

委级“八五”重点课题研究成果

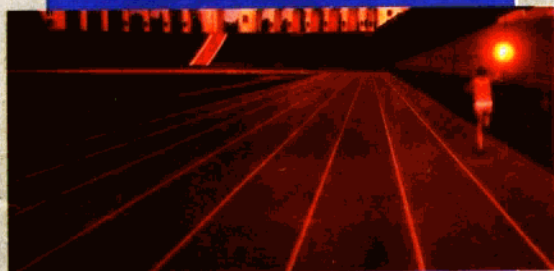
辑
计
字



高中数学

五方四段整体教学法的
理论与实践

主编：叶军



湖南师范大学出版社

全国教育科学“八五”规划国家教委级重点课题
湖南数学学科协作组数学学科子项目科研成果

高中数学五方四段整体教学法的理论与实践

顾问 李 蔚 李求来 杜雪堂

主 编 叶 军

副主编 祖 晶 黄 佳 邹文政 张陵育

其他编著和课题研究者(以姓氏笔划为序)

白明泽 朱伟成 向利平 刘伯贤 刘国和

任泽贵 刘新文 杜心怡 张 平 沈 扬

吴德山 冷德良 郭陆初 周 杰 周宏斌

易年树 段 旭 陶军祥 唐祥亿 高新祥

康尚君 曾红斌 舒世昌 露世春

英文编译 叶 军

湖南师范大学出版社

【湘】新登字 011 号

**高中数学五方四段整
体教学法的理论与实践**

主 编：叶 军
责任编辑：周玉波

湖南师范大学出版社出版发行
（长沙市岳麓山）

湖南省新华书店经销 长沙交通学院印刷厂印刷

850×1168 32 开 18.75 印张 471 千字

1994 年 4 月第 1 版 1994 年 5 月第 2 次印刷

印数：10001—15200 册

ISBN7—81031—377—0/G·153

定价：12.00 元

内容提要

本书分理论篇和实践篇两大部分。理论部分系统介绍了最新教育科研成果《五四七教法》的理论及实施办法。该理论已在全国范围内一百多所中学进行试验,普遍反映教学效果很好,特别是对指导中学数学教师开展教改活动,提高教学水平具有很高的学习和参考价值,是中学教师的必备教学参考书。实践部分侧重教学常规研究,全书对高三年级数学教学,按五方四段七步骤整体教学法框架提供了 111 个课时的教学内容,覆盖了高三数学的全部内容。在辅导阶段中“开阔视野”部分注重普及与提高,以中级数学奥林匹克为起点,介绍了 90 年代以来出自国外 20 多个国家和地区的数学奥林匹克名师之手的 111 道数学命题以及出自这些名师之手的最原始的解答与评论,内容极其丰富、精采,值得广大高中学生阅读。

前 言

五方四段七步骤整体教学法,是从中央教育科学研究所李蔚研究员主持承担的国家教委“八五”重点课题“课堂教学整体效应心理实验研究”的研究过程中逐渐提出的,又是在“七五”国家重点课题“教学心理研究与应用”的基础上发展而来的。这一教学法目前在全国已有一百多个实验学校。我们湖南数学学科协作组所辖实验学校有30多所,其中省、地、市重点中学占80%,还有一些中学正在积极申请参加这项课题的实验研究工作,大有星火燎原之势。

美国著名数学教育家G·波利亚(G. Polya)指出:“问题是数学的心脏,学习数学就意味着解题。”而学习数学的主要阵地在课堂。因此,数学教学中如何以问题为中心展开教学是数学教学改革的中心议题。我们认为,为了让学生独立地和创造性地掌握数学内容,发展数学能力,就必须让问题贯穿于整个数学教学的全过程,决不能把数学教学看作是单纯传授知识的过程,也不能理解为仅仅是传授知识和传授技能的过程,而应该把数学教学看作是师生共同参与的数学活动的教学。我们认为,李蔚研究员倡导的“五四七教法”,充分体现了上述观点,此教法明确要求整个教学过程通过教师提出问题,师生共同努力来达到预定的教学目标。

