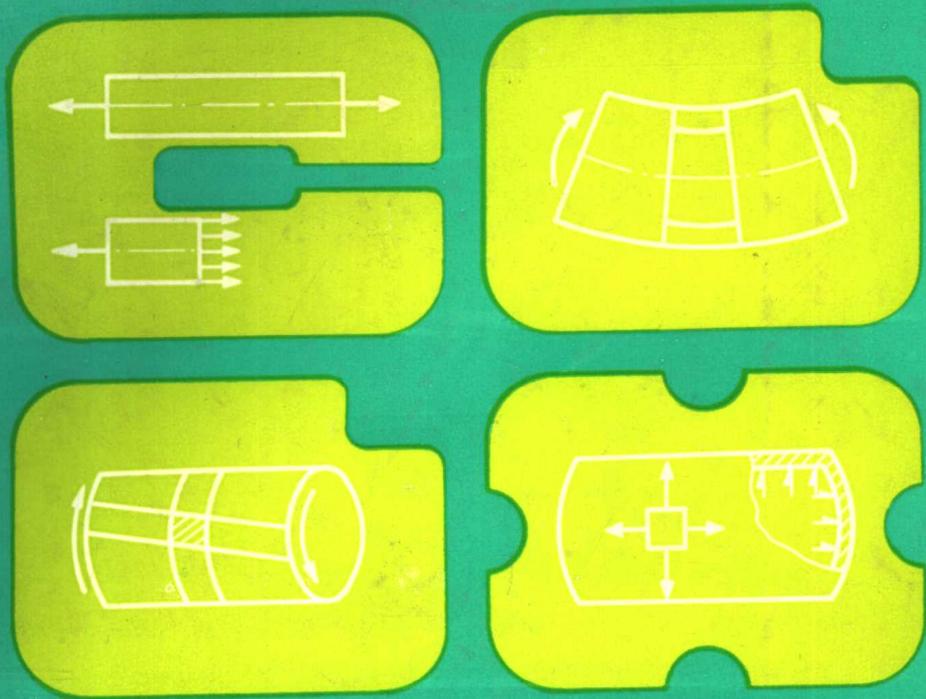


高等学校教材



# 材料力学 (I)

吕英民 主 编  
陈海亮 副主编  
仇伟德

石油大学出版社

鲁新登字 10 号

## 内 容 简 介

把材料力学划分为《材料力学(I)》和《材料力学(II)》是材料力学课程体系的一种改革。

《材料力学(I)》是材料力学的基本内容,主要包括:拉伸与压缩、剪切、扭转、弯曲内力、弯曲强度、弯曲变形、应力状态理论和强度理论、组合变形、压杆稳定、交变应力、平面图形的几何性质等。

本教材是十多年教学经验积累和完善的总结。体系新颖、行文流畅、分析清晰,备有大量例题和习题。适合于高等工科院校机械(电)、土建、石油工程等专业,也可供其他专业和有关工程技术人员参考。

## 材 料 力 学

吕英民 主 编

陈海亮 副主编  
仇伟德

\*

石油大学出版社出版

(山东省东营市)

新华书店发行

石油大学印刷厂印刷

\*

开本 787×1092 1/16 22.125 印张 580 千字

1994 年 12 月第 1 版 1994 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—3000 册

ISBN 7-5636-0585-1/O<sub>4</sub>·18

定价: 20.30 元

# 前 言

本书是根据原教育部材料力学编审小组于1980年审订的材料力学教学大纲(120学时)中的基本部分以及国家教委批准于1987年秋季试行的材料力学课程教学基本要求(80—90学时)编写而成的。本书内容以石油大学于1989年9月编写铅印的《材料力学(I)》为基础,结合多年来的教学实践经验作了少量的修订。

把材料力学课程分成(I)和(II),是课程体系的一种改革,自1982年以来,经过十多年的教学实践,使该课程体系得到进一步的完善和发展。《材料力学(I)》是材料力学的基本内容,约需72学时,可作为高等工业学校机械(电)、土建、石油工程等各专业必修的通用教材。《材料力学(II)》的内容,具有提高和选读的性质,约需36学时,可作为对材料力学要求较高的机械、土建等专业使用的教材。《材料力学(I)》和《材料力学(II)》两本书相对独立,可根据各专业对材料力学的不同要求来选用。

本书第一、二、三、十和十一章由陈海亮编写;第四、五章和附录(I)由仇伟德编写;第六、七、八和九章由吕英民编写。参加这次修订工作的除上述三人外,还有于永南参加了第七、十章的修订,胡玉林参加了第八、九章的修订。全书由吕英民任主编,陈海亮和仇伟德任副主编。

本书承国家教委工科力学课程教学指导委员会主任委员、材料力学课程教学指导小组组长刘鸿文教授详细审阅,并经石油高校力学学科教学指导委员会征求意见,一致肯定了该教材体系,并推荐出版。本书从编写到出版过程中,得到许多力学同行和有关工作人员的热情支持,提出了许多宝贵意见,在此表示由衷的感谢。

