

高等学校教学参考书



材料力学

学习指导与测试

王泉祥 张静宜 张致臣 主编

石油大学出版社

高等学校教学参考书

材料力学学习指导与测试

王泉祥 张静宜 张致臣 主编

石油大学出版社

鲁新登字 10 号

内 容 介 绍

本书是根据国家教育委员会工科力学课程教学指导委员会制定的《材料力学课程教学基本要求》编写的教学指导书。

本书采用的编写形式为：内容提要、基本概念、基本理论和方法、重点与难点问题分析、典型例题、自测题。

本书旨在弄清概念的基础上深化理论，提高分析问题和解决问题的能力。主要用于指导学生自学和复习，也可供学生报考研究生复习及材料力学教师教学参考。

材料力学学习指导与测试

王泉祥 张静宜 张致臣 主编

*

石油大学出版社出版

(山东省 东营市)

新华书店发行

山东省肥城市印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 10.75 印张 278 千字

1995 年 3 月第 1 版 1995 年 3 月第 1 次印刷

印数 1—4500 册

ISBN 7-5636-0615-7/O · 28

定价：8.00 元

前　　言

本书是根据国家教育委员会工科力学课程教学指导委员会制定的《材料力学课程教学基本要求》编写的教学指导书。全书分为十五章，各章采用的编写形式为：内容提要、基本概念、基本理论和方法、重点与难点问题分析、典型例题、自测题。自测题分为是非题、选择题、填空题和计算题。

本书对各章的基本概念、基本理论和方法进行了系统的、简要的归纳和总结；对各章的重点与难点作了扼要分析；针对学生在解题中容易发生错误的问题，通过一定数量的实例分析，阐明了解题的方法和技巧，可以帮助学生拓宽解题思路，巩固所学知识。各章后的自测题形式多样、内涵丰富、联系实际、技巧性强、难度适宜，便于启迪学生思维，帮助学生进一步弄清一些容易混淆的问题，可用来自测学习效果。

本书旨在弄清概念的基础上深化理论，提高分析问题和解决问题的能力。主要用于指导学生自学和复习。可适用于机械、土木、采矿等多学时专业，也可供学生报考研究生复习及材料力学教师教学参考。

本书由王泉祥、张静宜、张致臣主编，张胜仁、王育平、朱珍德、赵向东、李自林、王国安、高镇文参加编写。英文习题、译文及参考答案由王泉祥编写。

由于时间和编者水平所限，疏漏和错误之处在所难免，希望读者予以指正。

编　　者
1994年11月

目 录

第一章 绪论和基本概念.....	1
第二章 轴向拉伸和压缩.....	8
第三章 剪切	29
第四章 扭转	41
第五章 平面图形的几何性质	62
第六章 弯曲内力	75
第七章 弯曲应力	91
第八章 弯曲变形.....	116
第九章 应力状态理论和强度理论.....	132
第十章 组合变形.....	160
第十一章 压杆稳定.....	185
第十二章 能量法.....	202
第十三章 静不定系统.....	223
第十四章 动载荷.....	242
第十五章 交变应力.....	259
附录一 自测题参考答案.....	276
附录二 英文习题.....	288
附录三 参考译文及答案.....	320
主要参考书目.....	338

第一章 绪论和基本概念

一、内容提要

本章主要介绍材料力学的任务和研究对象及其变形固体的基本假设。同时对材料力学某些重要概念作了简要说明，并指出了学习材料力学应注意的问题。

二、基本概念

1. 重要概念

(1) 刚体：假定在外力作用下其形状尺寸绝对不变化或改变很小可忽略不计的物体。

(2) 变形固体：在外力作用下其形状或尺寸发生改变的物体。

弹性变形：外力撤除后，能够消失的变形。

塑性变形：外力撤除后，不能消失的变形，即残留的变形。

(3) 构件：组成机械的零件或结构中的元件。它的主要几何量是轴线和横截面。

(4) 位移：构件内的点和线在空间位置上的变化。

刚体位移：由刚体运动或构件变形部分的弹性变形而引起不变形部分内点和线的位移。如图 1-1 所示。

弹性位移：由构件变形部分的弹性变形而引起其内部点和线的位移。

(5) 变形：构件在外力作用或温度的影响下，所引起的形状尺寸的变化。

绝对变形：构件的整体或其中一部分的变形量。



图 1-1

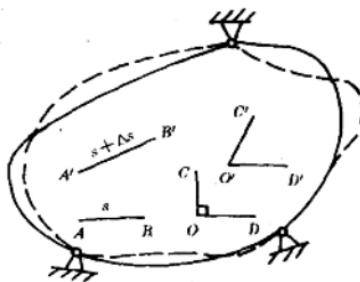


图 1-2

相对变形(应变):是构件变形程度的量度。

线应变:微小线段单位长度的改变量,用 ϵ 表示。如图 1-2 所示。

$$\epsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{s}$$

剪应变:两个互相垂直的微小线段(CO, OD)直角的改变量、用 γ 表示,如图 1-2 所示。

$$\gamma = \lim_{\substack{CO \rightarrow 0 \\ DO \rightarrow 0}} (L_{COD} - L_{CO'D'})$$

