新世纪终身教育用书

GAODENG SHUXUE

高等数学

主　编　龚乐春
副主编　单鉴华　何　延
主　审　胡秉民

浙江大學出版社

高 等 数 学

主　编　龚乐春
副主编　单鉴华　何　延
主　审　胡秉民

浙江大學出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学／龚乐春主编．—杭州：浙江大学出版社，2004.1

ISBN 7-308-03584-0

Ⅰ．高...　Ⅱ．龚...　Ⅲ．高等数学　Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 126573 号

责任编辑　邹小宁

出版发行　浙江大学出版社

（杭州浙大路 38 号　邮政编码 310027）

（网址：http://www.zjupress.com）

（E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn）

排　　版　浙江大学出版社电脑排版中心

印　　刷　浙江大学印刷厂

开　　本　787mm×960mm　1/16

印　　张　24

字　　数　430 千

版 印 次　2004 年 1 月第 1 版　2004 年 1 月第 1 次印刷

印　　数　0001—3000

书　　号　ISBN 7-308-03584-0/O・305

定　　价　35.00 元

内容简介

本书介绍了高等数学基础知识。全书共有十二章，包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、微分方程、空间解析几何与向量代数、多元函数微分法及其应用、二重积分、曲线积分和无穷级数。附录部分叙述了微积分在经济分析中的应用。每一章及附录的各节均配有习题，书后附有习题答案。

本书可作为高等院校各专业高等数学教材或教学参考书。

前　言

高等数学是一门重要的基础数学课程，是高等学校理、工、农、医、经济及管理等各学科各专业的一门必修课程，它的基本概念、理论和方法具有很强的逻辑性、抽象性和广泛的应用性。学好这一门课程不仅对学习后继课程是必不可少的，而且对掌握现代科学理论并应用于实际也是非常必要的。

编者在多年的教学实践基础上编写了本书。本书主要内容有：函数与极限，一元函数微分学及应用，一元函数积分学及应用，常微分方程，向量代数与空间解析几何，多元函数微分法及应用，二重积分，曲线积分，无穷级数及微积分在经济分析中的应用。全书在内容的编写上力求做到科学性与通俗性相结合，先具体后抽象，由浅入深，逐步提高，并力求条理清楚，重点突出。各章节均配有相当数量的、难易程度不等的习题，供学生选做。

本书的第1，2，3，12章由单鉴华撰稿，第8，9，10，11章由何延撰稿，第4，5，6，7章及附录由龚乐春撰稿。胡秉民教授对本书的构思提出了具体的宝贵意见，并对全书作了系统而全面的审阅。

本书可能有不当或者谬误之处，恳请读者和使用本书的教师批评指正。

编者

2003年8月

目　　录

第 1 章　函数与极限

函数是微积分研究的主要对象. 极限方法是研究变量的一种基本方法. 本章将介绍函数、极限和函数的连续性等基本概念,以及它们的一些性质和运算.

1.1　函　数

1.1.1　函数的概念

定义 1　设 x 与 y 是两个变量,D 是一个给定的非空实数集. 如果对于每个实数 $x\in D$,变量 y 按照一定法则总有惟一确定的数值和它对应,则称 y 是 x 的函数,记作 $y=f(x)$,x 称为自变量,y 称为因变量. 数集 D 称为函数的定义域,也可记为 D_f.

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时,与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的函数值,记为 $f(x_0)$,或 $y|_{x=x_0}$,当 x 取遍 D 的每个数值时,对应的函数值的全体组成的集合

$$Z=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}$$

称为函数 $y=f(x)$ 的值域.

关于函数的定义有以下几点说明:

1°　定义域 D 是非空实数集. 如表达式 $y=\arcsin(2+x^2)$ 中的 y 不是 x 的函数,因为对任何实数 x,按上述规则与之对应的 y 值都无意义,即 D 是一个空集.

2°　在函数定义中,对于定义域中的每一个 x 值所对应的函数值都是惟一的,这种函数称为单值函数,否则称为多值函数. 以后凡是没有特别说明时,函数都是指单值函数.

