

GONGCHENG LIXUE

# 工程力学

王永跃 徐光文 主编



天津大学出版社  
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

# 工程力学

王永跃 徐光文 主编



## 内 容 提 要

本书根据国家教育部工科力学指导小组制定的中、少学时工程力学教学基本要求编写而成。全书共两篇。第一篇为静力学,内容包括平面汇交力系、平面一般力系、空间力系;第二篇为材料力学,内容包括材料力学的基本概念和基本假定、轴向拉压、剪切、扭转、弯曲基本变形、应力状态与强度理论、组合变形、压杆的稳定、动荷载。

本书是只需要静力学和材料力学基本内容的专业适用的教材,亦可供工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/王永跃,徐光文主编. —天津:天津大学出版社,2005.8

ISBN 7-5618-2176-X

I . 工… II . ①王…②徐… III . 工程力学 - 高等学校 - 教材 IV . TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 080990 号

出版发行 天津大学出版社

出版人 杨欢

地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)

电 话 发行部:022—27403647 邮购部:022—27402742

印 刷 昌黎太阳红彩色印刷有限责任公司

经 销 全国各地新华书店

开 本 185mm × 260mm

印 张 21.5

字 数 540 千

版 次 2005 年 8 月第 1 版

印 次 2005 年 8 月第 1 次

印 数 1—4 000

定 价 29.60 元

## 前　　言

本书是根据国家教育部工科力学指导小组制定的中、少学时工程力学教学基本要求编写的，可作为只需要静力学和材料力学基本内容的专业使用的教材。

在本书的编写过程中，编者力求贯彻“打好基础、精选内容、重视实践、培养能力”的原则，在参考国内外多版本优秀教材的基础上，对基本概念和基本理论的讲述力求做到准确、清楚，便于理解。并在此基础上，结合工程实际列举例题，以帮助读者理解概念，掌握理论，提高分析问题和解决问题的能力。此外，本书各章均有思考题、习题及其答案，可帮助读者总结收获，澄清概念和加强训练。

本书在徐光文教授主持下，由天津城市建设学院力学教研室教师集体对原稿进行了详细审核和修改，并由王永跃、徐光文、陈培奇对全书进行统稿。参加本教材编写的有：马丽（第1、2章）、焦永树（河北工业大学，第3、4章）、王永跃（第5、6、12章）、李志萍（第7、8章）、陈培奇（第9、10章和附录）、刘克玲（第11、13、15章）、徐光文（第14、16章）。

限于编者的水平，同时由于编写时间匆促，本教材一定存在不少缺点和错误，望使用本书的广大教师和读者提出批评和指正，以利于教材质量的进一步提高。

编者

2005年6月

# 目 录

<b>第一篇 静力学</b> .....	( 1 )
<b>第1章 静力学公理和物体的受力分析</b> .....	( 2 )
1.1 静力学公理 .....	( 2 )
1.2 约束和约束反力 .....	( 4 )
1.3 物体的受力分析和受力图 .....	( 7 )
思考题.....	( 10 )
习题.....	( 11 )
<b>第2章 平面汇交力系与平面力偶系</b> .....	( 13 )
2.1 平面汇交力系的合成与平衡条件 .....	( 13 )
2.2 平面力系中力对点之矩的概念及计算 .....	( 19 )
2.3 平面力偶系合成与平衡条件 .....	( 20 )
2.4 力的平移定理 .....	( 23 )
思考题.....	( 23 )
习题.....	( 24 )
习题答案.....	( 27 )
<b>第3章 平面任意力系</b> .....	( 28 )
3.1 平面任意力系的简化 .....	( 28 )
3.2 平面任意力系简化结果的分析 .....	( 30 )
3.3 平面任意力系的平衡条件 .....	( 32 )
3.4 物体系统的平衡问题 .....	( 36 )
3.5 平面桁架 .....	( 39 )
3.6 考虑摩擦时物体的平衡问题 .....	( 42 )
思考题.....	( 48 )
习题.....	( 50 )
习题答案.....	( 54 )
<b>第4章 空间力系</b> .....	( 56 )
4.1 空间汇交力系的合成与平衡 .....	( 56 )
4.2 力对点的矩和力对轴的矩 .....	( 59 )
4.3 空间力偶系 .....	( 60 )
4.4 空间任意力系的简化 .....	( 62 )
4.5 空间任意力系简化结果的分析 .....	( 64 )
4.6 空间任意力系的平衡 .....	( 65 )
4.7 重心和形心 .....	( 67 )
思考题.....	( 71 )
习题.....	( 71 )

