限公司
北市龍江路76巷20-2號
電話：581-1300・541-5342
581-1362・581-1347
郵撥帳號：100836
發行者　陳本源
印刷者　佳怡彩色印刷廠
定價　新臺幣 160 元
再版　中華民國72年12月

前　言

寫數位電路與邏輯設計這本書的。許多年來，他在電機工程系與計算機科學系中教授過大學部與研究所基本和高級的課程。在這些工作中，他很成功的將基本的理論與瞭解運用在創新及高級的應用上。除此而外，他曾經很透徹的評估過學生們學習的型式，然後才發展出這本書的內容。

李博士身負教育與研究上兩項主要的學術使命：培育學生，使他們能有成功的、有貢獻的專業性事業，以及在本身和學生的研究上能有所貢獻。這本書反映了這兩個使命，藉著這本書，他的影響以及領導地位可以遠遠超過 University of Oklahoma 這個區域。我們相信這本書充分表明了他的成就以及他在工程教育上極有價值的貢獻。

WM. R. UPTHEGROVE
工學院院長
University of Oklahoma

序

在過去五年之中，數位電路及邏輯設計發生了巨大的改變。愈來愈複雜的積體電路不但相繼問世，而且在價格上也非常具有競爭性。許多古典的邏輯設計規則，例如將邏輯閘或正反器的數目減至最少，現在只有在設計電路元件，例如MSI及LSI元件，以及一些沒有現成積體電路可用的電路時，才有使用價值。在利用MSI及LSI元件設計大型電路，以便降低整個系統的成本時，這些古典的設計規則並沒有用。

在教科書與大學課程中所教授的古典的邏輯設計規則與利用現成的積體電路元件做實際的邏輯設計之間，有一道鴻溝存在。因此，在修過數位電路與邏輯設計課程之後，學生甚至連一個非常簡單、實際、可靠、成本低廉的數位電路都不會設計。

這本書就是試圖要彌補這道鴻溝——在數位電路與邏輯設計上黑板與接線板之間搭建橋樑。其目標就在教授學生如何將工業界中有關的最新產品及技術與在課堂中所學到的理論與設計實務結合在一起。我深信將工程上的實際技術當做是學術課程整體的一部份介紹給學生是非常重要的。這本書包括了現代邏輯設計中的基本理論以及實際的設計準則及實例。在修過這門課程以後，學生對邏輯設計中的理論及實際將會有所認識。因此，學生在就業時，將會有足夠的能力。

在寫這本書時，根據以下幾個方向：

1. 簡單、容易瞭解的數學語言是永遠受學生和教員們所歡迎的。在這本書中，我儘量使符號簡單明瞭，以避免不必要的定義。

2. 對於很難解釋的方法或很難證明的定理，先舉例說明，然後再正式說明方法中的步驟或定理的證明。著者認為這種做法有以下兩個優點。第一，這樣可以幫助讀者瞭解這些方法及定理是什麼。第二，這樣可以幫

助讀者熟悉其中所牽涉到的數學符號、方程式等等，以便稍後正式證明定理時可以更容易瞭解。

3. 我相信一張圖表勝過冗長的文字說明。所以在整本書中，我經常使用表格、方塊圖以及流程圖。

在瀏覽過本書的目錄後，對本書的內容以及範圍會有很好的概念。本書的內容都輔以很多的例子來說明。幾乎在每一節的最後都有相當數目的習題。本書的內容安排如下。

第一章中包括了布爾代數的基本理論、交換代數以及基本的交換電路設計步驟。其中有完全指定與不完全指定交換函數的最簡化、計算機輔助的交換函數最簡化，以及多輸出交換電路的極小化。設計組合邏輯電路的基本步驟也包括在其中。

第二章介紹了各種常用的數字系統與編碼系統，以及它們彼此之間的轉換。其中舉了幾個常用的組合電路，例如碼轉換器、帶號及不帶號二進數與十進數加減法設計的例子。本章中也說明了既使在今日的“方塊圖”方法下，第一章中所敍述的函數最簡化法至少在設計電路元件，例如本章中所舉的例子時，仍然非常有用。

在第三章要介紹如何由邏輯電路映至電子電路，就是所謂的電壓標示法。本章的目的在於介紹現有的組合邏輯SSI以及MSI積體電路與半導體記憶元件，以及利用這些元件做爲基本方塊的組合邏輯設計。只讀記憶元件（ROM）與隨機讀寫記憶元件（RAM）也要加以討論。利用只讀記憶元件陣列做邏輯電路設計也包括在其中。各種不同型式的半導體記憶元件以及它們的製造過程要在附錄A中討論。