湖南数学学科协作组受全国教育科学规划领导小组办公室以及《课堂教学整体效应心理研究——五方四段七步骤整体教学法》课题组(以下简称中央课题组)的委托,承担该课题数学学科子项目*的研究工作,一方面开展该课题实验研究,将该课题的阶段性成果以湖南为起点推向全国;另一方面组织实验研究教师编写高中和初中的数学教学常规。我们深知,是否能完成这两项任务,直接关系到该课

* 数学学科子项目已获中央课题组社科基金资助。

题的深入推广与应用,意义深远,责任重大。我们深信,在中央课题组的指导下,有湖南师范大学各方面的大力支持,我们的任务一定会圆满完成。

在这本书的第一篇里,祖晶同志对如何实施“五四七教法”作了详细的论述并举了范例,因此,在第二篇里,我们以单元为整体,设计出了五四七课堂教学框架。考虑到高三年级数学教学中各单元知识综合性较大,且不同于高中一、二年级新授课的特点,我们不可能将每一单元中各课时教学中每一个具体问题的七步骤分析做详细的论述,这就要求实验教师参照理论部分中出的范例认真备课,分析出每一个问题教学的七个步骤。

本书的编辑出版,得到了湖南师范大学校长张楚廷教授的大力支持,得到了中央课题组主持人李蔚研究员的热情指导,还得到了湖南师范大学数学系杜雪堂主任、李求来教授、丁一坚老师以及湖南师范大学出版社的鼎力支持与热情指导,在此一并表示衷心感谢。

另外,我还要感谢数学系方惠中教授对我工作的支持和鼓励;感谢我的一些好朋友对我的信任和他们积极投入这项科研工作。特别要指出的是学科协作组秘书处的同志(黄佳、邹文政、刘伯贤、郭陆初、向利平、刘新文),他们协助我做了不少开创性的工作。

我们衷心希望“五四七教法”能被广泛运用于中学数学教学,我们这里所做的工作仅仅是率先对“五四七教法”数学教学常规的编写做了一些探索性尝试,肯定会有许多不尽人意的地方,热忱欢迎课题组全体同志和广大读者对我们的工作给予批评指正,提出宝贵的意见和建议,以便研究出一套完整的数学教学常规体系。

叶 军

1994年4月于长沙

序

《高中数学五方四段整体教学法的理论与实践》一书,已与广大读者见面了。这部具有普及性和具体操作方法的教学参考书,已应用于实验班的高中数学教学之中。实验证明,凡运用五方四段七步骤整体教学法中的七步骤学习法,就会使学习高中数学更容易、更有兴趣,也会理解得更加深透。该书是中央教科所“八五”规划国家教委级重点课题《课堂教学整体效应心理实验研究——五方四段七步骤整体教学法》的系列研究成果之一,是以湖南师范大学数学系叶军同志为主,和20多位高中数学骨干教师组成的数学学科协作组对数学学科子项目研究的成果。

五方四段七步骤整体教学是师生为实现教学目标在教学活动中实施的一系列教学措施的总和。五方四段七步骤整体教学法(以下简称“五四七教法”)是在“七五”国家重点教育科研项目中提出的教学思想的指导下形成的。这一教学思想(或者称之为教学理论体系)来自我国广大中小学教师长期的经验积累和有效地教学观察研究,是在大量课堂教学实际数据,以及国内外有关资料的基础上,以心理因素为内容,以计算机为手段,应用系统工程的思想和方法,进行多学科边缘性的研究中形成的。所以,这一教学思想有坚厚的教学经验与实验研究的基础。

“五四七教法”的理论来源有四,结构理论、活动内化理论、现代学习理论、知识工程理论。结构理论为课堂教学整体效应研究奠定了状态理论基础,使我们研究影响课堂教学质量的因素,无需求助于外界因素,只需而且也只能在课堂教学中寻找。活动内化理论告诉我们,认识的第一个问题是在人与客体接触过程中实现的,是接触、操作过程中使主体对客体的分辨、归纳;从操作发生动作,再由动作转化为思维,从而认识了客体或客体的某种特性。因此,课堂教学过程,