3°　函数 $y=f(x)$ 中表示对应关系的记号 f 也可改用其他字母,如"g","φ"等,这时函数就记作 $y=g(x)$,$y=\varphi(x)$. 有时还可将函数记作 $y=y(x)$,其中等式左边的 y 表示因变量,等式右边的 y 表示对应关系的记号.

4°　定义域和对应法则是确定函数的两个要素. 对于两个函数,只有当它

们的定义域和对应法则都相同时，它们才是相同的. 至于自变量和因变量本身的具体意义，以及用什么记号来表示，那是无关紧要的.

5° 在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义确定的；而抽象地研究用算式表达的函数，函数的定义域是指使算式有意义的自变量的全体实数值.

函数常用的表达方式有三种，即公式法、图形法与表格法.

用公式法表示函数时，有时需要在其定义域的不同部分，对应法则用不同的数学式子来表示，这类函数称为分段函数.

例如，绝对值函数

$$y=|x|=\begin{cases}-x, & x<0\\ x, & x\geqslant 0\end{cases}$$

是一个定义在$(-\infty,+\infty)$内的分段函数，它的图形如图 1-1 所示.

又如，符号函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}-1, & x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & x>0\end{cases}$$

也是一个定义在$(-\infty,+\infty)$内的分段函数，它的图形如图 1-2 所示.

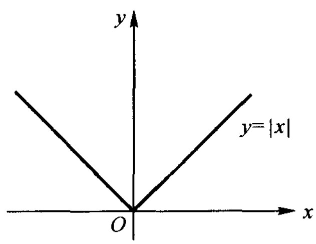

图 1-1

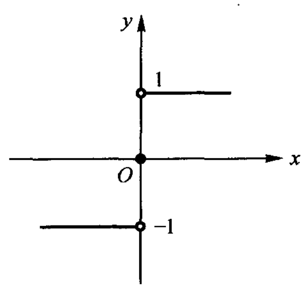

图 1-2

值得注意的是，分段函数是用几个式子来表示一个函数，因此它表示的只是一个函数而不是几个函数.

例 1 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & 0\leqslant x\leqslant 2,\\ x^2-1, & 2<x\leqslant 4,\end{cases}$

求 $f(1),f(2),f(3),f(x-1)$.

解 由对应规则，得 $f(1)=2,f(2)=3,f(3)=8$,

$$f(x-1)=\begin{cases}(x-1)+1, & 0\leqslant x-1\leqslant 2,\\ (x-1)^2-1, & 2<x-1\leqslant 4,\end{cases}$$

即
$$f(x-1)=\begin{cases}x, & 1\leqslant x\leqslant 3,\\ x^2-2x, & 3<x\leqslant 5.\end{cases}$$

例 2　用分段函数表示函数 $y=2-|x-1|$.

解　$$y=2-|x-1|=\begin{cases}2+(x-1), & x-1<0,\\ 2-(x-1), & x-1\geqslant 0,\end{cases}$$

即
$$y=\begin{cases}1+x, & x<1,\\ 3-x, & x\geqslant 1.\end{cases}$$

1.1.2　函数的几种特性

1. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，又区间 $I\subset D$，若对于区间 I 上的任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)<f(x_2)\qquad (\text{或 } f(x_1)>f(x_2)),$$

则称 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加(或单调减少)的，而区间 I 称为函数 $f(x)$ 的单调增区间(或单调减区间). 单调增加与单调减少的函数统称为单调函数.

2. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，若对于任意 $x\in D$(此时 $-x\in D$)，都有

$$f(-x)=f(x)\qquad (\text{或 } f(-x)=-f(x))$$

恒成立，则 $f(x)$ 为 D 上的偶函数(或奇函数).

偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于原点对称.

3. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，若存在数 M_1(或 M_2)，使得对于任意 $x\in I$，都有

$$f(x)\geqslant M_1\qquad (\text{或 } f(x)\leqslant M_2),$$

则称 $f(x)$ 在 I 上有下界(或上界).