习题答案	( 75 )
<b>第2篇 材料力学</b>	( 76 )
<b>第5章 材料力学的基本概念和假定</b>	( 77 )
5.1 变形固体与基本假定	( 77 )
5.2 内力、截面法、应力	( 78 )
5.3 位移和应变的概念	( 79 )
5.4 杆件变形的基本形式	( 81 )
思考题	( 82 )
<b>第6章 轴向拉伸和压缩</b>	( 83 )
6.1 轴向拉伸和压缩的概念	( 83 )
6.2 轴力与轴图	( 83 )
6.3 横截面上的应力	( 86 )
6.4 斜截面上的应力	( 88 )
6.5 拉压杆的变形、胡克定律	( 89 )
6.6 材料在拉伸和压缩时的力学性能	( 94 )
6.7 强度计算、许用应力和安全因数	( 100 )
6.8 拉伸与压缩的超静定问题	( 104 )
6.9 应力集中的概念	( 107 )
6.10* 薄壁容器的应力计算	( 108 )
思考题	( 109 )
习题	( 110 )
习题答案	( 113 )
<b>第7章 剪切</b>	( 115 )
7.1 剪切的概念及工程实例	( 115 )
7.2 剪切的实用计算	( 116 )
7.3 挤压的实用计算	( 117 )
思考题	( 121 )
习题	( 121 )
习题答案	( 122 )
<b>第8章 扭转</b>	( 123 )
8.1 扭转的概念及实例	( 123 )
8.2 扭矩的计算和扭矩图	( 124 )
8.3 薄壁圆管扭转时横截面上的切应力	( 127 )
8.4 切应力互等定理和剪切胡克定律	( 128 )
8.5 圆截面杆扭转时横截面上的应力	( 129 )
8.6 斜截面上的应力	( 132 )
8.7 圆轴扭转时的变形	( 134 )
8.8 扭转的强度和刚度计算	( 134 )
8.9 超静定问题	( 136 )

8.10* 非圆截面杆的扭转	(137)
思考题	(140)
习题	(141)
习题答案	(144)
<b>第 9 章 梁的内力</b>	<b>(146)</b>
9.1 概述	(146)
9.2 梁的内力及其求法	(148)
9.3 内力圆—剪力图和弯矩图	(152)
9.4 荷载、剪力和弯矩间的关系	(155)
9.5 叠加原理作剪力图和弯矩图	(160)
思考题	(161)
习题	(161)
习题答案	(165)
<b>第 10 章 梁的应力</b>	<b>(167)</b>
10.1 梁的正应力	(167)
10.2 梁的正应力强度条件及其应用	(171)
10.3 梁横截面上的切应力及梁的切应力强度条件	(174)
10.4 梁的合理截面形式及变截面梁	(179)
10.5* 弯曲中心的概念	(182)
思考题	(183)
习题	(184)
习题答案	(187)
<b>第 11 章 梁弯曲时的变形</b>	<b>(189)</b>
11.1 概述	(189)
11.2 梁的挠曲线近似微分方程及其积分	(190)
11.3 叠加法	(195)
11.4 梁的刚度校核	(199)
11.5 简单超静定梁的求解	(201)
思考题	(204)
习题	(205)
习题答案	(208)
<b>第 12 章 用能量法计算弹性位移</b>	<b>(210)</b>
12.1 概述	(210)
12.2 外力功和弹性变形能的计算	(210)
12.3 卡氏定理	(216)
12.4 莫尔积分法计算位移	(222)
12.5 图乘法	(227)
思考题	(231)
习题	(232)