第四章是第三章的延續。它介紹了SSI，MSI與LSI 順序積體電路以及它們在現代順序邏輯設計上的應用。這些電路包括了正反器、計數器以及移位暫存器。MOS/LSI可程式化邏輯陣列（PLA）也包括在其中。

順序電路的一般性的數學模型、順序機，在第五章中要加以討論。根據順序機理論，同步與非同步電路一般性的分析與合成步驟也要加以討論

。其次要介紹非同步電路中不良的暫態現象，例如競跑與險狀，以及如何避免這些不良暫態的方法。利用順序機流程圖設計數位電路與系統的一種實際的方法在第六章中要加以討論。這種方法在工業界的工程師們中使用頗廣。

因爲積體電路晶片中元件的數目愈來愈多，而且也缺少內在的測試點，所以在今日數位系統的設計、製造與除錯上，積體電路元件與系統的測試工作（由它們的外部接脚）變得愈來愈困難。第七章與第八章就是用來討論這個問題的。在第七章中，要討論如何就組合電路導出經濟的故障偵錯與故障定位測試實驗的一些方法。除此而外，兩種故障偵錯與故障定位的方法、預置程序與隨機程序測試實驗，要加以討論與比較。其次要介紹如何將這兩章中所討論的方法應用在測試積體電路上。

在第八章中要討論兩種完全不同的順序電路故障偵錯的方法。第一種方法是電路測試方法，它假設測試者對於電路構造以及每一個可能發生的錯誤都有正確的瞭解。第二種方法是變遷檢查法，它假設測試者對電路構造一無所知，只知道正確的變遷表。第二種方法也可以做爲狀態與機器的辨別之用。在同步順序電路中利用第一種方法來做單一與多重故障的故障定位也要加以討論。

第九章要介紹利用微處理器做邏輯設計——目前最新的方法。這章中開始先介紹計算機的基本功能。然後要指出普通（大型與小型）的計算機與微處理器之間的不同之處。最後要舉一個例子詳細說明設計的步驟，包括了如何規劃可程式化只讀記憶元件（PROM）。這個例子使用了很普遍的4-數元 Intel 4040微處理器。

在每一章最後，有一系列的參考文獻與書目摘要。這些參考文獻並沒有也未曾有意包括所有的資料，因爲在著者看來，不加選擇的列舉許多參考文獻，就教員與學生而言，都是浪費精力的。不過在某些情形下，很可能會由於疏忽而遺漏了一些創始的，或是很好的參考文獻。

這本書是由過去五年中我在電機工程系與計算機科學系中對大四及研一學生所開的數位電路與邏輯設計這門課所寫的講義編纂而成。在此我要

感謝曾經選過這門課，並且對這本書做出很有價值貢獻的學生們，特別是 T.Fry, H.Frost, Y.Keren-Zvi，以及 K.Pahlavan 。

我要感謝 Prentice-Hall 公司對印行這本書所給予的支持。我特別要感謝下列諸位先生。J.W.Gault 與 G.H.Foster 博士仔細的閱讀過原稿，並且提出了很多建設性的建議；K.Karlstrom 先生，Prentice-Hall 公司助理副總裁， 在準備原稿時提出了很多編輯上的意見與建議；L.Baudean 先生，Prentice-Hall 公司地區銷售經理，自願的爲第六章初稿打字；以及 C.R.Haden 博士，Director of the School of Electrical Engineering, the University of Oklahoma，由於他的鼓勵與支持，使這本書的印行成爲非常愉快的努力。最後，我要特別感謝伊利諾大學的 M.E.Van Valkenburg 博士，如果沒有他的鼓勵與興趣，這本書是永遠不會寫成的。

我也要深深感謝我的內人 Elisa，以及我的子女 Vivian 與 Jennifer，由於這本書，他們犧牲了許多的黃昏與週末。

S.C. Lee

目　錄

1

交換代數和交換函數

本章將對兩元素的布耳代數（Two-element Boolean Algebra)（B_2），或稱交換代數（Switching Algebra），作詳細的敍述。由於布耳代數是交換代數的數學基礎，首先就對布耳代數的要點作一簡要的複習。定義在B_2上的布耳函數（Boolean Function），稱爲交換函數（Switching Function）。二元變數（Binary Variable）在邏輯上對等的公式及一般交換函數的定理將先予以討論。兩種基本的兩階（Two-level）〔及-或〕（AND-OR）和〔或-及〕（OR-AND）的實施法也將予以介紹。在這裏面假設有現成的補數（Complement）和非補數兩種形式，以爲第一階的〔及〕閘（AND Gate）和第一階的〔或〕閘（OR Gate）的輸入變數（Input Variable）。爲了得到最少的兩階〔及-或〕閘和〔或-及〕閘的實施，三種交換函數最簡化（Switching-function-minimization）的方法：坎諾法（Karnaugh method）、昆馬克勞斯基法（Quine-McClusky method）、和反覆校正法（Iterative Consensus method）等將予以提出。第一種是