若存在正数 M，使得对于任意 $x\in I$，都有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称 $f(x)$ 在 I 上有界，若这样的 M 不存在，则称 $f(x)$ 在 I 上无界.

4. 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若存在常数 $l\neq 0$，使得对于任意 $x\in D$，有 $x+l\in D$，且

$$f(x+l)=f(x)$$

恒成立,则称 $f(x)$ 为周期函数,l 称为 $f(x)$ 的周期,通常我们说的周期是指最小正周期.

1.1.3 反函数

定义 2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,值域为 Z,对 Z 中的每一个 y 值,若存在惟一的 $x\in D$ 与之对应,这个定义在 Z 上的函数,称为函数 $y=f(x)$ 的反函数,记为 $x=\varphi(y)$ 或 $x=f^{-1}(y)$.

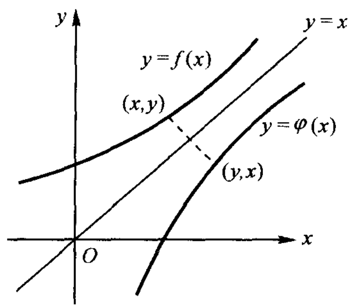

图 1-3

由反函数的定义可知,函数 $y=f(x)$ 的值域 Z 就是它的反函数 $x=\varphi(y)$ 的定义域,$y=f(x)$ 的定义域 D 就是反函数 $x=\varphi(y)$ 的值域. 同时,若 $x=\varphi(y)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数,则 $y=f(x)$ 也是 $x=\varphi(y)$ 的反函数,也就是说,函数 $y=f(x)$ 与 $x=\varphi(y)$ 互为反函数.

我们知道,函数关系由定义域与对应法则完全确定,与变量的记号无关. 习惯上,自变量常用 x 表示,因变量常用 y 表示,于是将函数 $x=\varphi(y)$ 或 $x=f^{-1}(y)$ 中变量记号 x 与 y 对换,这样函数 $y=f(x)$ 的反函数可记为

$$y=\varphi(x) \text{ 或 } y=f^{-1}(x).$$

例如,指数函数 $y=a^x(a>0,a\neq1)$,其定义域为 $(-\infty,+\infty)$,值域是 $(0,+\infty)$. 它的反函数是对数函数 $y=\log_a x\ (a>0,a\neq1)$,其定义域为 $(0,+\infty)$,值域为 $(-\infty,+\infty)$,且 $y=a^x$ 与 $y=\log_a x$ 互为反函数.

如果 $y=f(x)$ 与 $x=\varphi(y)$ 互为反函数,则在同一直角坐标平面内图形相同,而 $y=\varphi(x)$ 是由 $x=\varphi(y)$ 互换字母 x,y 得到,因此 $y=f(x)$ 与 $y=\varphi(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称(图 1-3).

1.1.4 基本初等函数

基本初等函数是指常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数这六种函数. 现将它们的函数记号与定义域分述如下,至于这些函数的性质与它们的图形已在中学数学中作过详细的介绍,此处不再重述.

1° 常数函数 $y=C$ (C 为常数), $x\in(-\infty,+\infty)$.

2° 幂函数 $y=x^\mu$(μ 为常数),它的定义域与 μ 有关.

3°　指数函数　　$y=a^x(a>0,a\neq 1)$，　$x\in(-\infty,+\infty)$.

特别地，当 $a=\mathrm{e}$ 时，$y=\mathrm{e}^x$ 称为自然指数函数.

4°　对数函数　　$y=\log_a x\ (a>0,a\neq 1)$，　$x\in(0,+\infty)$.

特别地，当 $a=\mathrm{e}$ 时，$y=\log_{\mathrm{e}}x \xlongequal{\text{记}} \ln x$ 称为自然对数函数.