习题答案	(235)
<b>第 13 章 应力状态和强度理论</b>	(237)
13.1 概述	(237)
13.2 平面应力状态的应力分析—解析法	(238)
13.3 应力圆	(242)
13.4 三向应力状态的最大应力	(245)
13.5 空间应力状态的广义胡克定律	(247)
13.6 主应力迹线的概念	(250)
13.7 强度理论概述	(251)
思考题	(256)
习题	(256)
习题答案	(259)
<b>第 14 章 组合变形</b>	(260)
14.1 概述	(260)
14.2 斜弯曲	(261)
14.3 拉伸(压缩)与弯曲	(266)
14.4 偏心拉伸(压缩)截面核心	(268)
14.5 弯曲与扭转	(273)
思考题	(275)
习题	(276)
答案	(279)
<b>第 15 章 压杆稳定</b>	(280)
15.1 压杆稳定的概述	(280)
15.2 两端铰支细长压杆临界力的欧拉公式	(281)
15.3 不同支承条件下细长压杆临界力的欧拉公式	(283)
15.4 欧拉公式的应用范围、临界应力总图	(284)
15.5 压杆的稳定计算	(289)
思考题	(293)
习题	(294)
习题答案	(298)
<b>第 16 章 动荷载</b>	(299)
16.1 概述	(299)
16.2 惯性力问题	(299)
16.3 冲击荷载	(303)
思考题	(306)
习题	(306)
习题答案	(308)
<b>附录 I 截面的几何性质</b>	(310)
I.1 截面的静矩和形心位置	(310)

I.2 惯性矩、惯性积和极惯性矩	(312)
I.3 惯性矩、惯性积的平行移轴和转轴公式	(314)
I.4 形心主轴和形心主惯性矩	(315)
思考题	(321)
习题	(321)
习题答案	(324)
<b>附录Ⅱ 型钢规格表</b>	<b>(325)</b>

# 第1篇 静力学

静力学是研究物体在力系作用下的平衡条件的科学。

在静力学中所指的物体都是刚体。所谓刚体是指物体在力的作用下，其内部任意两点之间的距离始终保持不变。这是一个理想化的力学模型。

力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生改变。力对物体的作用效应决定于力的大小、方向和作用点三个因素，通常称为力的三要素。故应以矢量表示力，本书中用黑体字母  $F$  表示力矢量，而用字母  $F$  表示力的大小。在国际单位制中，力的单位是牛顿及千牛顿，分别用 N 和 kN 表示。

力系是指作用于物体上的一组力。力系按其作用线所在的位置，可以分为平面力系和空间力系两大类；又可以按其作用线的相互关系，分为共线力系、汇交力系、平行力系和任意力系。物体在力的作用下相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线运动的状态称为平衡。平衡是物体机械运动的一种特殊形式。在一般工程问题中，所谓平衡则是指相对于地球的平衡，特别是指相对于地球的静止。如果一个力系作用于某物体而使其保持平衡状态，则该力系称为平衡力系。一个力系必须满足某些条件才能使物体保持平衡状态，这些条件称为平衡条件。静力学的主要工作就是研究作用在物体上的各种力系所需满足的平衡条件。这是因为力系的平衡条件在工程中有着十分重要的意义，它是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础。所以，静力学在工程中有着广泛的应用。

如果两个力系对同一个物体的作用效果相同，则这两个力系互为等效力系。

在静力学中，本书将研究以下三个问题。

①物体的受力分析。分析某个物体共受几个力以及每个力的作用位置和方向。

②力系的等效替换(或简化)。如果用一个简单力系等效地替换一个复杂力系，则称为力系的简化。如果复杂的力系能用与之等效的一个力来代替，则这个力称为原力系的合力，而该力系的各力称为此力的分力。研究力系等效替换并不仅限于分析静力学问题，而且也为动力学的研究提供了基础。

③建立各种力系的平衡条件。

# 第1章 静力学公理和物体的受力分析

本章将着重阐述静力学公理,分析工程中常见的约束和约束力,并对物体进行受力分析。

## 1.1 静力学公理

公理是人们在生活和生产过程中总结、积累的,又经过长期实践反复验证,被人们确认是符合客观实际的最普遍、最一般的规律。静力学公理是静力学的理论基础。

**公理1:力的平行四边形法则** 作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力的作用点也在该点,合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定,如图1-1(a)所示。或者说,合力矢等于这两个力矢的几何和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

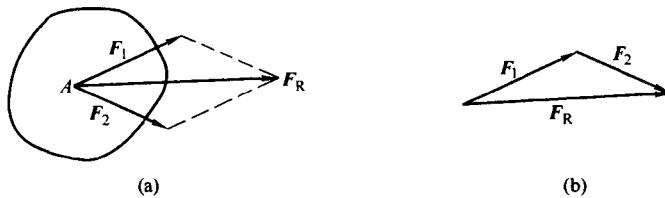


图1-1

求两个共点力的合力时也可以应用三角形法则,如图1-1(b)所示,即让力矢 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 首尾相连,封闭的第三边即代表合力矢 $\mathbf{F}_R$ 的大小和方向,而合力的作用点仍在A点。