利用圖形的方法，用手算很簡便；第二種和第三種則是利用列表的方法，用機器算較適合。如果一個交換函數(1)其兩階〔及-或〕〔或-及〕之實施用了最少量的〔及〕閘(〔或〕閘)，和(2)沒有任何一個〔及〕閘(〔或〕閘)可被更少輸入脚的〔及〕閘(〔或〕閘)所取代；則此函數可說是被最簡化(Minimized)了，或說是以最少積之和(Sum of Product)之形式存在。這兩個條件若以函數的積(Product)(和(Sum))項表示，則為：(1)有最少量的積(和)項，和(2)沒有任何一個積(和)項可被有更少變數的積(和)項所取代。

在多交換函數最簡化的情形時(卽：一組交換函數同時被最簡化)，我們的規則如下，除了上述單一交換函數最簡化的兩個條件之外，我們加上下列這一條：儘量使每一個被最簡化的函數和其他被最簡化的函數有最多的公共項。這一條規定使得多項傳送函數(Multiple Transmission Function)基本的兩階〔及-或〕或者〔或-及〕閘的實施能充份利用到每一個元件。

最後，一串設計組合邏輯電路(Combinational Logic Circuit)的基本步驟將予以提出，而且用一道例題做為說明。

1-1 布耳代數

布耳代數，最早為喬治•布耳(George Bool)所研究，而在數學上建立了一塊領域。在數位計算機(Digital Computer)發明以後才異軍突起。它在數位電路(Digital Circuit)及計算機的設計上廣泛的被使用著。它是交換理論(Switching Theory)及邏輯設計(Logic Design)的數學基礎。

定義 1-1-1

布耳代數是代數(B；•, +, ′, 0, 1)包含有一個集合B(Set B)(該集合起碼包含有0與1兩個元素(Element))以及三種運算(

Operations),〔及〕運算 (AND Operation) (布耳積(Boolean Product))“ • ”,〔或〕運算 (OR Operation) (布耳和(Boolean Sum))“ + ”, 和〔反〕運算 (NOT Operation) (布數 (Complement)) “ ′ ”, 在此集合上定義, 使得凡B中的任意元素x, y 和 z, x • y (x和y之積), x + y (x和y之和), 和x′(x之補數) 仍舊在B內。就布耳代數言, 下列公理爲眞:

A 1　**冪一律** (Idempotent):

$x \cdot x = x$　　　　$x + x = x$

A 2　**交換律** (Commutative):

$x \cdot y = y \cdot x$　　　　$x + y = y + x$

A 3　**結合律** (Associative):

$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$　　　　$x + (y + z) = (x + y) + z$

A 4　**吸收律** (Absorptive):

$x \cdot (x + y) = x$　　　　$x + (x \cdot y) = x$

A 5　**分配律** (Distributive):

$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$

$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$

A 6　**零** (Zero)〔空元 (Null), 最小數〕和壹 (One)〔全元 (Universal), 最大數〕元素之性質:

存在有一個唯一的元素 (“ 壹 ”元素) $1 \in B$ 使得凡 $x \in B$, 則 $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$

存在有一個唯一的元素 (“ 零 ”元素) $0 \in B$ 使得凡 $x \in B$, 則 $x + 0 = 0 + x = x$

A 7　**補數** (Complement) *:　凡 $x \in B$, 必存在有一個唯一的元素 $x' \in B$, 使得

$x \cdot x' = 0$　　　　$x + x' = 1$

* 本書中, 撇號(′)和橫號(―)將交互使用以代表布耳變數或布耳表示式的補數。

請留意，x・y 和 x + y 不是普通的代數運算。元素 0 和 1 也不是普通代數中的零和壹。

下面舉出兩個簡單的布耳代數的例子。

例 1-1-1

假設有兩元的布耳代數 $B_2 = (\{0, 1\}; \cdot, +, '; 0, 1)$。三個運算定義如下：

·	0	1
0	0	0
1	0	1

+	0	1
0	0	1
1	1	1

′	
0	1
1	0

接着考慮單集合 S 的冪集合（Power Set）P（S）。很明顯的，P（S）包含有兩個元素，∅和 S。三個類似上述的表也可以∅和 S 根據集合論的交集（Intersection），聯集（Union），和補集（Complementation）的關係建立起來