5°　三角函数

$$y=\sin x,\quad y=\cos x,\quad x\in(-\infty,+\infty);$$

$$y=\tan x,\quad y=\sec x,\quad x\neq\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi,k=0,\pm1,\pm2,\cdots;$$

$$y=\cot x,\quad y=\csc x,\quad x\neq k\pi,k=0,\pm1,\pm2,\cdots.$$

6°　反三角函数

$$y=\mathrm{arc}\ \sin x,\quad x\in[-1,1];$$

$$y=\mathrm{arc}\ \cos x,\quad x\in[-1,1];$$

$$y=\mathrm{arc}\ \tan x,\quad x\in(-\infty,+\infty);$$

$$y=\mathrm{arc}\ \cot x,\quad x\in(-\infty,+\infty).$$

1.1.5　复合函数　初等函数

从函数的结构上看，有一种所谓的复合函数. 例如，球的体积 V 是其半径 r 的函数：$V=\frac{4}{3}\pi r^3$. 由于热胀冷缩，球的半径又随着温度 t 变化，假设 r 随 t 变化的规律是 $r=r_0(1+0.02t)$，其中 r_0 为常数，将 $r=r_0(1+0.02t)$ 代入 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$，就得到 V 对温度 t 的函数关系 $V=\frac{4}{3}\pi r_0^3(1+0.02t)^3$，这样球的体积 V 就成为温度 t 的函数，这个函数称为由上述两个函数构成的复合函数.

定义 3　设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u=g(x)$ 的定义域为 D_g，值域为 Z_g，若 D_f 与 Z_g 的交集 $D_f\cap Z_g$ 非空，则 y 通过 u 成为 x 的函数，该函数称为由 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 复合而成的复合函数，记作

$$y=f[g(x)],$$

其中，u 称为中间变量.

关于复合函数的定义有以下两点说明：

1°　$y=f(u)$ 的定义域 D_f 与 $u=g(x)$ 的值域 Z_g 的交集要求非空，否则 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 不能构成复合函数. 如果 $D_f\cap Z_g$ 为空集，就意味着由 $u=g(x)$ 所确定的函数值 u 就不落在 $y=f(u)$ 的定义域内，这样 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 无法构成复合函数. 例如，$y=\sqrt{u}$，D_f：$[0,+\infty)$ 与 $u=-(1+x^2)$，

Z_g:$(-\infty,-1]$,因为 $D_f\cap Z_g$ 为空集,所以它们不能构成复合函数.

2° 复合函数 $f=f[g(x)]$ 的定义域 D 或是函数 $u=g(x)$ 的定义域,或是它的一部分,即 $D\subseteq D_g$.

例如,$y=\ln^2x$ 可以看作由 $y=u^2$ 与 $u=\ln x$ 复合而成,$y=\ln^2x$ 的定义域 D:$(0,+\infty)$,与 $u=\ln x$ 的定义域 D_g:$(0,+\infty)$相同.

又如,$y=\sqrt{4-x^2}$ 可以看作由 $y=\sqrt{u}$ 与 $u=4-x^2$ 复合而成,$y=\sqrt{4-x^2}$ 的定义域 D:$[-2,2]$,它只是 $u=4-x^2$ 的定义域 D_g:$(-\infty,+\infty)$的一部分.

今后,还常会遇到中间变量不只一个的复合函数,例如 $y=e^{\arctan\sqrt{x}}$ 是由 $y=e^u$,$u=\arctan v$,$v=\sqrt{x}$ 复合而成的复合函数,其中 u 和 v 是中间变量.

学习复合函数,既要掌握由几个简单函数(基本初等函数或由其四则运算所构成的函数)复合成一个复合函数,又要掌握将一个复合函数分解为几个简单函数的复合.

由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合所构成的并可用一个式子表示的函数,称为初等函数.

例如,$y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$,$y=\arctan(x^2+1)+xe^x$ 等都是初等函数,在微积分中所研究的函数绝大多数都是初等函数.

习题 1-1

1. 求下列函数的定义域:

(1)$y=\dfrac{1}{x^2-9}+\sqrt{x+4}$; (2)$y=\sqrt{\sin x}+\sqrt{16-x^2}$;

(3)$y=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$; (4)$y=\dfrac{\sqrt{4-x}}{\ln(x-1)}$.