这个公理说明了最简单力系的简化规律,它是复杂力系简化的基础。

**公理2:二力平衡原理** 作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡的充分必要条件是:这两个力的大小相等、方向相反且在同一一条直线上。如图1-2所示,用矢量方程表示为 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$

这个公理说明了作用在刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。满足二力平衡的刚体称为**二力体**。

**公理3:加减平衡力系原理** 在作用于刚体上的任一力系中,加上一个平衡力系或从其中减去一个平衡力系,并不改变原力系对于刚体的作用效果。这个公理是研究力系等效变换的重要依据。

根据以上所述的公理,可以推导出如下两个推论。

**推论1:刚体上力的可传性** 作用在刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内的任意一点,并不改变该力对刚体的作用。

**证明** 设有力 $\mathbf{F}$ 作用在刚体上的A点,如图1-3(a)所示。在力的作用线上任取一点B,

并加上两个互相平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ , 使  $F_1 = -F_2 = F$ , 如图 1-3(b) 所示, 根据加减平衡力系原理, 图(b)应与图(a)等效。又由于力  $F$  和  $F_2$  也是一个平衡力系, 可以撤去, 所以只剩下一个力  $F_1$ , 如图 1-3(c)所示, 图(c)应与图(b)等效。于是力  $F$  与力  $F_1$  等效, 即原来的力  $F$  从原来的  $A$  点沿着它的作用线移到了  $B$  点。

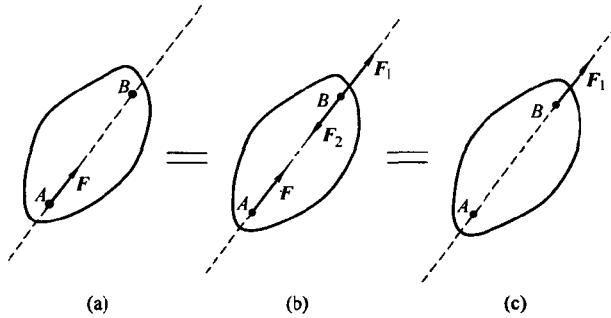


图 1-3

由此推论可以看出, 对于刚体而言, 力的作用点已经不是决定力的作用效果的要素, 而已被作用线所代替。因此, 作用于刚体上的力的三要素是: 大小、方向和作用线。这种矢量称为滑动矢量。

**推论 2: 三力平衡汇交定理** 作用于刚体上三个相互平衡的力, 若其中两个力的作用线汇交于一点, 则此三力必在同一平面内, 且第三个力的作用线通过汇交点。

**证明** 在刚体的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个点上, 分别作用三个相互平衡的力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ , 如图 1-4(a) 所示。根据刚体上的力的可传性, 将力  $F_1$  和  $F_2$  移到汇交点  $O$ , 如图 1-4(b) 所示; 再根据力的平行四边形法则, 将力  $F_1$  和  $F_2$  合成一个力  $F_{12}$ , 如图 1-4(c) 所示; 又根据二力平衡原理, 则力  $F_3$  与力  $F_{12}$  共线。所以, 力  $F_3$  必定与力  $F_1$  和  $F_2$  共面, 且通过力  $F_1$  和  $F_2$  的交点  $O$ 。

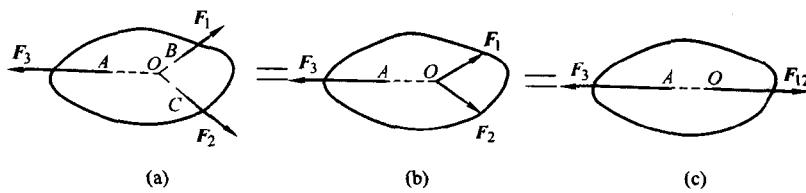


图 1-4

**公理 4: 作用和反作用定律** 作用力和反作用力总是同时存在, 两个力的大小相等、方向相反、沿着同一条直线, 且分别作用在两个相互作用的物体上。

这个公理表明了物体间相互作用的关系。无论物体是静止的或运动的, 这一公理都成立。还应指出, 作用力和反作用力是分别作用在两个物体上的, 它区别于二力平衡原理中的两个平衡力。

## 1.2 约束和约束反力

在自然界中,有些物体可以自由运动,它们在空间的位移不受任何限制,这样的物体称为**自由体**。例如,在空中飞行的飞机、炮弹和火箭等。相反,有些物体在空间的位移却要受到一定的限制,使得它沿着某些方向的运动成为不可能,这样的物体称为**非自由体**。对非自由体运动起限制作用的周围物体称为**约束**。例如,铁轨对火车的限制、轴承对飞轮的限制、钢索对所吊重物的限制等。