(6) 内力 截面法

内力:构件在外力作用下发生变形,而引起内部相邻两部分之间相互作用力的改变量。其主要性质有内力是截面上分布内力的合力;内力的数值有一定限度,与构件的强度有关;内力具有抵抗变形的能力。

截面法:显示和计算内力的方法。其计算步骤可用四个字表示,用图 1-3 说明:

截——用截面 1-1 假想地把构件 ABC 截分为 AB、BC 两部分。

取——取 AB 段为研究对象。

代——BC 部分对 AB 部分的作用,用内力 Q_1 、 M_1 代替。

平——利用静力平衡方程式计算 Q_1 、 M_1 。即 $\sum Y = 0; Q_1 = P$;
 $\sum M_C = 0; M_1 = Px$ 。

注意:构件是假想截开的,截开前和截开后平衡情况相同;平

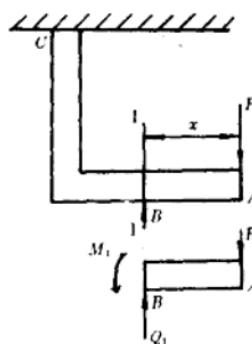


图 1-3

衡方程式数目由截取部分的力系决定；理论力学中的某些原理，在材料力学中能否应用，主要取决于对构件变形有无影响。如将图1-3中的力 P 等效平移到B点，AB段的变形受影响，BC段的变形不受影响，因此对于AB段力线平移定理不能应用，对于BC段力线平移定理可以应用。

(7) 应力：是度量构件强度的物理量，如图1-4所示。 ΔP 为微



图 1-4

小面积 ΔA 上的总内力， ΔN 为微小面积 ΔA 上的法向内力， ΔT 为微小面积 ΔA 上的切向内力。

全应力：截面上内力的分布集度，用 p 表示。

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

正应力：截面上法向内力的分布集度，用 σ 表示。

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = p \cos \alpha$$

剪应力：截面上切向内力的分布集度，用 τ 表示。

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = p \sin \alpha$$

说明：构件的破坏直接与正应力和剪应力有关，而与全应力无直接关系，因此今后材料力学只研究正应力和剪应力。正应力垂直于截面，剪应力平行于截面。

应力有两种单位制：工程单位制是 kg/cm^2 、 kg/mm^2 ；国际单位制是 $\text{Pa}(\text{N}/\text{m}^2)$ 、 $\text{MPa}(10^6 \text{N}/\text{m}^2)$ 。

(8) 计算简图：根据所研究问题的主要方面，忽略次要因素，将实际构件(结构)和受力情况抽象为便于力学分析和计算的图形。

简化步骤：以轴线代替构件，截面形状与尺寸用剖视图表示；以可动铰支座、固定铰支座、中间铰和固定端代替实际约束情况；在保证不影响构件变形的情况下，利用力的分解和力系的简化来简化实际载荷。

(9) 强度：构件抵抗破坏的能力。破坏是指构件产生塑性变形和断裂。

(10) 刚度：构件抵抗变形的能力。主要指的是线弹性小变形。

(11) 稳定性：构件保持原有形状平衡的能力。原有形状是指受力前构件的形状。如细长直杆受压力前为直线，受到一定压力后仍能维持直线平衡状态。

(12) 小变形：是指构件的变形量与原始尺寸相比很小。在计算支反力和内力时，不考虑变形的影响，仍按原始尺寸（或角度）计算。有时在推导公式时利用它可以使公式简化。

2. 应区分的概念

- (1) 弹性变形与塑性变形。
- (2) 变形与位移。
- (3) 绝对变形与相对变形。
- (4) 内力与应力。
- (5) 小变形与变形很小。

三、变形固体的基本假设

对于变形固体做成的构件进行强度、刚度或稳定计算时，为了进行理论分析和简化计算，常常略去它们的次要性质，并根据其主要性质作出以下假设，将它们抽象为一种理想模型。

1. 连续性假设：假设构件的整个体积内毫无空隙地充满了物质。因而物体内的某些物理量（如各点的位移等）为连续的，可用坐标的连续函数表示，并可采用无限小的分析方法。

2. 均匀性假设：按照统计学观点，将材料看成是均匀的，即认为物体内的各点的力学性质相同，其性质不随位置坐标而改变。因此可以取出该物体的任意微小部分来加以分析和进行试验，其结果