由于编者水平所限,书中难免有错误和不妥之处,敬请广大教师和读者批评指正。

编 者

1993年2月

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	1
§ 1-1 材料力学的任务 .....	1
§ 1-2 可变形固体的性质及其基本假设 .....	3
§ 1-3 构件的分类及杆件变形的的基本形式 .....	4
§ 1-4 构件的外力及其分类 .....	5
§ 1-5 内力、应力和应变概念 .....	6
<b>第二章 拉伸与压缩</b> .....	11
§ 2-1 概述 .....	11
§ 2-2 轴向拉伸或压缩时直杆的强度计算 .....	11
§ 2-3 轴向拉伸或压缩时直杆的变形计算 .....	18
§ 2-4 材料在拉伸和压缩时的机械性质 .....	25
§ 2-5 与强度计算有关的几个重要概念 .....	34
§ 2-6 拉伸、压缩静不定问题 .....	44
习题 .....	54
<b>第三章 剪切</b> .....	66
§ 3-1 概述 .....	66
§ 3-2 联接件的实用强度计算 .....	66
§ 3-3 纯剪切概念 剪应力互等定理 剪切虎克定律 .....	71
习题 .....	74
<b>第四章 扭转</b> .....	77
§ 4-1 扭转的概念和实例 .....	77
§ 4-2 外力偶矩、扭矩和扭矩图 .....	78
§ 4-3 圆轴扭转时的应力和强度条件 .....	81
§ 4-4 圆轴扭转时的变形和刚度条件 .....	86
§ 4-5 圆轴扭转时斜截面上的应力 .....	89
§ 4-6 非圆截面杆扭转简介 .....	90
§ 4-7 薄壁杆件的自由扭转简介 .....	92
§ 4-8 圆柱形密圈螺旋弹簧的应力和变形 .....	96
习题 .....	99
<b>第五章 弯曲内力</b> .....	104
§ 5-1 平面弯曲的概念 .....	104
§ 5-2 平面弯曲梁的计算简图 .....	105
§ 5-3 弯曲内力——剪力和弯矩 .....	110
§ 5-4 剪力方程和弯矩方程、剪力图和弯矩图 .....	112
§ 5-5 载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系 .....	117

§ 5-6 叠加法作弯矩图 .....	120
§ 5-7 刚架和平面曲杆的内力 .....	121
习题.....	124
<b>第六章 弯曲强度</b> .....	<b>130</b>
§ 6-1 概述 .....	130
§ 6-2 纯弯曲时梁横截面上的正应力 .....	131
§ 6-3 弯曲正应力强度条件 .....	135
§ 6-4 弯曲剪应力 .....	138
§ 6-5 弯曲剪应力的强度校核 .....	144
§ 6-6 提高弯曲强度的措施 .....	145
习题.....	149
<b>第七章 弯曲变形</b> .....	<b>157</b>
§ 7-1 概述 .....	157
§ 7-2 挠曲线的微分方程 刚度条件 .....	157
§ 7-3 积分法求弯曲变形 .....	160
§ 7-4 叠加法求弯曲变形 .....	166
§ 7-5 提高弯曲刚度的措施 .....	170
§ 7-6 用变形比较法解静不定梁 .....	171
习题.....	175
<b>第八章 应力状态理论和强度理论</b> .....	<b>181</b>
§ 8-1 应力状态的概念 .....	181
§ 8-2 二向应力状态分析——解析法 .....	183
§ 8-3 二向应力状态分析——图解法 .....	186
§ 8-4 主应力迹线的概念 .....	190
§ 8-5 三向应力状态的应力圆 .....	192
§ 8-6 广义虎克定律 .....	194
§ 8-7 各向同性材料的三个弹性常数 $E$ 、 $\mu$ 、 $G$ 间的关系 .....	197
§ 8-8 复杂应力状态下的变形比能 .....	199
§ 8-9 强度理论的概念 .....	201
§ 8-10 工程上常用的四个强度理论 .....	202
习题.....	210
<b>第九章 组合变形</b> .....	<b>217</b>
§ 9-1 概述 .....	217
§ 9-2 斜弯曲 .....	217
§ 9-3 拉伸(压缩)与弯曲的组合 .....	222
§ 9-4 弯曲(或拉压)与扭转的组合 .....	226
习题.....	235
<b>第十章 压杆稳定</b> .....	<b>244</b>
§ 10-1 压杆稳定的概念 .....	244
§ 10-2 细长压杆的临界力 .....	246

§ 10-3 压杆的临界应力	252
§ 10-4 压杆的稳定计算	256
§ 10-5 提高压杆稳定性的措施	262
习题	265
<b>第十一章 交变应力</b>	<b>273</b>
§ 11-1 概述	273
§ 11-2 交变应力的循环特征、应力幅度和平均应力	275
§ 11-3 材料的持久极限及其测定	276
§ 11-4 影响构件持久极限的因素	278
§ 11-5 对称循环下构件的疲劳强度计算	285
§ 11-6 持久极限曲线及其简化折线	287
§ 11-7 不对称循环下构件的疲劳强度计算	290
§ 11-8 弯曲与扭转组合交变应力下构件的疲劳强度计算	292
§ 11-9 提高构件疲劳强度的措施	295
习题	297
<b>附录 I 平面图形的几何性质</b>	<b>302</b>
§ I-1 静矩和形心	302
§ I-2 极惯性矩、轴惯性矩和惯性积	305
§ I-3 平行移轴公式	310
§ I-4 转轴公式与主惯性轴	312
习题	316
<b>附录 I 型钢表</b>	<b>319</b>
<b>附录 II 单位及单位换算</b>	<b>330</b>
<b>附录 N 习题答案</b>	<b>332</b>
<b>主要参考文献</b>	<b>345</b>

# 第一章 绪 论

## § 1-1 材料力学的任务

生产实际中,广泛使用各种机械和结构物,如抽油机(图 1-1)、石油井架(图 1-2)等。机械中的零件和结构物中的每一组成部分(如拉杆、梁、轴、柱、销钉等),统称为构件。当机械和结构物工作时,每一个构件都将受到载荷作用,载荷过大时,可能发生某种形式的破坏。为保证机械或工程结构的安全,每一构件都应有足够的承受载荷的能力,简称承载能力。材料力学就是研究构件承载能力的一门科学。

