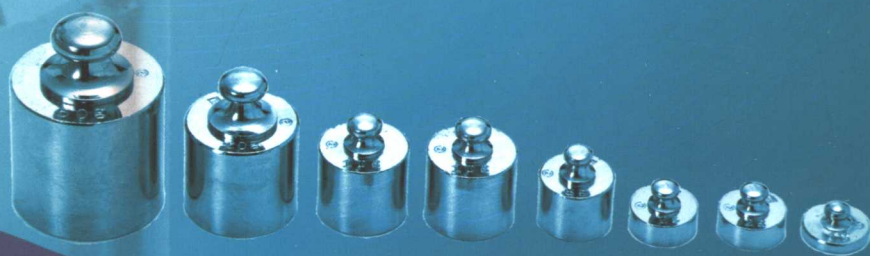


DAXUE WULI SHIYAN

大学物理实验

陈金太 主编



厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

大学物理实验

陈金太 主编



厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/陈金太主编. —厦门:厦门大学出版社, 2005. 1

ISBN 7-5615-2338-6

I. 大… II. 陈… III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 140490 号

厦门大学出版社出版发行

(地址:厦门大学 邮编:361005)

<http://www.xmupress.com>

[xmup @ public. xm. fj. cn](mailto:xmup@public.xm.fj.cn)

闽北日报社印刷厂印刷

2005 年 1 月第 1 版 2005 年 1 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:18.5 插页:2

字数:473 千字 印数:0001-6 000 册

定价:25.00 元

如有印装质量问题请与承印厂调换

前言

本书是依照《非物理专业大学物理实验课程教学基本要求》，结合集美大学实际情况，在几经修改的自编教材《大学物理实验》的基础上改编而成的。

全书共分四篇。第一篇介绍基本的物理实验知识，包括测量及其误差、测量的不确定度、实验数据处理、测量结果表达以及科学实验报告写作等内容。第二篇为基本物理实验，共收入 20 个基本的物理实验项目，包括常用物理实验仪器的使用、常见物理量的测量以及基本的测量方法等内容。第三篇为综合性实验，共收入 18 个综合性实验项目。第四篇为设计性实验，共收入 13 个设计性实验项目。

计算机及网络技术在基础物理实验中的应用在国外发达国家的基础物理实验室中已很普遍。本书把美国 PASCO 公司的应用计算机进行物理实验的“科学工作室”数据采集及处理系统纳入教材，并结合国内的实际情况进行大胆的创新，编写了 10 多个符合我国大学物理实验室的实际，并和现代的传感器技术、计算机技术相结合的实验选题，使本书具有鲜明的时代特征。

参加本书编写工作的有陈金太(主持统稿工作及编写了绪论、第一篇及实验 8、实验 15、实验 19、实验 45—53、设计性物理实验教学方法等内容)、苏永栋(编写实验 14)、阎南生(编写实验 30—34)、黄宏伟(编写实验 3、实验 4、实验 24、实验 27、实验 29、实验 37、实验 41 等内容)、陈明顺(编写实验 10—12、实验 25、实验 26、实验 28、实验 39、实验 43 等内容)、郑依妹(编写实验 1、实验 2、实验 16、实验 21 等内容)、彭东青(编写实验 18、实验 20、实验 42、实验 44)、沈跃飞(编写实验 17、实验 40)、张学荣(编写实验 23、实验 36、实验 38)、车敏(编写实验 6、实验 7、实验 9、实验 13 等内容)、林一仙(编写实验 5、实验 21、实验 22)。陈鑫耀负责收集物理学常用常数。

由于编者水平有限，加上时间仓促，难免存在错误和不足。谢谢批评指正。

编者

2004. 11

目 录

绪 论

1 物理实验的地位和作用	1
2 物理实验课的教学目的	1
3 物理实验课的教学要求	1
3.1 课前预习	1
3.2 课堂实验	2
3.3 书写实验报告	2

第一篇 物理实验基础知识

第1章 测量与误差	3
1 测量的基本概念	3
1.1 测量	3
1.2 直接测量与间接测量	3
1.3 单次测量与多次测量	3
2 误差的基本概念	4
2.1 误差与残差	4
2.2 误差的种类	4
2.2.1 系统误差	4
2.2.2 随机误差	5
2.2.3 系统误差与随机误差的关系	5
2.3 精密度、正确度、准确度和精度	5
3 随机误差的统计	6
3.1 标准误差、标准偏差与平均值的标准偏差	6
3.2 随机误差的正态分布规律	7
3.3 标准误差的统计意义	8
4 测量结果表达	9
4.1 测量不确定度的基本概念	9
4.1.1 测量不确定度	9
4.1.2 不确定度评定	9