可以适用于物体的其他部分。

3. 各向同性假设：认为物体内一点沿各方向的力学性质从宏观看是相同的，即与其方向无关。因此可以围绕物体内一点截取不同方位的微小正六面体，其力学性质完全相同。

实践证明，根据基本假设建立的材料力学的基本理论和计算方法，符合实际情况，能够满足工程要求。

四、材料力学的主要任务和研究对象

1. 主要任务

材料力学是一门研究构件承载能力的科学。它的主要任务是在满足强度、刚度和稳定性的情况下，以最经济的代价为构件设计合理截面形状和尺寸，选择适宜的材料提供必要的理论和计算方法。

2. 研究对象

以等截面直杆为主，且变形限制在线弹性小变形范围内。

五、学习材料力学的方法

材料力学是以普通物理、高等数学和理论力学为基础的一门技术基础课。它为机械设计基础、弹性力学、结构力学和其他有关的专业课，提供必要的理论知识和计算方法。要想学好材料力学就必须掌握它的特点和方法。

1. 重视基本概念和理论，掌握基本方法

(1) 材料力学所研究的构件或结构都是抽象后的力学简图。因此要求逐渐熟练掌握将实际构件或结构简化为计算简图的方法。

(2) 内力的分析和计算是研究材料力学的先决条件，因此应该正确地、熟练地运用截面法计算各种变形的内力，并准确地画出内力图。

(3) 应力公式推导，多数是从几何、物理和静力学三方面综合分析得到的。这种推导公式的方法是材料力学的基本方法之一。

(4) 静不定问题是材料力学中出现的新问题，解决它的关键，

是确定变形谐调条件,建立补充方程式。因此它也是材料力学的一种基本方法。

2. 重视试验,提高试验技能

试验是材料力学的重要内容之一,它不仅能够验证理论,而且还能实测应力,为解决复杂工程问题提供了条件。因此必须独立完成试验,养成细心观察和认真分析试验现象的习惯。

3. 自觉独立地认真完成作业

习题是应用材料力学理论和计算方法解决实际问题的主要环节。它不仅可以培养计算技能,而且还能深化理论,提高分析问题和解决问题的能力。

六、自测题

1. 是非题(判断下列说法是否正确,在正确的后面画“√”,错误的后面打“×”)

(1) 任何物体都是变形固体,在外力作用下都将发生变形。当变形很小时,就可视为刚体。()

(2) 固体材料在各个方向相同物理性质的假设,称为各向同性假设。所有的工程材料都可应用这一假设。()

(3) 静力学的某些原理在材料力学中都可以应用,没有条件限制。()

(4) 内力是一个分布力系,它向截面形心简化为一个主矢和一个主矩。()

(5) 剪应变是两条微小线段夹角的改变量。()

2. 选择题(将正确答案的字母填在括号内)

(1) 由均匀、连续性假设,可以认为()。

(A) 构件内各点的应力、变形和位移均相等

(B) 构件内的应力、变形和位移可用点坐标的连续函数表示

(C) 材料的强度在各点处是不相等的

(2) 小变形正确的含义是()。

(A) 构件在弹性范围内的变形

- (B) 构件的变形很小
 (C) 构件的变形与原始尺寸相比很小
 (3) 图 1-5 所示单元体的剪应变是()。
 (A) 2α (B) α (C) $90^\circ - \alpha$
 (4) 正应力和剪应力是截面上()。
 (A) 互相垂直的应力
 (B) 沿坐标轴方向的应力
 (C) 沿截面法线和切线方向的应力
 (5) 衡量构件强度的指标是()。
 (A) 正应力和剪应力 (B) 全应力 (C) 内力

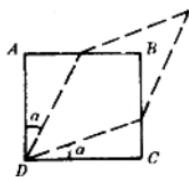


图 1-5

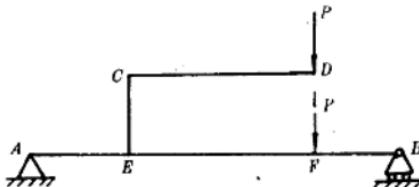


图 1-6

3. 填空题(将正确的答案填在横线上)