周围物体对非自由体运动的限制是通过力来实现的。当物体沿着约束所能阻止的运动方向上有运动或有运动趋势时,对它产生约束的物体必有能阻止其运动的力作用于它,这种力称为**约束反力**,简称**约束力**。因此,约束反力的方向与约束所能阻止的运动方向恒相反。

使物体产生运动或使物体具有运动趋势的力称为主动力。例如,物体所受到的重力、建筑物所受到的风压力、水池所受到的水压力等都是主动力。工程结构物、构件等所承受的主动力常称为荷载。作用于整个物体或其某部分上的荷载称为**分布荷载**。分布在某一体积内的荷载称为**体荷载**;分布在某一面积上的荷载称为**面荷载**;而当荷载分布在长条形状的体积或面积上时,则可以简化为沿其长度方向中心线分布的**线荷载**。以上三种荷载都是分布荷载。若作用范围可以忽略不计,而可以看作是集中于一点的荷载则称为**集中荷载**。荷载还可以按其均匀分布的程度分为**均布荷载**和**非均布荷载**。例如,游泳池底部所受的水压力是均布荷载;池壁所受的水压力是按线形分布的非均布荷载。

物体上单位体积、单位面积、单位长度上所承受的荷载的大小分别称为**体荷载集度**、**面荷载集度**、**线荷载集度**。它们的单位分别为  $N/m^3$ (或  $kN/m^3$ )、 $N/m^2$ (或  $kN/m^2$ )、 $N/m$ (或  $kN/m$ )。

显然,约束力是由主动力引起的,并随主动力的改变而改变。因此,在约束力的三要素中,约束力的大小是未知的,它与主动力的值有关,在静力学中将通过刚体的平衡条件求出;约束力的方向总是与约束所能阻止的运动方向相反;约束力的作用点在约束与被约束物体的接触处。

下面介绍几种工程上常见的约束类型及其约束力的表示方法。

### 1. 柔索约束

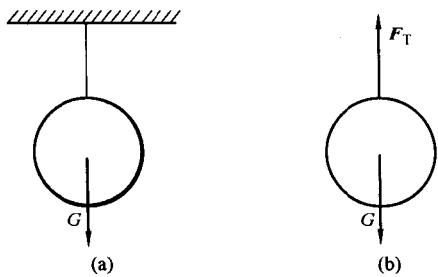


图 1-5

属于这类约束的有绳索、链条和胶带等。因为柔索自身只能承受拉力,根据作用和反作用定律,所以它给物体的约束力也只能是拉力。因此,柔索对物体的约束力沿着柔索中心线。通常用  $F_T$  表示这类约束力。如图 1-5(a)、(b)所示,  $F_T$  是绳子给物体的拉力,它沿着绳子的中心线,指向物体的外部。

如图 1-6(a)所示的胶带轮中,胶带对两轮的约束力分别为  $F_{T1}$ 、 $F_{T2}$ 、 $F'_{T1}$ 、 $F'_{T2}$ ,如图 1-6(b)所示。

### 2. 光滑接触面约束

当两个物体接触面上的摩擦力可以忽略不计时,即可看作是**光滑接触**。光滑接触面约束,只能阻止物体沿着通过接触点的公法线,并朝向约束它的物体的运动。所以,光滑接触面的约

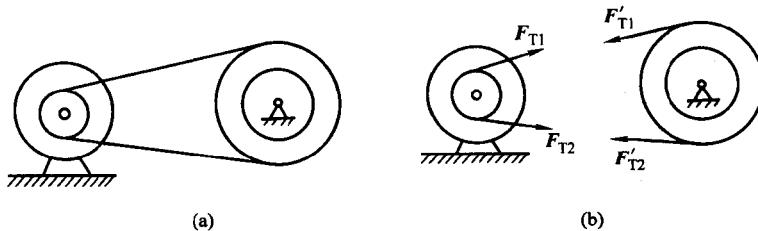


图 1-6

束力通过接触点,沿接触面在该点的公法线,并指向被约束的物体。通常用  $F_N$  表示这类约束力。如图 1-7(a)、(b)所示,图中虚线表示公法线。

### 3. 光滑圆柱形铰链约束

如图 1-8(a)所示,在两个物体上分别钻有直径相同的圆孔,再将一直径略小于孔径的圆柱体(称为销钉)插入这两个物体的孔中,销钉与物体的圆孔表面都是光滑的,这样就构成了光滑圆柱形铰链约束,简称铰接。其简图如图 1-8(b)。