4.2	直接测量结果的不确定度评定	10
4.3	测量结果的不确定度表示	10
4.4	多次直接测量量不确定度评定的步骤	10
4.5	单次直接测量量不确定度评定	12
4.6	间接测量的不确定度评定	12
4.7	间接测量结果不确定度评定的步骤	13
4.8	微小误差准则	14
5	仪器误差	14
5.1	仪器示值误差	14
5.2	仪器的标准误差	15
5.3	仪器的灵敏阈	15
第2章	有效数字	17
1	有效数字	17
1.1	有效数字的定义	17
1.2	有效数字的意义	17
2	有效数字的运算法则	17
2.1	加减运算结果有效数字的确定方法	18
2.2	乘除运算结果有效数字的确定方法	18
2.3	其他几种函数运算结果的有效数字确定方法	18
3	测量结果有效数字的确定方法	19
3.1	直接测量结果有效数字的确定	19
3.2	间接测量结果有效数字的确定	19
3.3	最后测量结果的有效数字确定方法	19
3.4	科学记数法	20
3.5	有效数字尾数的修约法则	20
4	有效数字的确定实例	20
第3章	实验数据处理方法	22
1	实验数据处理的一般方法	22
1.1	列表法	22
1.1.1	表格的基本结构及列表要求	22
1.1.2	三线式列表法	22
1.2	实验数据检验与坏值的剔除方法	23
1.2.1	拉依拉达准则	23
1.2.2	肖维涅准则	23
1.3	测量结果计算	23
1.3.1	直接测量的结果计算	23
1.3.2	间接测量的结果计算	24
2	图示图解法	24
2.1	图示法	24
2.2	图解法	25

3 最小二乘法	27
4 逐差法	27
第4章 科技实验报告写作	28
1 科技实验报告的作用	28
2 科技实验报告的组成	28
3 科技实验报告的格式与写法	28
附录 实验报告范例	30
练习题	32

第二篇 基本物理实验

实验1 物体密度的测量	34
实验2 物体速度、加速度的测量	40
附录 气垫导轨及数字毫秒计	42
实验3 三线摆法测定物体转动惯量	45
附录 光控数字毫秒计的测量摆动周期装置	49
实验4 扭摆法测定物体转动惯量	50
附录 TH-2 型转动惯量测试仪的使用说明	53
实验5 单摆及随机误差分布实验	55
实验6 模拟法测绘静电场	58
实验7 电位差计测电动势	62
附录 UJ-37 型箱式电位差计及复射式光点检流计	66
实验8 惠斯登电桥测电阻	68
附录 指针式直流检流计	72
实验9 非平衡电桥特性测定	73
实验10 智能低电阻测试仪使用及材料电阻率测定	77
实验11 电容电感的测量	82
实验12 示波器的使用	93
附录 低频信号发生器	101
实验13 非线性电阻伏安特性测定	102
附录 电磁学常用基本仪器简述	105
实验14 霍尔效应及霍尔元件特性测定	108
附录 霍尔元件的不等位电势差及负效应	112
实验15 光的等厚干涉与应用	113
附录 JCD2 型读数显微镜	117
实验16 分光计调节与棱镜顶角测定	119
实验17 迈克耳逊干涉仪测量光波长	125
实验18 密立根油滴实验	129
实验19 旋光仪测定旋光液体的浓度	134
实验20 光电管特性测定	138

附录	数字电压表及微电流测量仪	141
实验 21	拉伸法测定金属的杨氏模量	142
实验 22	金属线膨胀系数的测定	146
实验 23	液体粘滞系数的测定	151
附录	PH-IV 型变温粘滞系数实验仪	154

第三篇 综合性物理实验

实验 24	科学工作室与计算机数据采集	155
附录	PASCO 常用传感器一览表	170
实验 25	应用计算机测定线性电阻伏安特性	172
实验 26	应用计算机测定空气中的声速	177
实验 27	应用计算机测定单缝衍射光强度分布	180
附录	旋转移动传感器和光传感器	183
实验 28	应用计算机测定热敏电阻的温度特性	185
实验 29	应用计算机测定导热系数	190
实验 30	传感器实验仪的使用	195
实验 31	应变片压力传感器的特性测定	200
实验 32	扩散硅压力传感器的特性测定	203
实验 33	电容式位移传感器的特性测定	205
实验 34	电涡流式位移传感器的特性测定	208
实验 35	动态悬挂法测定杨氏模量	211
附录	动态法测定杨氏模量计算公式推导	214
实验 36	数字示波器的使用	216
实验 37	RC、RL、RCL 电路的暂态过程	227
实验 38	磁性材料磁滞回线测定	232
附录	DM-1 型磁滞回线测试仪	236