- (1) 旗杆由于风力过大而产生塑性变形, 它属于_____破坏; 齿轮轴由于变形过大使得齿轮啮合不平稳, 它属于_____破坏; 细长的千斤顶螺杆因压力过大而弯曲, 它属于_____破坏。
- (2) 将图 1-6 所示 P 力的作用点移到梁上 F 点, 不受影响的是_____。
- (3) 由各向同性假设, 可以认为材料各方向的弹性常数是_____; 各方向的强度是_____。
- (4) 截面法求内力适用的范围是_____。
- (5) 角位移与角应变(剪应变)的不同点是_____。

第二章 轴向拉伸和压缩

一、内容提要

本章主要研究杆件受轴向拉伸和压缩时横截面上的内力(即轴力)、应力、斜截面上的应力、变形和强度计算;通过试验测定工程中常用材料(低碳钢和铸铁)的主要力学性能;掌握拉压静不定问题的特点和计算。

二、基本概念

1. 重要概念

(1) 轴力、轴力图:受轴向拉伸和压缩的杆件,横截面上分布内力系的合力 N 的作用线与杆件轴线相重合,称它为轴力。而把画出轴力沿杆件轴线的变化规律的图形称为轴力图。

(2) 工作应力:构件在载荷作用下产生的应力叫工作应力。

(3) 极限应力:引起材料发生破坏或产生显著塑性变形的应力极限值。

(4) 许用应力:把材料的极限应力除以安全系数,作为设计时应力的最高限度,即材料所允许的最大应力,用 $[\sigma]$ 表示。

(5) 温度应力:由于温度变化而引起杆件内的应力。

(6) 装配应力:因为加工中的误差而引起装配时产生的应力。装配应力是在加载荷之前已具有的应力,所以它也是一种初应力。

(7) 应力集中:由于截面尺寸的突然改变而引起局部应力急剧增大的现象。

理论应力集中系数:发生应力集中截面上的最大应力 σ_{max} 与同一截面上的平均应力 σ 之比值,即

$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma}$$

(8) 圣文南原理:力作用于杆端方式的不同,只会使与杆端距离不大于杆的横向尺寸范围内的应力受到影响。

(9) 屈服现象:应力基本不变而应变显著增加,材料暂时失去抵抗变形能力的现象。

(10) 冷作硬化现象:材料不经过热处理,只是冷拉到强化阶段的某一应力值后即缓慢卸载到零,以此提高材料比例极限和降低塑性的方法。

(11) 延伸率:试件拉断以后,标距范围内的相对残余伸长量。通常以百分数来表示,即

$$\delta = \frac{L_1 - L}{L} \times 100\%$$

式中, L_1 为试件拉断后的标距长度; L 为标距的原长。

工程规定: $\delta \geq 5\%$ 的材料称为塑性材料; $\delta < 5\%$ 的材料称为脆性材料。

(12) 面积收缩率:试件断裂后,断裂处横截面面积的缩减量与原横截面面积的比值,即

$$\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$$

式中, A 为试件横截面原始面积; A_1 为试件断裂处的横截面最小面积。

2. 应区分的概念

(1) $P - \Delta L$ 曲线与 $\sigma - \epsilon$ 曲线。

(2) 比例极限与弹性极限。

(3) 屈服极限与强度极限。

(4) $\sigma_{0.2}$ 与 σ_s 。

(5) E 与 EA 。

(6) E 与 μ 。

(7) δ 与 ϵ_s 。

(8) 变形、位移与应变。

(9) 弹性应变与塑性应变。

(10) $\sigma = N/A$ 与 $\sigma = E\epsilon$ 。

(11) $\Delta L = \frac{NL}{EA}$ 与 $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$ 。

(12) 静定问题与静不定问题。

三、基本理论和方法

1. 轴力

轴力的正负号规定;轴力的计算方法;求轴力的一般表达式;
绘制轴力图。

轴力的正负号规定:拉伸时产生的轴力称为拉力,规定为正,
轴力的矢量方向背离横截面。压缩时产生的轴力称为压力,规定为
负,轴力的矢量方向指向横截面。

轴力的计算方法,采用截面法。若求杆件某一截面的轴力,假
想用一平面沿该截面将杆件截成两部分,取其中一部分为研究对
象,移去另一部分,并用轴力表示移去部分对留下部分的作用,建
立静力平衡条件,求出未知的内力——轴力。