从一开始就要学生参与其中,而且要有实际操作。现代学习理论和认知科学为课堂教学整体效应提供了理论根据。课堂教学是一个具有特定功能的有机整体。影响教学的因素是极其复杂而又是多层次和多因素的。结构研究要求,首先确定边界。以课堂为边界,划分出影响课堂教学质量的直接因素与间接因素。直接因素中有5个系统,即:教学目标、学生、教师、教学内容和教学方法(包括课堂纪律)。从教学过程分析,课堂教学是动态的整体过程,分为四个阶段,即:自学、讲课、辅导和评价。知识工程理论为分析和研究教学内容奠定了崭新的理论基础。

“不论我们选教什么学科,务必使学生理解该学科的基本结构”。基本结构是指教材的结构,就是指那些“具有既广泛而又强有力的适用性”,由此看来,是指每门学科的基本概念、基本公式、基本法则和基本原理等。那些非结构的知识指单纯的事实、技巧、零散的知识。在这一意义上,布鲁纳的课程结构给予的启示是,研究影响课堂教学质量的因素问题,还要从教材内容上、知识结构方面加以研究。

学生在获得新知识过程中就改变了原有的认知结构,这种新旧结合的过程具有归属作用。这种归属是以新的命题意义与原有的认知结构之间的关系划分为三种不同的关系。当新知识属于原有认知结构之中时新旧知识之间是一种下位关系;当新知识包括原有认识结构中的若干个已知概念时,新旧知识之间是一种上位关系;新知识既不属于原有认知结构中的有关概念,也不能包括在旧知识之内,新旧知识之间是一种并列关系。教师要把新的信息与学生已有的认知结构联系起来,在教学中要了解和掌握学生已有的知识,根据学生已有知识与新信息的关系进行教学,会使学习和理解新知识更加容易。因此,研究新旧知识的关系,即新教材内容与学生已有的基础知识与基本技能之间的关系非常重要。

所有的知识在人的头脑中是按照门类组块排列的,这些组块即图式。图式除包括了知识本身外,还包括知识结构的认知结构、认知

策略和一系列认知框架。在教学过程中也包括教师的认知图式。由此可见,研究影响课堂教学质量不仅仅囿于学习过程的研究,还要研究知识结构和教师的认知结构。

美国斯坦福大学计算机科学家费根鲍姆教授(E. A. Feigenbaum)在1977年第五届国际人工智能会议上提出了知识工程术语。知识工程是以知识为研究对象的新兴的边缘学科,是把具体智能系统中那些具有共同性质的问题抽象概括出来,作为知识工程的核心内容。由此推论:教学是由教师的教与学生的学所构成的特殊的认识活动。这种认识活动以人类已有的知识为主要对象,力求在较短时间内传授大量的人类文化科学遗产,使个人认识达到当代社会的知识水平。可见,教学是传授科学知识的命题是成立的。尽管具体地学科知识(数理化史地生政等)各有不同,总体来说都是科学知识,只不过是更高层次水平上提出的。知识工程是在人工智能领域中把那些共性的东西抽取出来加以研究。同理,教学领域中把各具体学科中具有共同属性的问题抽象概括出来,作为知识的核心内容加以研究也是成立的。当然,同样承认在教知识的同时,教学对促进学生德、智、体的全面发展起着重要的作用。教学内容是指教师向学生传授的知识和技能,灌输的思想与观点、培养的习惯与行为的总和。以结构理论分析教学内容,教学内容的核心是知识。

知识是一种特定的人类信息。信息是自然界、人类社会和人的思维活动中普遍存在的,并以各自不同的形式(如声波、电磁波、图象、符号等)给人类带来某种信息。知识就是人类通过信息对事物、现象的认识与掌握,是人脑通过思维对客观事物重新组合的系统化了的信息集合,是人类在社会实践中的经验总结。信息在客观世界中大量存在,而人是在区别与选择过程中接受外界信息的。只有那些经过人脑接收、选择和处理过的,已系统化的信息才叫知识。知识首先发生和存在于人脑之中,这是主观知识。只有把人脑的认识结果,通过某物质载体如纸张、录音带等记录下来,才成为可以传递的客观知识。