∩	∅	S
∅	∅	∅
S	∅	S

∪	∅	S
∅	∅	S
S	∅	S

∼	
∅	S
S	∅

合起來看，這兩組運算表顯示出這兩個布耳代數互爲同義（Isomorphic）。

例 1-1-2

假設有一個四元素的布耳代數 $B_4 = (\{0, a, b, 1\}; \cdot, +, '; 0, 1)$。這三個運算規則如下表所示：

·	0	a	b	1
0	0	0	0	0
a	0	a	0	a
b	0	0	b	b
1	0	a	b	1

+	0	a	b	1
0	0	a	b	1
a	a	a	1	1
b	b	1	b	1
1	1	1	1	1

′	
0	1
a	b
b	a
1	0

再考慮冪集合P（I），此處I＝{a，b}。I的三個眞子集爲{a}，{b}和空集。把它們各別標爲S_a，S_b和∅。P（I）爲一具下表所示三個運算規則的布耳代數：

∩	∅	S_a	S_b	I
∅	∅	∅	∅	∅
S_a	∅	S_a	∅	S_a
S_b	∅	∅	S_b	S_b
I	∅	S_a	S_b	I

∪	∅	S_a	S_b	I
∅	∅	S_a	S_b	I
S_a	S_a	S_a	I	I
S_b	S_b	I	S_b	I
I	I	I	I	I

～	
∅	I
S_a	S_b
S_b	S_a
I	∅

B_4與P（I），I＝{a，b}再度同義。事實上，布耳代數與一冪集合P（A）同義，其三組運算∩，∪，和～則與〔及〕、〔或〕和“〔反〕運算相對應（問題1）。由於冪集合P（A），A＝{a_1，···，a_n}，有整2^n個元素（問題2），布耳代數的元素數目必爲2的冪次。換句話說，就一個布耳代數B而言，存在有一個正整數n使得B的元素數目爲2^n。

就如其他代數一樣，定義於代數中的函數其性質之探討常是研究的主題。布耳代數也不例外。一個布耳函數是自布耳代數對應到它本身的一個映像（Mapping）（函數（Function））。我們將以一般所熟知的“遞歸”（Recursive）方式下定義。在這定義裏，兩種簡單的函數，常數函數（Constant Function）和投影函數（Project Function），將予以定義，並提出一些規則以建立其他的布耳函數。

定義 1-1-2

布耳代數B的元素稱爲在B上的常數（A Constant On B）。

定義 1-1-3

一個可以代表B中任何一個元素的符號稱爲B上的（布耳）變數（A Boolean Variable On B）。

一個布耳代數的布耳函數可以如下定義：

定義 1-1-4

假設x_1，x_2，$\cdots$，x_n爲布耳代數B上的變數。則B到它本身的映像f爲一具有n個變數的布耳函數（A Bcolean Function Of n Variables），記爲$f(x_1, \cdots, x_n)$，假若f可依下列規則建立起來：

1. 設a爲B上的一個常數。$f(x_1, \cdots, x_n) = a$和$f(x_1, \cdots, x_n) = x_i$爲布耳函數。前者稱爲常數函數，後者稱爲投影函數（Projection Function）。

2. 若$f(x_1, \cdots, x_n)$爲一布耳函數，則$(f(x_1, \cdots, x_n))$, 爲一布耳函數。

3. 若$f_1(x_1, \cdots, x_n)$和$f_2(x_1, \cdots, x_n)$爲布耳函數，則$f_1(x_1, \cdots, x_n) + f_2(x_1, \cdots, x_n)$和$f_1(x_1, \cdots, x_n) \cdot f_2(x_1, \cdots, x_n)$爲布耳函數。

4. 能由上述規則作有限次數的使用而建立的任意函數，且建立後爲唯一的函數，爲布耳函數。

因此一個布耳函數爲一能由常數函數和投影函數藉著“ ′ ”，“＋”，和“・”等運算一再的使用而建立的任意函數。就一個單變數函數而言，投影函數爲恆等（Identity）函數$f(x) = x$。