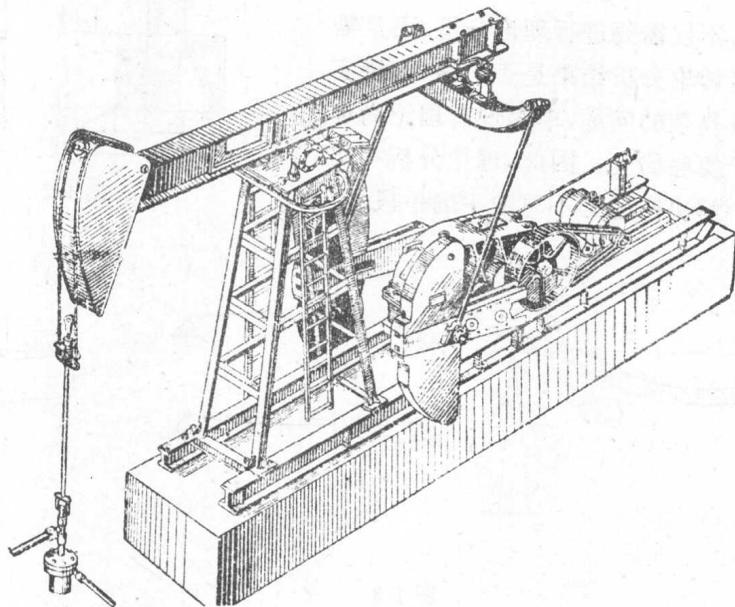


图 1-1

由实践知道,构件的承载能力主要由以下三方面来衡量:

(1) 强度 例如钻井机械中的钢丝绳不允许被拉断,高压输气管道不允许爆破等。因此,构件在载荷作用下必须具有足够的抵抗破坏的能力,即具有足够的强度。

(2) 刚度 在载荷作用下,构件必将发生变形。但某些构件的变形,不应超过正常工作所允许的限度。例如,输油管道由于垂度过大,会在凹下处残存油品(图 1-3a),从而影响下次输送其它油品的质量;又如,齿轮轴变形过大,将影响工件的加工质量,并引起轴承的偏磨,缩短轴承寿命(图 1-3b)。因此,构件在载荷作用下必须具有足够的抵抗变形的能力,即具有足够的刚度。

(3) 稳定性 有些细长直杆承受轴向压力,例如内燃机的挺杆(图 1-4a)、千斤顶中的螺杆等(图 1-4b),当压力  $P$  较小时,杆只发生轴向缩短,保持直线的平衡形式。若压力  $P$  达到某一极限值  $P^0$  时,杆可能突然被压弯,使结构不能正常工作。这种破坏形式称为丧失原有直线形式平衡的稳定性,简称失稳(图 1-4c)。因此,对于这类细长的受压杆件,必须具有保持原有平衡形

式的能力,即具有足够的稳定性。

设计构件时,不但要满足上述三项基本要求,以保证构件安全工作,同时还必须尽可能地经济节约。

若构件截面尺寸过小,或截面形状不合理,或材料选用不当,在截荷作用下将不能满足上述要求,从而影响机械或工程结构的正常工作。反之,如构件尺寸过大,材料质量过高,虽满足了上述要求,但可能造成材料浪费和结构笨重。可见,安全承载与经济节约之间是存在矛盾的。

材料力学的主要任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下,以最经济的代价,为构件确定合理的形状和尺寸,选择适宜的材料;为构件设计提供必要的理论基础和计算方法。

为解决以上问题,不仅需要进行理论分析,而且需要进行实验研究。许多理论分析结果是否可靠,有待实验的验证;还有许多较复杂的问题,单靠现有理论尚难以解决,也必须借助于实验研究。因此,理论分析和实验研究,都是材料力学解决问题必不可少的手段。

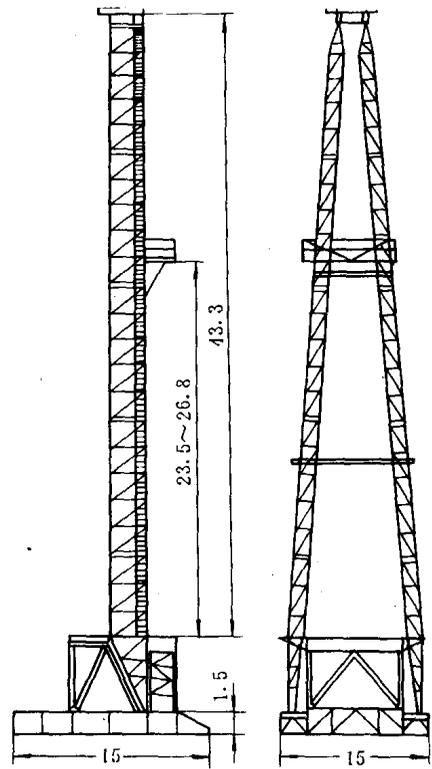


图 1-2

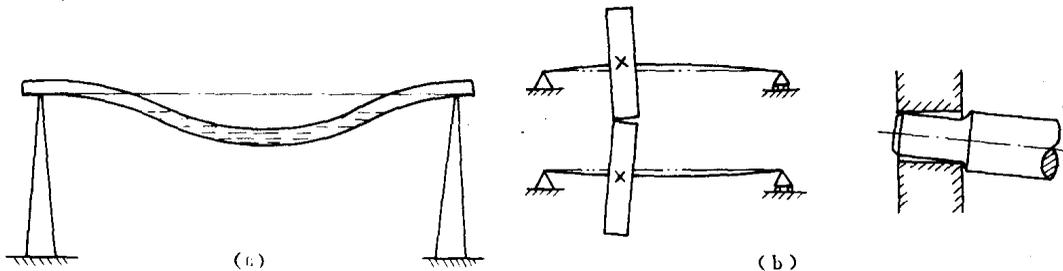


图 1-3

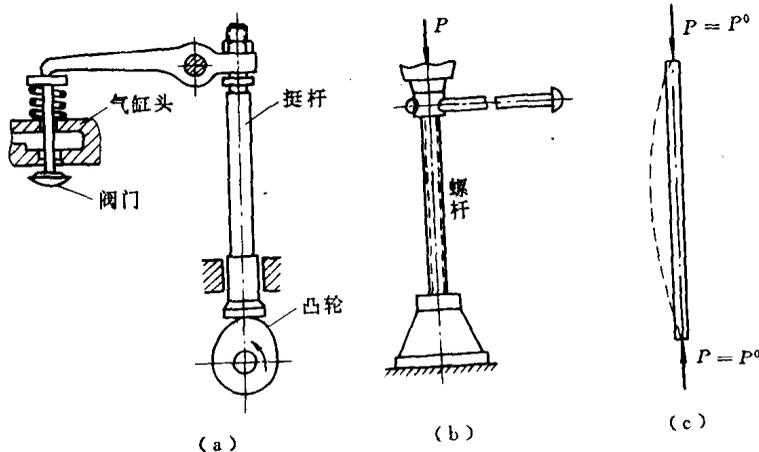


图 1-4

## § 1-2 可变形固体的性质及其基本假设

各种构件一般均由固体材料制成。在外力作用下,固体将发生变形,故称为可变形固体或变形固体。材料力学研究构件在外力作用下的变形与破坏规律,变形是一个不可忽略的因素,因此,应当将组成构件的材料视为可变形固体。