科学知识则是人类客观世界认识的不断深化,并逐渐形成一种较为完整的、系统化了的的知识体系。而知识的结构状态、内在方式是指知识要素的组成状态。

知识要素:事实(facts)、概念(concept)和原理(theory)。事实就是曾经发生过的事件、过程、状态或结果。有时资料是事实的同意语。埃金对事实做了如下界说:“人在力图理解世界时,对各种形式的信息进行分析或处理。人们通过信息处理而形成的最基本的信息类型,就称作事实”。概念是“符号所代表的具有共同标准属性(共同关键特征)的对象、事件、情境或性质。”概念具有三层次:上位概念(supreme concept)亦称之为属概念;下位概念(subordinate concept)亦称之为种概念。两个概念,如果其中一个概念的外延被另一个概念的外延全部包含,这两个概念之间的关系称为从属关系,其中,外延宽的那个概念叫属概念(上位概念);外延窄的概念叫种概念,即下位概念。并列结构概念(combination concept)的并列关系是相对于概念的从属关系而言的,它是在同一属概念下二个以上的诸种概念之间的关系。原理(theory)包括公理、定律、规则、定义等,那些比概念更为概括地、具有规律性或不证自明的概念等统称为原理。任何学科领域的科学知识,不外乎由该学科的大量事实资料用以说明各种各样的概念;以由若干概念的内在联结而组成该科学的原理,这就构成了教学内容的全部。

从知识结构角度分析知识要素,已知知识要素是由事实、概念、原理(规则)及其内在联系所组成。从结构观点看,要讲好教学内容就必须从知识要素入手,结构上合理、效果上最佳的形成认知结构的心理过程,包括辨别、抽象、分化、概括等阶段,实现这一过程的具体步骤有七个:(1)审题;(2)按从属关系分析教材;找出概念之间的关系(上位概念、下位概念和并列概念);(3)划分知识结构;(4)根据归属层次,揭示概念的关键特征(标准属性);(5)从各关键特征的关系与联结入手,进入原理(规则)层次;(6)从整体上分析教材的内在联系;

(7)根据教材内容和班级的实际水平,确定本课的重点和讲解深度。

五四七整体教学是在前人的有关理论上进一步深化,从而提出的。要解决提高课堂教学质量的问题,还要从教学内容、知识结构方面研究。实验表明,按照知识层次分析知识的性质、特点及其规律,并依知识的规律进行教学,就会使课堂教学质量取得突破性的进展。

五四七整体教学法把教学过程分为自学、讲课、辅导和评价四阶段,体现了教学目标既是起点又是终点的全过程,重点抓好教学目标就可以在提高课堂教学质量中发挥出调控作用。

五四七整体教学法是把教学内容作为提高课堂教学质量的核心问题对待的。解决教学内容问题首先从知识结构上分析出组成知识的诸要素,尔后从知识要素角度分析教学内容的具有可操作性的具体步骤。七步骤是把分析、综合、抽象、概括等逻辑术语表现的思维活动付以具有可操作的实际步骤,从而使理解知识可以有顺序、又有层次的步步深入。这样教学既教知识又教会了怎样学习。

五四七整体教学法的课堂教学要按照学科特点,按照知识的性质、特点及其规律来进行。

李 蔚

1994年3月于北京

目 录

理 论 篇

五方四段七步骤整体教学法的理论框架与实践效果·····	(1)
-----------------------------	-----

实 践 篇

高中数学五方四段七步骤整体教学法数学教学常规研究 ·····	(19)
第一部分 单元五四七课堂教学框架 ·····	(19)
第一章 幂函数、指数函数与对数函数·····	(20)
第二章 三角函数与三角变换 ·····	(63)
第三章 反三角函数与简单三角方程·····	(119)
第四章 不等式·····	(149)
第五章 数列、极限、数学归纳法·····	(180)
第六章 复数·····	(214)
第七章 排列、组合、二项式定理·····	(246)
第八章 直线与平面·····	(279)
第九章 多面体与旋转体·····	(320)
第十章 直线与圆·····	(350)
第十一章 圆锥曲线·····	(393)
第十二章 参数方程与极坐标·····	(433)
第二部分 开阔视野·····	(466)
第一章 提出问题·····	(466)
第二章 问题的解答与评论·····	(487)
附录一 目标检测答案·····	(571)
附录二 单元终结性达标检测题答案与提示·····	(577)

五方四段七步骤整体教学法,由中央教育科学研究所李蔚研究员在承担国家教委“八五”重点课题“课堂教学整体效应心理实验研究”的研究过程中逐渐提出的,它是在“七五”国家重点课题“教学心理研究与应用”基础上发展而来的。这一教学法目前在全国已有一百多个实验班,在数学、物理、化学、自然等许多学科广泛进行着实验,效果普遍良好,其中有些实验班的成绩已跃居为全市、全地区第一名。