在光滑圆柱形铰链约束中,物体既可以沿销钉轴线方向移动又可以绕销钉轴线转动,但却不能沿垂直于销钉轴线的方向脱离销钉。当物体受主动力作用而产生运动趋势时,其圆孔表面与销钉产生局部接触,为一条平行于销钉轴线的直线段,在平面结构中简化为一点即为接触点。因为物体与销钉为光滑接触,则物体受到的约束力应通过接触点和销钉轴心,又由于接触点的位置随物体所受的主动力而改变。所以,物体受到的约束力通过销钉轴心,在垂直于销钉轴线的平面内,方向不定。通常将它分解为两个互相垂直的分力,如图 1-8(c)所示。

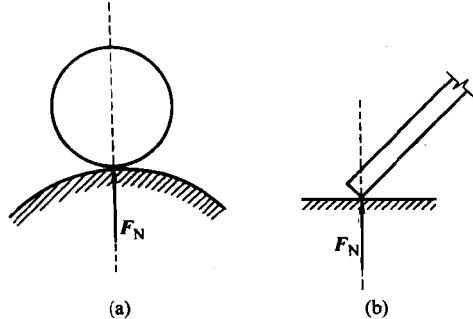


图 1-7

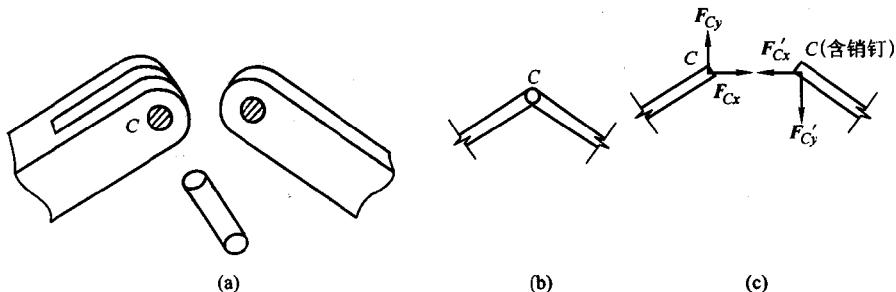


图 1-8

### 4. 固定铰支座

如图 1-9(a)所示,用光滑圆柱形铰链把结构物或构件与支座连接起来,并把支座底板固定在地面或机架上,这种约束称为固定铰支座,简称固定铰链支座。其简图如图 1-9(b)所示。

与光滑圆柱形铰链约束一样,固定铰支座对被约束物体的约束力通过销钉轴心,在垂直于销钉轴线的平面内,方向不定。通常将它分解为两个互相垂直的分力,如图 1-9(c)所示。

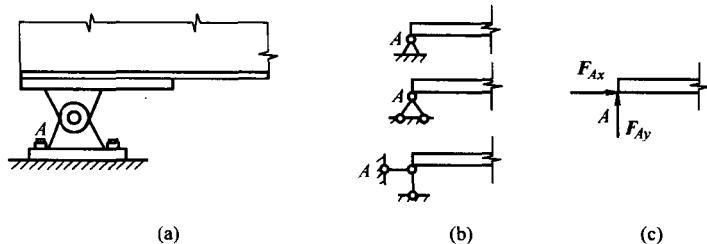


图 1-9

### 5. 滑动铰支座

如图 1-10(a)所示,在铰支座与支承面之间放入几个可沿支承面滚动的辊轴,这样就构成了滑动铰支座,也称为可动铰支座。其简图如图 1-10(b)所示。

这种支座不能阻止物体绕铰的轴线转动和沿支承面的运动,只能阻止物体沿支承面法线方向的运动。因此,滑动铰支座对物体的约束力通过销钉轴心,并垂直于支承面,如图 1-10(c)所示。

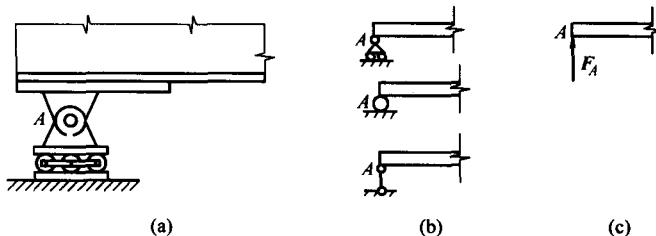


图 1-10

### 6. 链杆约束

如图 1-11(a)所示,两端用铰链与其他物体相连的无重刚杆,构成链杆约束。链杆阻止被连接物体沿链杆轴线方向的运动,因此,链杆对被约束物体的约束力通过铰接点,沿链杆中心线,如图 1-11(b)所示。