固体受力后发生变形,当载荷不超过某一限度时,卸除载荷后,变形可自行消失。固体在卸除载荷后,恢复其原来形状和尺寸的性质,称为弹性。卸除载荷后可以消失的变形,称为弹性变形。在弹性变形过程中,若力与变形之间服从线性规律(即虎克定律),则称为线性弹性变形(简称线弹性变形);不服从线性规律的变形,则称为非线弹性变形。当载荷超过一定限度时,卸除载荷后,仅有部分变形消失掉,部分变形不能消失而残留下来,材料的这种性质,称为塑性;而残留下来不能消失的变形,则称为塑性变形或残余变形。材料力学主要研究构件在线弹性变形范围内的有关受力与变形问题。

组成变形固体的材料,其物质结构和性质是复杂的。为了便于理论分析,就需要略去与所研究问题关系不大的次要性质,并根据其主要属性,对变形固体作若干合理假设,将真实材料抽象为理想化的模型,作为理论分析的基础。在材料力学中,对于变形固体,通常有以下几个基本假设:

(1) 材料的连续性假设 认为在变形固体的整个体积内,毫无空隙地充满着物质。从实际的物质结构来说,组成固体的粒子之间并不连续,但它们之间所存在的空隙与构件的尺寸相比,极其微小,可以忽略不计。因而可认为固体在其整个几何空间内是连续的。根据此假设,构件中的一些物理量(如各点的位移等)即可用坐标的连续函数表示,并可采用无限小的分析方法,利用微、积分和微分方程等数学工具,分析材料的力学问题。

(2) 材料的均匀性假设 认为在变形固体的整个体积内,各点处材料的机械性质完全一致。就金属材料来说,其各个晶粒的性质并不完全相同。但因构件的尺寸比晶粒的尺寸大得多,构件中包含的晶粒数量极大(例如,一立方厘米的钢材中包含数十万个晶粒),而且排列无规则,所以表现出材料性质的统计平均值是均匀的。按此假设,从构件内部任何部位切取的一块无限小的材料,都具有与构件相同的力学性质。

(3) 材料的各向同性假设 认为固体在各个方向上的机械性质完全相同。就金属的单一晶粒而言,其机械性质具有明显的方向性。但在宏观研究中,物体的性质并不显示方向的差别,故可将金属等材料看成各向同性材料;各方向具有不同机械性质的材料,称为各向异性材料,如胶合板、复合板、复合材料、木材等。

(4) 构件的小变形条件 构件因外力作用而引起的变形,可能很小,也可能很大。但多数情况下,构件的弹性变形与其原始尺寸相比极其微小,因而在考虑构件的平衡和运动时,可以忽略不计。例如图 1-5 所示的悬臂梁,因受力而变形,引起梁的几何尺寸和外力位置的变化,但由于  $\delta_x$  和  $\delta_y$  都远小于梁的其它尺寸,因此在利用平衡条件  $\sum M_A = 0$  确定固端反力矩  $M_A$  时,可作如下简化:

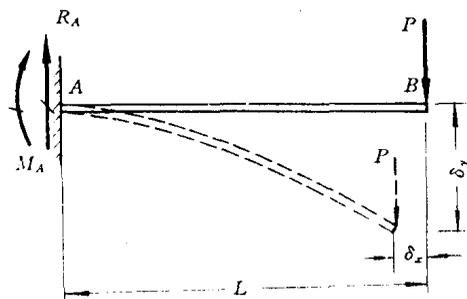


图 1-5

$$M_A \approx PL$$

实践证明,使用小变形的概念简化分析和计算,其误差极其微小。至于构件的大变形问题,一般不在材料力学中讨论。

概括地说,在材料力学中,将制成构件的材料看作是均匀连续和各向同性的可变形固体,而且通常只研究在线弹性变形范围内的小变形问题。

### § 1-3 构件的分类及杆件变形的基本形式

根据构件几何形状的特点,可把构件归纳为四类,即杆、板、壳和块体(图 1-6)。

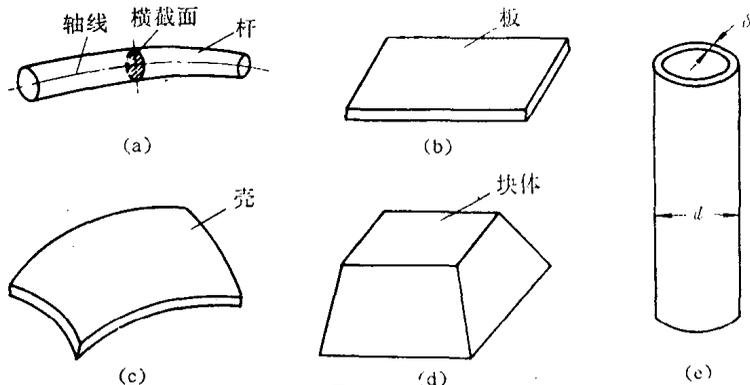


图 1-6

所谓杆件,是指一个方向尺寸(长度)远大于其它两个方向尺寸(高度和宽度)的构件,这在机械零件及结构物中是常见的情况。垂直于杆件长度方向的截面,称为横截面(图 1-6a),横截面形心的连线,称为杆的轴线。杆的轴线为直线者,称为直杆,例如销钉、连杆等;轴线为曲线者,称为曲杆,例如吊车大钩、拱式架空油管等。各横截面尺寸不变的杆,称为等截面杆;否则,是变截面杆。工程中比较常见的是等截面直杆,简称等直杆,它是材料力学的主要研究对象。