第一节 理论框架

大凡深谙教育的人,都会有这样的一种体验:教育是一种极其复杂的活动,课堂教学质量的好坏是一个涉及到目标、教材、教师、学生、教法等多侧面协同活动的结果。只重视某一或某几变量的作用,而忽视其它变量尤其是变量之间的相互作用,任何教学改革设想的实施终将陷于僵局。在近代科学思想左右下的五、六十年代许多教育、教学改革实验的失败,也从反面印证了这一科学论点。(美国五十年代在布鲁纳结构课程论指导下的大规模课程改革运动,虽重视了教材的科学体系、知识结构、学生认知、情感的初始行为特点,但对教师的作用重视不够,对发现学习这种教学方法的强调也过于偏激)前苏联赞科夫的教学理论,虽认识到要适应社会知识激增的发展趋势,在教学目标上除掌握知识、技能、技巧外,还应重视发展能力,然而在教学方法、教师、学生诸方面作何具体调整才能保证实现这一目标上,却未做明确说明。致使这种改革理论因其可操作性和实用性较差,而未能达到其预期设想,当然我国有关教学质量某一影响因素的改革实验也很多,有些在某一方面甚至取得了较大的成果,但从其普遍意义或适用性角度,特别是最大效益方面来看,仍属于初期实验阶段,也即是一种单因素的、线性的近代科学研究方法。这种单因素、线性的研究方法获得的结论,为进行多因素、非线性的现代科学研究方

法积累了重要的科学依据。倘若教学是一种简单的因果关系活动,那么这种单因素的、线性的研究方法所得出的结论也就无可挑剔了。然而事实上,教育、教学是一种涉及多变量的复杂活动,唯有多因素、非线性的研究方法所得出的结论才更具有其真实性、科学性。课堂教学整体效应的心理实验研究正是在这一现代科学思想的指导下展开的。

一 五方——影响课堂教学质量的五个方面

早在七五期间主持、承担国家重点研究课题“教学心理研究与应用”时,李蔚研究员就着手对教学进行多因素、非线性的研究。在结构理论的启示下,以课堂教学为边界,查阅大量国内外有关文献,采用多种科学方法,广泛在中小学调查、实验,经过五年潜习研究,建立了“多变量增广混合逐步回归非线性模型”,提出课堂教学是由教学目标、教学内容、教学方法、教师、学生 5 个子系统 25 项心理结构因素构成的,它是一个动态系统,具有相容性和非线性的相互作用和预测功能。

1. 教学目标:指学生在一个教学单元或一门课程完成之后,在认识、情感、技能等方面的变化。它有两个特点:其一,教学目标是以学生身心变化为标准的;其二,这种变化是以直接可观察的行为指标为依据的。为此,五方四段七步骤整体教学法把目标子系统划分为 3 个因素:(1)本课教学目标明确程度;(2)学习的近期目标;(3)学生学习的实际水平与教学目标是否一致。

2. 学生:学生是教学过程 的主体,如果学生不配合,任何高明的教师都无法把教学内容有效传递给学生,可见学生是教学过程中的决定因素,学生的认知因素和情感因素强烈地决定着教师对学生的影响效果。具体而言,学生子系统中 有 7 种因素对课堂教学质量有一定影响,它们是:(1)学习量(学习份量与速度)适应程度;(2)是否具备学习本课的基础知识和基本技能;(3)考试适应度;(4)学习情绪稳

定性；(5)学习自信心；(6)学习意志力；(7)学习注意力。

3. 教师：作为向学生传递文化科学知识的教师，不仅要对所授学科有较深的造诣，而且还应具备高超的教学能力和优秀的心理素质。研究表明，教师子系统中有5种因素对课堂教学质量有一定影响。它们是：(1)教学能力(传授知识的能力，对教材的理解、处理和运用的能力，对学生反应的敏感能力)；(2)课堂控制水平(讲解吸引学生的程度、对偶发事件之处理)；(3)个人心理特征(个人知识水平，提问或回答启发学生思路水平，对每个学生特点和班级集体特点的理解程度，教育事业心)；(4)教学类型(知识传授型为辅，能力培养型为主)；(5)教师的态度和行为(态度是否和蔼，对有困难的学生的帮助程度)。