2. $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$ 是不是相同的函数? 为什么?

3. 作出函数

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant -1,\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\pi}\arcsin x, & -1<x\leqslant 1\\ 1, & x>1,\end{cases}$$

的图形,并求 $f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$,$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$,$f(0)$,$f\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 与 $f(4)$的值.

4. 将函数 $y=5-|2x-1|$ 用分段形式表示,作出函数图形.

5. 设 $f(x+1)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 2x, & 1<x\leqslant 2,\end{cases}$　求 $f(x)$.

6. 试将椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的内接矩形的面积 A 表示为 x 的函数，并确定此函数的定义域.

7. 用铁皮做一个容积 V 的圆柱形罐头筒，试将它的全面积 A 表示成底面半径 r 的函数，并确定此函数的定义域.

8. 下列函数中，哪些是奇函数，哪些是偶函数，哪些是既非奇函数又非偶函数？

(1) $f(x)=x+\cos x$；　(2) $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$；

(3) $f(x)=\dfrac{1}{2}(a^x+a^{-x})\quad(a>0)$.

9. 下列函数中哪些是周期函数？对于周期函数，求出周期：

(1) $y=x\cos x$；

(2) $y=A\sin(\omega t+\varphi)$，（其中 A,ω,φ 为常数且 $\omega>0$）.

10. 求下列函数的反函数：

(1) $y=x^2-4x$，$[2,+\infty)$；　(2) $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，$\left[-\dfrac{2}{3}\pi,\dfrac{1}{3}\pi\right]$；

(3) $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$，$(-\infty,+\infty)$.

11. 设 $f(x)=x^3-x$，$g(x)=\sin 2x$，写出 $f[g(x)]$，$g[f(x)]$，$f[f(x)]$.

12. 将下列函数构成复合函数，并求其定义域：

(1) $y=\sqrt[3]{u}$，$u=\sin x$；　(2) $y=\arccos u$，$u=\dfrac{x-2}{3}$；

(3) $y=\sqrt{u}$，$u=\ln v$，$v=4-x^2$；　(4) $y=2^u$，$u=v^3$，$v=\arctan x$.

13. 设 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,1]$，求下列函数的定义域：

(1) $f(x^2)$；　(2) $f(e^x)$；

(3) $f(\lg x)$；　(4) $f(\sin x)$.

14. 下列函数可以看作是由哪些简单函数复合而成的？

(1) $y=(1+\ln x)^5$；　(2) $y=\sin^3 2x$；

(3) $y=\ln\ln(1+x^2)$；　(4) $y=\arcsin\sqrt{1-x^2}$；

(5) $y=a^{\operatorname{arccot}\sqrt{x}}\quad(a>0,a\neq 1)$；(6) $y=\sqrt{\ln\sqrt{x+1}}$.

15. 作出下列函数的图形：

(1) $y=1+\sqrt{1-x}$；　(2) $y=\ln|x|$.

1.2 数列的极限

按正整数 1,2,…,n,…编号依次排列的一列有次序的数

$$x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots,$$

称为数列,记作$\{x_n\}$,数列中的每一个数叫做数列的项,第 n 项 x_n 称为数列的通项或一般项.

下面是一些数列的例子:

(1) $\left\{\frac{1}{2^n}\right\}:\frac{1}{2},\frac{1}{2^2},\frac{1}{2^3},\cdots,\frac{1}{2^n},\cdots$;

(2) $\left\{\frac{n-1}{n}\right\}:0,\frac{1}{2},\frac{2}{3},\cdots,\frac{n-1}{n},\cdots$;

(3) $\left\{\frac{1+(-1)^n}{2}\right\}:0,1,0,1,\cdots,\frac{1+(-1)^n}{2},\cdots$.

现在来考察数列$\{x_n\}$当 n 无限增大时(记为 $n\to\infty$,读作 n 趋于无穷大)的变化趋势,这就是数列的极限问题.我国古代数学家刘徽(公元 3 世纪)利用圆内接正多边形来推算面积的方法——割圆术,这是极限思想在几何上的应用.