如果构件一个方向尺寸(厚度)远小于其它两个方向尺寸,就把平分这种构件厚度的面称为中面。中面为平面的这种构件称为板(或平板);中面为曲面者则称为壳。板和壳在石油、化工容器、飞机、船舶和现代建筑中用得很多。

三个方向(长、宽和高)的尺寸相差不多(属同一量级)的构件,称为块体。

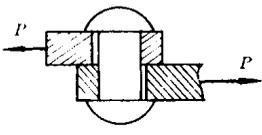
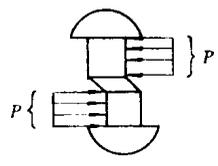
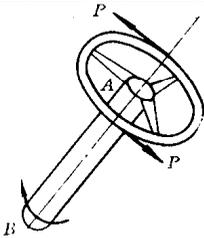
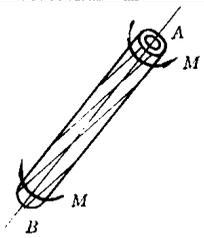
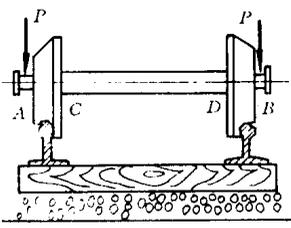
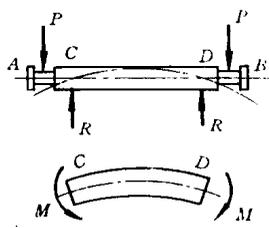
板、壳和块体这类构件一般在高等材料力学和弹性力学中讨论。

杆件在外力作用下的变形是多种多样的。归纳起来,变形的形式有四种:拉伸或压缩、剪切、扭转和弯曲。表 1-1 中列出了四种基本变形的实例、受力简图、外力及变形特点。以后各章将分别研究这四种基本变形,并在此基础上研究组合变形问题。

表 1-1 四种基本变形

变形形式	工程实例	受力和变形简图	外力特点	变形特点
拉伸 或 压缩			外力合力的作用线与杆轴线重合	杆沿轴向伸长(或缩短),沿横向收缩(或增大)

续表 1-1

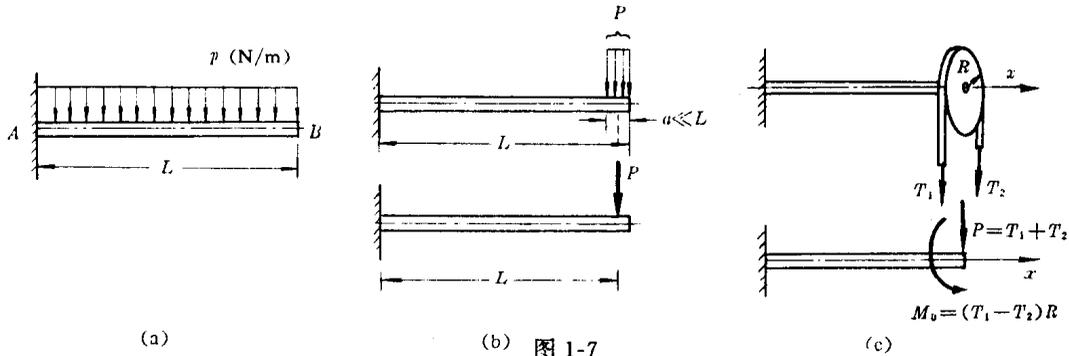
变形形式	工程实例	受力和变形简图	外力特点	变形特点
剪切			一对力大小相等、方向相反、作用线垂直杆轴且距离很近	受剪杆段内各截面相对错动
扭转			一对力偶矩大小相等、转向相反、作用面垂直杆轴线	任意两横截面绕轴线相对转动,纵线成螺旋线
弯曲			外力垂直于杆轴或一对力偶作用于杆的纵向平面内	杆轴线由直线变为曲线

### § 1-4 构件的外力及其分类

作用于构件的外力包括载荷(即主动力)和支座反力。石油井架承受的钻柱重量和风力,都属于载荷。

按外力作用于构件的部位,可分为体积力和表面力两类。作用于构件内部所有质点上的力(如重力、惯性力)称为体积力(简称体力);作用于构件表面的力(如风力、雪载荷)称为表面力(简称面力)。体力的常用单位是牛顿/米<sup>3</sup>(N/m<sup>3</sup>);面力的常用单位是牛顿/米<sup>2</sup>(N/m<sup>2</sup>)。

也可把外力划分为分布力、集中力和力偶矩三类。分布力是连续分布于构件某一范围内的力,上述体力和面力都是分布力。由于材料力学的研究对象主要是杆件,因此常将体力和面力简化为沿杆轴线分布的力,简称分布力,并用小写字母  $p$ 、 $q$  等表示(图 1-7a);以每单位长度上



分布力合力的大小表示其作用的强弱程度,称为分布力集度,常用单位是牛顿/米(N/m)或千

牛顿/米(kN/m)。集中力是作用于构件某点处的力,常用大写字母 $P$ 、 $Q$ 等表示,其常用单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。当分布力作用范围远小于杆轴线长度时,可将分布力向其中心简化为一个集中力(图1-7b)。力偶矩一般是力向某点简化后所得到的主矩,如图(1-7c)中的 $M_0$ ,其常用单位是牛顿米(N·m)或千牛顿米(kN·m)。

按照载荷随时间变化的情况,载荷又可分为静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一定值,以后即保持不变,或变动很不明显,即为静载荷。例如建筑物对地基的压力,或把机器缓慢地放置在基础上时,机器对基础的压力都属于静载荷。若载荷的大小或方向随时间而变化,则称为动载荷。按其随时间变化的方式,动载荷又可分为交变载荷和冲击载荷。交变载荷是随时间作周期性变化的载荷,例如当齿轮转动时,作用于每一个齿上的力都是随时间按周期性变化的。冲击载荷则是物体运动在瞬时内发生突然变化所引起的载荷,例如急刹车时飞轮的轮轴、锻造时汽锤杆等都受到冲击载荷的作用。