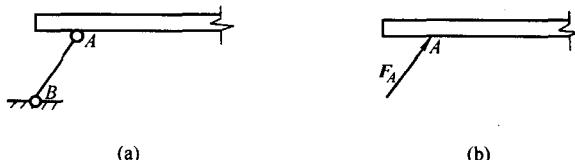


图 1-11

### 7. 向心轴承

图 1-12(a)为向心轴承装置,其简图如图 1-12(b)所示。它的轴可沿孔的中心线移动,也可在孔内任意转动,但是轴不能沿垂直于轴线的方向脱离,具体的方向随着轴所受的主动力的不同而改变。因此,轴承对轴的约束力同光滑铰链的约束力性质一样,轴受到的约束力通过轴线中心,在垂直于轴线的平面内,方向不定。通常将它分解为两个互相垂直的分力,如图 1-12(c)所示。

### 8. 球铰链

如图 1-13(a)所示,将固结于物体一端的光滑圆球放置于一个光滑的球窝形支座内,就构

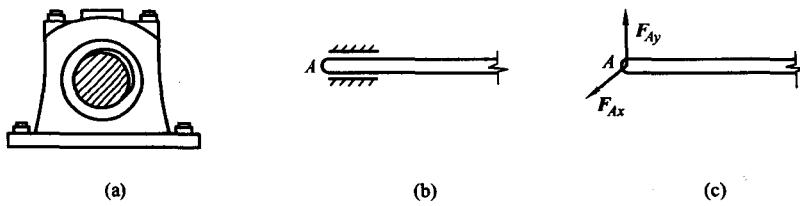


图 1-12

成了球铰链。其简图如图 1-13(b)所示。球铰链只能阻止物体上的圆球沿任意方向离开球窝中心的运动,而不能阻止物体绕球窝中心的转动,因此,球铰链对物体的约束力通过球窝中心,方向不定。通常将它分解为三个互相垂直的分力,如图 1-13(c)所示。

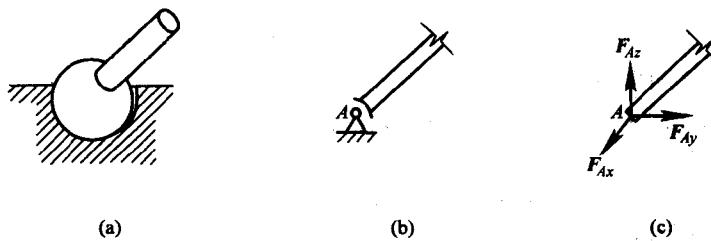


图 1-13

以上介绍了几种简单约束类型,实际工程中的约束往往比较复杂,需要根据具体情况分析它对物体运动的限制特点来加以简化。更复杂的约束类型,将在以后的章节中再作介绍。

### 1.3 物体的受力分析和受力图

在解决力学问题时,需要根据问题的性质和特点,有选择地分析物体系统中某个物体或某几个物体的受力状态及运动状态。被选中的这一个或几个物体称为研究对象。将研究对象所受的约束解除,把它从周围物体中分离并单独画出来,分离并单独画出来的研究对象称为脱离体。确定脱离体受哪些主动力作用,以及受到哪些约束力的作用,约束力的作用点及方向如何,这一分析过程称为受力分析。受力分析时,首先要对分离体上根据已知条件画出主动力,然后根据每个约束的性质在被解除约束处画出约束力,所得到的表示物体受力状况的图称为受力图。画出正确的受力图是解决静力学问题的关键。