4. 教材：教材是学生学习的內容，教材的编排结构在很大程度上制约着学生的学习过程和方法。教学心理学的有关教材问题的研究集中在精选教材上，也就是如何在保证激发学生兴趣的前提下，选择那些必不可少、举一反三的内容。而制约精选教材的一个重要依据是要遵循认识论的规律，保证学生在感性认识的基础上上升到理性认识。为此教学内容要突出教材的本质属性，即知识要素(事实、概念、原理及三者的内在联系)。通过对教材子系统的分析研究，表明这一系统内影响课堂教学质量的心理因素有4种：(1)科学性；(2)逻辑性；(3)启发性；(4)知识难度与已有知识的适应程度。

5. 教学方法与课堂纪律

教学方法主要指学生获得知识、技能的来源与途径，教学方法的选择要符合学生、教师特点和教学大纲要求，维持学生兴趣与注意和课堂纪律。课堂纪律则是保证某一教学方法实施的前题。经研究表明，教学方法与课堂纪律子系统中有6种因素对课堂教学质量有一定影响，它们是：①激发学生的兴趣；②维持教学秩序；③引起注意的集中程度；④概括、归纳结论的程度；⑤组织教学与学生情境相一致程度；⑥布置作业和按时下课。

值得指出的是,在影响课堂教学质量的五个子系统中,学生子系统和教师子系统较其它三个子系统相对稳定,而教学方法的宗旨在于调动学生的学习兴趣,为此采取的措施应贯穿于教学过程的始终。因此教学目标、教学内容是提高课堂教学质量的关键。

二 四段——课堂教学过程的四个阶段

在分析、论证了影响课堂教学质量的五个方面、25个因素之后,还应选择适宜的教学阶段,把这些重要的因素、变量融汇在教学活动之中。在参考各种教学理论及认知学习理论,特别是百余种教学模式的基础上,在“活动内化是人的思维和教学过程的基础”这样一种思想的指导下,确定了自学、讲课、辅导、评定四个教学阶段。每一教学阶段要完成不同任务,而任务的制定主要制约于影响课堂教学质量的五个方面、25项因素。

第一阶段:自学

自学是体现“学生是教学过程中决定性因素”的具体措施。这一阶段要实现两个目的:一是充分调动学生积极性,使他们集中注意学习内容,并对此发生兴趣;二是确定并发现学生与新课内容相关知识的水平及存在的问题。为此,可采取以下4项具体措施:

1. 宣布目标(明确教学目标、学习目标)
2. 提出问题(依小标题编制问题、拟定测验题,以提高学生注意力和兴趣)
3. 解题自学(行间巡视或学生板演中,发现学习缺陷与不足)
4. 摸底测验(通过各种快速诊断方式,划分学生达标复杂度,调查学生实际水平与学习目标的一致性,从而找到教学起点的“真正难度”)

第二阶段:讲课

1. 要求

- (1)先介绍轮廓(整体),次介绍部分因素,最后再讲细节。以体现

整体思想。

(2)将摸底测验中了解到的问题,纳入讲解中,以便及时消除学生的知识障碍。

(3)边讲、边写提纲和绘图表,以突出信息双重编码(语义、图形)的作用。

(4)给学生操作机会(练习、实习、实践)

(5)教会学习方法

2. 内容

(1)事实(资料)

(2)概念

(3)原理

(4)内在联系

从而保证学生在掌握一定事实的基础上,形成概念,在揭示各概念关系的基础上形成原理。使学生获得的知识成为一环紧扣一环的知识链锁。

3. 关于分析教材的具体步骤,后面将深入探讨。

4. 形成性测验。及时了解、掌握学生学习的反馈信息。

第三阶段:辅导

1. 内容:提问、形成性测验、作业中发现的问题。

(1)补充讲解(填漏补缺)。旨在复习已学过但没懂或遗忘的知识。

(2)深入辅导(拓宽、加深)。旨在有了新知识的基础上进行拓宽或深入辅导。

2. 方式

(1)全班。

(2)小组。

(3)个别。

3. 第二次学习测验机会。