因为载荷的性质不同,构件材料所表现出的力学性能也有很大差异,分析方法亦不相同,不过,静载荷问题比较简单,而在静载荷下建立的关于构件承载能力的理论和分析方法,又是解决动载荷等问题的基础,所以我们首先研究静载荷问题。

## § 1-5 内力、应力和应变概念

内力、应力和应变是材料力学中三个重要的基本概念,本节将作简单介绍。

### (一) 内力与截面法

无论构件是否受载,构件内部所有质点间总存在有相互作用的力,这种力称为内力。内力的作用是力图维持构件内部各质点间相互位置及构件几何形状不变。构件这种未受载时原来就有的内力,称为固有内力;因受载荷作用而新增加的内力称为附加内力。附加内力将随载荷增加而增大,由于材料性能所限,附加内力到达一定限度时构件即发生破坏。可见附加内力与构件的强度、刚度和稳定性密切相关,因此材料力学只研究附加内力,并把它简称为内力。

计算受载构件内力的方法是截面法。以图1-8(a)所示的圆截面直杆为例,假想用平面在 $m-m$ 处把杆截分为I、II两部分,任取其中一部分(例如I)作为研究对象。在部分I上作用有外力 $P_1$ 和 $P_2$ ,欲使I保持平衡,则II必有力作用于I的 $m-m$ 截面各质点上。根据作用与反作用定律可知,在II的同一截面上必然也受到I的作用力,且大小相等、方向相反,与II上的外力 $P_3$ 、 $P_4$ 及 $P_5$ 保持平衡(图1-8b)。上述I与II之间的相互作用力就是构件在 $m-m$ 截面上的内力。由材料的连续性假设可知,内力是分布于截面各质点上的分布力系。一般情况下,这是一个空间任意力系。

为了确定内力与外力以及与杆件变形形式的关系,首先将分布力系向截面形心 $O$ 点简化得一主矢 $R$ 和一主矩 $M$ (图1-8c),然后将该主矢和主矩向过截面形心 $O$ 点的坐标轴 $x$ 、 $y$ 及 $z$ 投影,得六个内力分量: $N$ 、 $Q_y$ 、 $Q_z$ 、 $M_x$ 、 $M_y$ 及 $M_z$ (图1-8d),它们的名称、方向及与杆件变形的对应关系如表1-2。今后就以这六个分量代表杆件的内力,并称之为内力素。坐标轴 $x$ 沿横截面的法线(即杆的轴线)方向, $y$ 和 $z$ 通常是横截面的对称轴。至于每个内力素的大小和方向(指向或转向),可根据部分I或II的平衡条件确定。

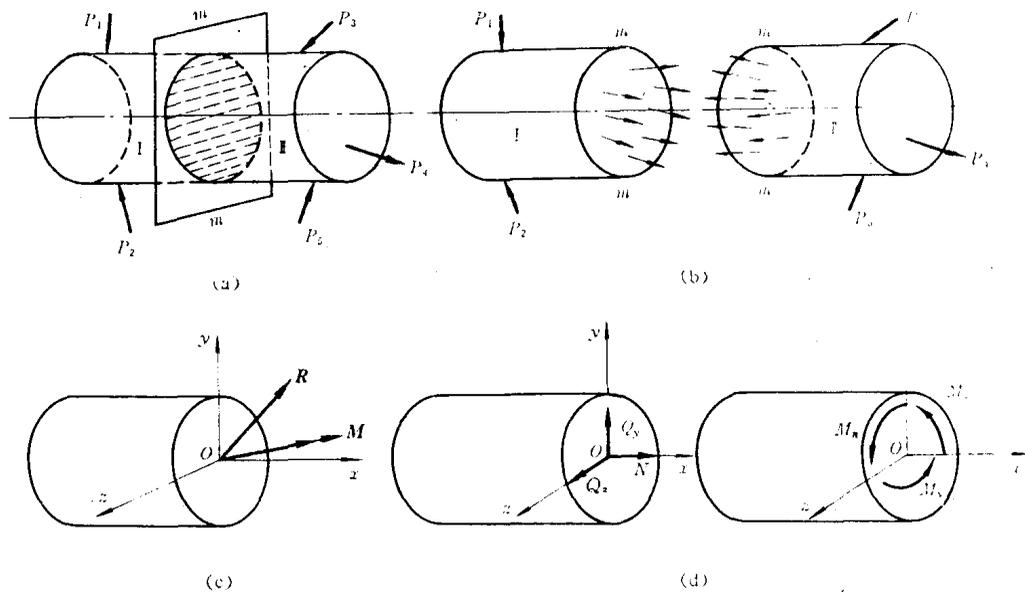


图 1-8

表 1-2 六个内力分量

代 号	名 称	方向(或转向)	对应的变形
$N$	轴力	沿横截面法线	拉伸或压缩
$Q_y, Q_z$	剪力	沿横截面切线	剪 切
$M_x$	扭矩	绕 $x$ 轴转	扭 转
$M_y, M_z$	弯矩	绕 $y, z$ 轴转	弯 曲

上述用截面假想把构件截分成两部分,以显示并确定内力的方法,称为截面法。可将它归纳为以下三个步骤:

(1) 欲求某一截面上的内力,就沿该截面假想地把构件分为两部分,留下任意一部分作为研究对象,并弃去另一部分。

(2) 用作用于研究对象截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。

(3) 建立留下部分的平衡条件,确定未知的内力。

**例 1-1** 如图 1-9(a)所示的钻床,在载荷  $P$  作用下,试确定  $m-m$  截面上的内力。

**解** (1) 沿  $m-m$  截面假想地将钻床分为两部分。取  $m-m$  截面以上的部分进行研究(图 1-9b),并以截面的形心为原点,选取坐标系如图所示。

(2) 外力  $P$  将使  $m-m$  截面以上部分沿  $y$  轴方向平移,并绕  $O$  点转动, $m-m$  截面以下部分必然以内力  $N$  及  $M$  作用于截面上,保持上部的平衡。这里  $N$  为通过  $O$  点沿轴线  $y$  的力,即轴力; $M$  为对  $O$  点(实为过  $O$  点并垂直于  $xy$  平面的坐标轴)的力偶矩,称为弯矩。