下面举例说明对物体进行受力分析和画受力图的方法。

**例题 1-1** 图 1-14(a)所示一简支梁  $AB$ ,在其中点受到集中力  $F$  的作用。试画出简支梁  $AB$  的受力图。

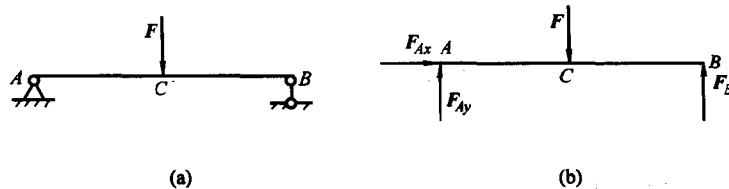


图 1-14

解 (1)取简支梁  $AB$  为研究对象,并单独画出来。

(2)画主动力。在  $C$  点画出集中力  $F$ 。

(3)画约束力。先分析  $B$  处约束,  $B$  处为滑动铰支座,根据约束的性质,约束力的作用线应通过  $B$  点并垂直于支承面,方向假定为向上。再分析  $A$  处约束,  $A$  处为固定铰支座,根据约束的性质,约束力方向不能确定,可用两个互相垂直的分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$  来代替。最后画出梁  $AB$  的受力图,如图 1-14(b)所示。

当以几个物体组成的系统为研究对象时,系统内各物体之间的相互作用力称为内力;系统外的物体作用于系统内各物体的力称为外力。因为每一对内力对所取的系统来说是一对平衡力,可以相互抵消,所以在受力图中不必画出内力,只需画出该系统所受的外力。但要注意,随着所取研究对象的改变,内力可转化为外力,外力也可转化为内力,见以下例题的分析。

例题 1-2 三铰拱桥由两个拱铰接而成,不计自重和摩擦,荷载  $F$  作用在拱  $AC$  上,如图 1-15(a)所示。试分别画出拱  $AC$ 、拱  $CB$  和三铰拱桥的受力图。

解 此题按照先简单后复杂的次序分析,应先分析拱  $CB$ ,然后分析拱  $AC$ ,最后分析三铰拱桥整体的受力情况。

(1)先分析拱  $CB$  的受力。因为拱  $CB$  自重不计,而且只在  $C$ 、 $B$  两端铰接,所以拱  $CB$  为二力体,则  $C$ 、 $B$  两端分别受  $F_C$ 、 $F_B$  两力的作用,且  $F_B = -F_C$ 。这两个力的方向如图 1-15(b)所示。

(2)取拱  $AC$  为研究对象。受到的主动力只有荷载  $F$ 。拱  $AC$  在  $C$  处受到拱  $CB$  给它的约束力  $F'_C$ ,因为  $F'_C$  和  $F_C$  互为作用力与反作用力,所以力  $F'_C$  的方向与力  $F_C$  的方向相反。拱  $AC$  在  $A$  处有固定铰支座给它的约束力  $F_A$ ,根据约束的性质,约束力方向不能确定,可用两个互相垂直的分力来代替,如图 1-15(c)所示。但在此题中,拱  $AC$  受三个力作用,可根据三力平衡汇交定理确定约束力  $F_A$  的作用线,约束力  $F_A$  应过  $A$  点并在  $A$ 、 $D$  的连线上,点  $D$  是力  $F$  和  $F'_C$  作用线的交点。拱  $AC$  的受力图如图 1-15(d)所示。

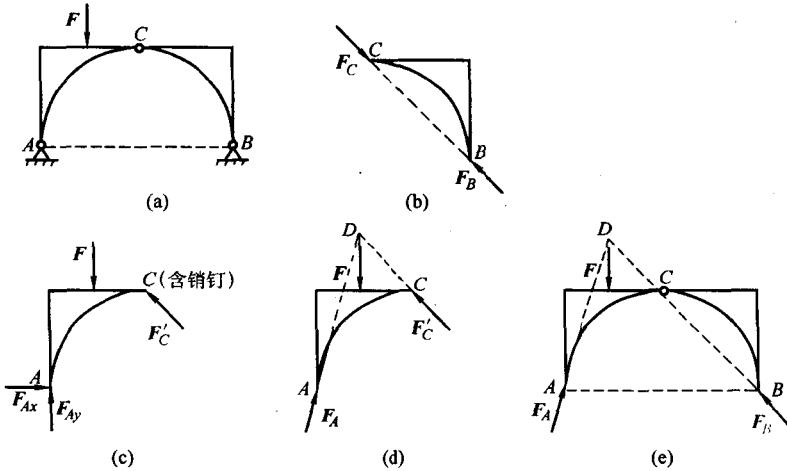


图 1-15

(3)取三铰拱桥整体分析。其受力图如图 1-15(e)所示。图 1-15(b)中的力  $F_C$  与图 1-15(c)中的力  $F'_C$  没有在图 1-15(d)中画出,这是因为对于三铰拱桥整体来说它们是一对内力,