对于半径为 R 的圆,以 A_1 表示圆内接正六边形的面积,以 A_2 表示圆内接正十二边形的面积,如此逐次使边数倍增,则得圆内接正多边形面积的数列:

$$A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots,$$

这里 A_n 是圆内接正 $6\times 2^{n-1}$边形的面积.当 n 无限增大时,圆内接正多边形的面积无限接近于圆的面积.也就是说,当 n 无限增大时,数列 A_n 无限接近于一个确定的数,这个数就是圆的面积 πR^2.这个例子反映某一类数列所具有的一种重要的变化趋势,即对于数列$\{x_n\}$,当 n 无限增大时,x_n 无限接近于某一个常数 a.

例 3 考察当 n 无限增大时,数列$\left\{\frac{n-1}{n}\right\}$的变化趋势.

我们看到,当 n 无限增大时,数列的通项 $x_n=\frac{n-1}{n}=1-\frac{1}{n}$无限接近于常数 1.而 x_n 与 1 的接近程度可以用绝对值$|x_n-1|$来度量.因此,上述变化趋势相当于:当 n 无限增大时,$|x_n-1|$可以无限变小,即只要 n 充分大,就可以使绝对值$|x_n-1|$小于任意给定的正数(无论它多么小).如给定正数$\frac{1}{100}$,要使

$$|x_n-1|=\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\left|-\frac{1}{n}\right|=\frac{1}{n}<\frac{1}{100},$$

只要 $n>100$，即从数列的第 101 项起，后面的一切项 x_n，都有

$$|x_n-1|<\frac{1}{100}.$$

同样地，如果给定正数 $\frac{1}{1000}$，则从第 1001 项起，后面的一切项 x_n，都有

$$|x_n-1|<\frac{1}{1000}.$$

一般地，对于任意给定的一个正数 ε(无论它多么小)，要使

$$|x_n-1|=\frac{1}{n}<\varepsilon,$$

只要 $n>\frac{1}{\varepsilon}$，因此可取正整数 $N\geqslant\frac{1}{\varepsilon}$，则当 $n>N$ 时，都有

$$|x_n-1|<\varepsilon.$$

即从数列的第 $N+1$ 项起，后面的一切项 x_n，都有

$$|x_n-1|<\varepsilon.$$

在上述情况下，我们就说，当 n 无限增大时，$|x_n-1|$ 可以无限变小，或者说当 n 无限增大时，x_n 无限接近于数 1，这个数 1 就称为数列 $\left\{\frac{n-1}{n}\right\}$ 当 $n\to\infty$ 时的极限. 一般地，有下述定义：

定义 4(ε-N 定义)　设有数列 $\{x_n\}$ 及常数 a，如果对于任意给定的正数 ε，总存在正整数 N，使得对于 $n>N$ 的一切 x_n，都有

$$|x_n-a|<\varepsilon,$$

则称常数 a 是数列 $\{x_n\}$ 的极限，记作

$$\lim_{n\to\infty}x_n=a,$$

或

$$x_n\to a\ (n\to\infty).$$

例 3 中数列的极限可记为 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}=1$.

数列 $\{x_n\}$ 以 a 为极限，也称 $\{x_n\}$ 收敛于 a. 如果一个数列有极限，则称此数列是收敛的，否则就称它是发散的.

关于数列极限的定义(定义 4)有以下两点说明：

1°　定义 4 中的正数 ε 是任意给的，由 ε 的任意性，不等式 $|x_n-a|<\varepsilon$ 才能表达出 x_n 与 a 无限接近的意思. 定义 4 中的正整数 N 是与任意给定的正数 ε 有关，它随着 ε 的给定而选定. 故数列的极限定义也称为 $\varepsilon-N$ 定义.

2°　$\varepsilon-N$ 定义的几何解释：将数列 $\{x_n\}$ 的每一项 x_n 及常数 a 在数轴上