(3) 由平衡条件

$$\begin{aligned} \sum Y = 0, & \quad P - N = 0 \\ \sum M_o = 0, & \quad Pa - M = 0 \end{aligned}$$

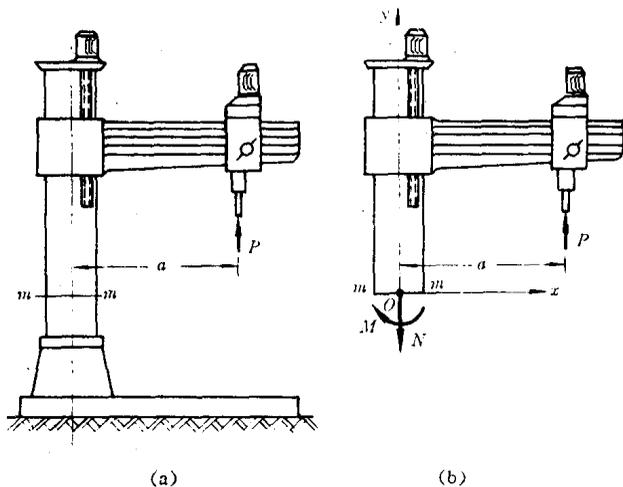


图 1-9

求得轴力  $N$  和弯矩  $M$  为

$$N = P, \quad M = Pa$$

## (二) 应力的概念

由前面讨论得知,六个内力分量是截面分布内力系的简化结果,但不能说明分布内力系在截面上某点处的强弱程度。为此,需要引入内力集度——应力的概念。

设在受力构件的  $m-m$  截面上,围绕  $K$  点取微小面积  $\Delta A$  (图 1-10a), 设  $\Delta A$  上内力的合力为  $\Delta P$ 。于是在  $\Delta A$  上分布内力的平均集度应为

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1-1)$$

$p_m$  称为  $\Delta A$  上的平均应力。一般说,截面  $m-m$  上的分布内力不一定均匀分布,因此平均应力  $p_m$  将随所取  $\Delta A$  的大小而不同,不能真实反映分布内力在  $K$  点处的强弱程度。

为精确表示一点处内力分布的强弱,可采用求极限的方法,即当  $\Delta A$  逐渐取小,分布于  $\Delta A$  上的内力系也渐趋均匀;当  $\Delta A$  趋近于零时,比值  $\Delta P/\Delta A$  也将趋近于某一极限,即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-2)$$

$p$  代表截面上  $K$  点处的真实内力集度,称为点的总应力。

应力  $p$  是个矢量,一般情况下,它既不与截面垂直,也不与截面相切。材料力学中通常把总应力  $p$  分解成垂直于截面的分量  $\sigma$  和切于截面的分量  $\tau$  (图 1-10b)。 $\sigma$  称为正应力, $\tau$  称为剪应力。

在国际单位制中,应力的单位是牛顿/米<sup>2</sup> (N/m<sup>2</sup>),称为帕斯卡,简称为帕 (Pa)。通常采用兆牛/米<sup>2</sup> (记为 MN/m<sup>2</sup> 或 MPa) 或吉牛/米<sup>2</sup> (记为 GN/m<sup>2</sup> 或 GPa)。1MPa = 10<sup>6</sup>Pa, 1GPa =

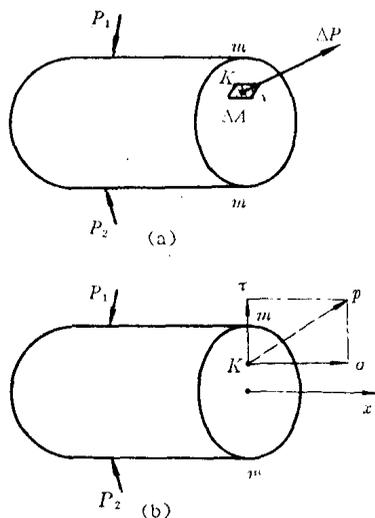


图 1-10

$10^9 \text{Pa}$ 。目前工程计算中还常采用厘米克秒制单位,应力的单位是公斤力/厘米<sup>2</sup>,记为  $\text{kgf/cm}^2$ 。这两种单位制的换算关系见附录 I。

### (三) 应变的概念

为了研究构件截面上应力的分布规律,必须对构件内一点处的变形作深入研究。在构件内围绕某点(如图 1-11a 中的  $K$  点),用三对互相垂直的截面,假想地截出一个无限小的正六面体,该六面体的每对平行截面之间的距离分别为  $dx$ 、 $dy$ 、 $dz$ 。以这样的正六面体代表所研究的点,并称为微小单元体,简称为单元体(图 1-11b)。单元体某棱边长度的改变,称为单元体的线变形;某相互垂直的两个棱边之间的直角夹角的改变,称为角变形。