求轴力的一般表达式是:

$$N = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n \pm P_i$$

此式表示任一横截面上的轴力,在数值上等于截面左侧或右侧所
有外力在轴线上投影的代数和。外力在公式中的正负号是:外力方
向背离该截面代正;外力方向指向该截面代负。

轴力图:当杆受到多个轴向外力作用时,在杆的不同段内将有
不同的轴力,而对等截面杆作强度计算时,必须以杆内的最大轴力
 N_{max} 作为依据。为此,用与杆轴线平行的坐标表示横截面位置,用
与杆轴线相垂直的坐标表示横截面上轴力的数值,从而绘出轴力
与横截面位置关系的变化规律图线,即为轴力图。习惯上一般将正值
轴力画在与杆轴线平行的坐标轴的上侧,负值的轴力画在下侧。

必须指出,在运用截面法求轴力和画轴力图时,一般在所求内
力的截面上假设轴力是正的,然后由静力平衡条件求出轴力 N 的
数值,若求得的 N 为正,说明该截面上的轴力是正的(拉力),若求

得的 N 为负, 说明该截面上的轴力是负的(压力)。

2. 应力

横截面上的应力及其适用条件; 斜截面上的应力分析。

横截面上的应力, 根据观察轴向受拉、压杆的变形现象, 作出平面假设: 杆件在变形前为平面的横截面, 在变形后仍为与杆轴线垂直的平面。由此假设可把杆视为由许多纵向“纤维”组成, 杆受拉时, 在两横截面之间所有的纵向纤维都均匀地伸长, 也就是在杆横截面上各点处的变形都相同。因此在杆横截面上的内力也一定是均匀分布的, 由此可知, 杆横截面上各点处的正应力 σ 到处相等, 即 $\sigma = \frac{N}{A}$ 。

公式的适用条件:

- (1) 杆横截面上正应力 σ 均匀分布的规律, 在杆上离力作用点或离截面变化较远部分才是正确的。
- (2) 外力合力的作用线必须与杆轴线重合。
- (3) 杆必须是等截面直杆。

斜截面上的应力分析:

分析斜截面上的应力, 还是采用截面法。仿照轴向拉压横截面上正应力变化规律的分析过程, 同样也可得斜截面上各点处应力相等的结论。于是, 斜截面上的全应力为

$$\rho_s = \frac{P}{A_s} = \frac{P}{A} \cos \alpha = \sigma \cos \alpha$$

式中, A_s 为斜截面面积; A 为横截面面积。

为了分析构件的强度, 通常将 ρ_s 分解为两个分量: 垂直于斜截面的正应力 σ_s 和相切于斜截面的剪应力 τ_s , 从而得

$$\sigma_s = \rho_s \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha$$

$$\tau_s = \rho_s \sin \alpha = \sigma \cos \alpha \sin \alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha$$

由上式可以看出:

当 $\alpha=0$ 时, 横截面上有最大的正应力, 且剪应力等于零;

当 $\alpha=90^\circ$ 时, 纵向截面上没有应力;

当 $\alpha=45^\circ$ 时, 该截面上有最大的剪应力, 且该截面上的剪应力与正应力的数值相等, 均为最大正应力的一半。

由此可见, 轴向受拉(压)杆, 根据其材料抗拉能力和抗剪能力的强弱, 它可能沿横截面发生拉断破坏, 也可能沿 45° 斜截面发生剪切破坏。

3. 强度条件

最大工作应力; 许用应力及其强度条件的应用。

为了保证构件能正常地工作, 不致破坏且有一定的安全储备, 必须使杆的最大工作正应力 σ_{\max} 小于或等于材料的许用应力 $[\sigma]$, 即

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

通常把此式称为轴向受拉(压)杆的强度条件。

等截面构件: $\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A}$; 变截面构件 $\sigma_{\max} = \left(\frac{N}{A}\right)_x$, x 为危险截面的位置。

以等截面构件为例分析强度条件的应用。

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma]$$

(1) 强度校核

若已知构件的轴力、截面尺寸和许用应力时, 则需验算构件的安全性。当遇到构件的最大工作应力稍大于许用应力, 但不超过许用应力的 5% 时, 仍可以认为构件是安全的。

(2) 选择构件的截面尺寸

若已知构件的轴力和许用应力时, 则可根据强度条件求出构件所需的横截面面积 A , 此时应有

$$A \geq \frac{N_{\max}}{[\sigma]}$$

进而由截面的形状计算出截面尺寸。

(3) 确定构件的许可载荷

若已知构件的尺寸和材料(即已知 A 和 $[\sigma]$), 则可确定构件