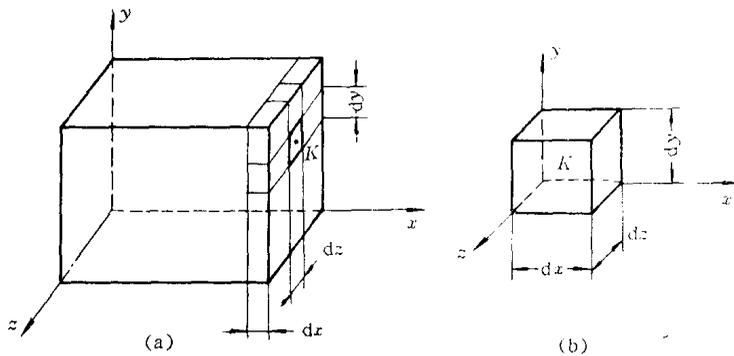


图 1-11

某点处线变形的程度用线应变  $\epsilon$  表示。以图 1-11(a) 中的  $K$  点为例,设单元体中与  $x$  轴平行的棱边  $ab$  的原长为微小长度  $\Delta x$ ,变形后, $ab$  边的长度为  $(\Delta x + \Delta u)$ ,  $\Delta u$  称为  $ab$  边的绝对变形(图 1-12a),而  $\Delta u$  与  $\Delta x$  的比值记为

$$\epsilon_x = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-3)$$

表示线段  $ab$  上每单位长度的伸长或缩短,称为平均线应变。

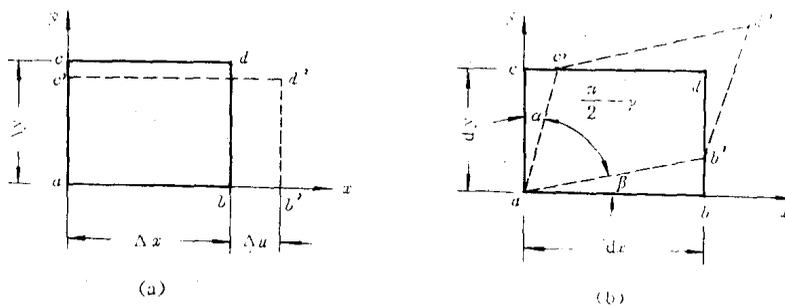


图 1-12

若使微小正六面体的边长无限缩小,当  $\Delta x$  趋于零时,则极限值

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-4)$$

称为  $K$  点沿  $x$  方向的线应变。可以认为,在无限小线段  $dx$  内各点线变形程度接近一致,因此线应变能够反映一点沿某方向线变形的真实程度。

某点的角度变形程度用角应变  $\gamma$  表示。变形前,围绕  $K$  点所取单元体的  $ab$  与  $ac$  边夹角为

直角,变形后两边夹角变为 $(\frac{\pi}{2}-\gamma)$ ,直角的改变量为 $\gamma$ 。在图 1-12(b)中 $\gamma=(\alpha+\beta)$ ,称为角应变或剪应变。

线应变和角应变是度量受力构件内一点处变形程度的两个基本量。它们都是无量纲的量,其中 $\gamma$ 用弧度表示。在构件小变形条件下, $\epsilon$ 和 $\gamma$ 都是极其微小的量。例如碳钢制成的构件,在弹性变形范围内,最大线应变约为 $10^{-3}$ ,最大角应变约为 $1.25\times 10^{-3}\text{rad}$ 。

线应变 $\epsilon$ 和角应变 $\gamma$ 分别与正应力 $\sigma$ 和剪应力 $\tau$ 相联系,所以在确定构件的应力分布规律时,一般要先研究线应变和角应变的变化规律。

## 第二章 拉伸与压缩

### § 2-1 概 述

工程实际中,有很多杆件因外力作用产生拉伸或压缩变形。例如抽油机的连杆在抽油时受拉伸(图 1-1);柴油机的连杆在爆发冲程中受压缩(图 2-1a);井架的斜撑杆和弦杆在风力和钻具重力作用下受拉或受压(图 2-1b)。

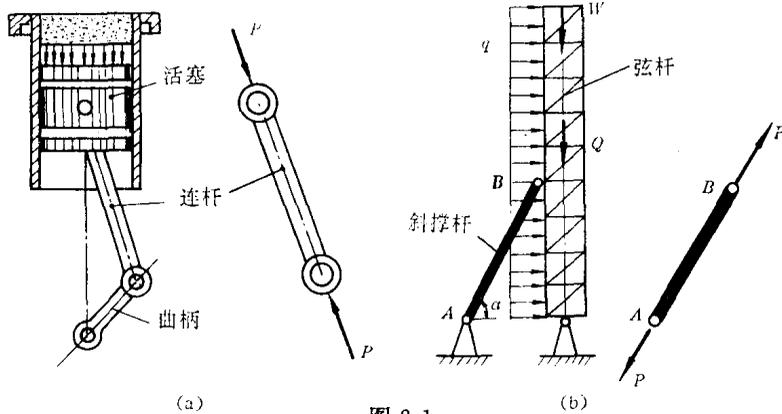


图 2-1

这些受拉或受压的杆件虽然其外形、杆端联接形式及加载方式都不尽相同,但它们具有共同的受力特点,即外力合力的作用线与杆的轴线重合,或指向杆件,或背离杆件,因而也具有

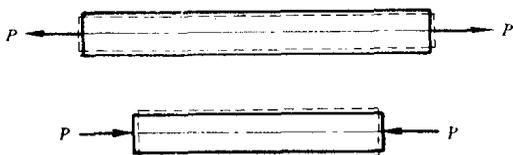


图 2-2

共同的变形特点,即杆件沿轴向伸长或缩短,同时沿横向(即垂直轴线方向)收缩或胀大。这种变形形式称为轴向拉伸或轴向压缩。为了便于计算,可用如图 2-2 所示的几何形状和受力情况,作为实际受拉杆或受压杆的计算简图。

本章主要研究直杆轴向拉伸或压缩时的强度与变形计算,以及材料的机械性质,并介绍某些基本概念和拉压静不定问题。

### § 2-2 轴向拉伸或压缩时直杆的强度计算

为了进行强度计算,首先要确定杆的内力和应力。

#### (一) 轴向受拉(压)杆件横截面的内力

今以图 2-3(a)所示的拉杆为例,用截面法显示并确定该杆在横截面  $m-m$  上的内力。沿此截面假想地将杆截为左、右两段,并取其中一段(例如左段)为研究对象(图 2-3b),左、右两段在截面  $m-m$  上相互作用的内力本来是一分布力系,但根据外力沿轴线作用这一特点,可知分布内力系的合力  $N$  必然也沿轴线方向,故将拉(压)杆的内力称为轴力。现以轴力  $N$  代替右