第四篇 设计性物理实验

设计性物理实验教学方法.....		237
实验 39	空气中声速的测定	239
实验 40	光栅衍射法测定光波长	244
实验 41	声光衍射法测定液体中的声速	247
	附录 声光衍射仪	252
实验 42	偏振法测定材料的折射率	253
实验 43	应用计算机测定磁敏电阻特性	256
实验 44	干涉法测量空气折射率	260
实验 45	折射法测量棱镜折射率	263
实验 46	牛顿第二定律验证	266

实验 47 单摆摆动周期与摆幅的关系研究	267
实验 48 光敏电阻特性测定	268
实验 49 应用计算机测定电容器的放电特性及电容	270
实验 50 应用计算机测定长直螺线管轴线上的磁场分布	272
实验 51 光敏二极管的特性测定	274
实验 52 液体中的声速与温度的关系研究	276
实验 53 液体中的声速与液体浓度的关系研究	277
附录 常用物理学常数	278
参考文献	284

绪 论

1 物理实验的地位和作用

人类生活在物质的世界里,而物理学恰是一门研究物质运动规律及其结构的实验学科,所以说人类生活和物理息息相关。物理学上的最基本的定律源于实验,物理规律的发展和物理理论的确立,也都必须以物理实验为基础,并受到实验的严格检验。

历史表明,在物理学上许多关键问题的解决,最后都是诉诸于实验的。例如,杨氏的光干涉实验对于证实光的波动性,迈克尔逊——莫雷实验对于证实以太的不存在,赫兹实验对于证实麦克斯韦的电磁场理论,实验都起了决定性的作用;而爱因斯坦的相对论当时难于让人接受也正是得不到实验的验证。

物理学的发展是在实验和理论互相推动、密切结合下进行的,实验和理论在物理学中具有同等重要的地位。因此,学习物理学除学习理论外,还必须学习通过实验进行探索知识的方法。

2 物理实验课的教学目的

物理实验课涉及力学、热学、声学、光学、电磁学、近代物理等物理学知识以及实验基本知识 with 实验技术等内容,是理工科学生进入大学后受到系统的实验技能训练的开端,是后续课程实验的基础,是大学生必修的通识课程。本课程教学的主要目的为:

1)学习并掌握物理实验的基本知识、基本方法和基本技能。主要是学会一些常用物理量的测量方法;熟悉常用仪器的原理、性能及使用方法;能正确记录和处理实验数据;进行实验结果分析和书写规范的实验报告;同时培养学生的应用知识分析问题、解决问题、创新思维以及独立工作的能力。

2)通过实验的观察、测量和分析的方法学习知识并加深对物理学概念、规律和理论的理解。

3)培养学生严肃认真的工作作风,实事求是的科学态度以及科学实验的基本素质和爱护国家财产、遵守纪律的优良品德。

实验能力和良好的习惯作风是通过每一个具体实验逐步培养起来的,因此要求每位同学应认真对待每个实验,做好每个实验。

3 物理实验课的教学要求

物理实验课是独立的一门课,它是在教师的指导下,学生独立进行的学习过程。为了做好每次实验,达到实验课程教学的目的要求,实验课分为课前预习、课堂实验和书写实验报告三个基本环节并要求如下:

3.1 课前预习

由于课堂实验的时间有限,为了提高实验课质量,学生在进行课堂实验前,必须仔细阅读

实验教材、计算机网络中的实验辅导材料以及通过计算机的互联网搜索工具搜索相关知识进行预习和实验前的准备。预习应当做到明确实验目的,了解实验原理和方法,弄清实验中所涉及的物理量的测量方法和所用仪器、实验内容和步骤,并在此基础上按要求写好实验预习报告。预习报告的内容包括实验目的、实验仪器、相关的计算公式及简要说明、实验内容、主要步骤以及实验注意事项,同时设计好实验记录表格。

3.2 课堂实验

学生来实验室做实验时必须带上附有实验原始记录的上一次实验的实验报告、本次实验的预习报告以及保存实验数据的软盘。进入实验室后,应先交上一次的实验报告,再将预习报告放在桌上让教师检查,并回答指导教师的有关提问或在实验室的计算机上接受预习检测,如无法回答所有问题的学生不准进行实验。实验过程应注意以下:

1)遵守实验规程,安全实验,并注意实验室卫生。

2)认真阅读与本实验相关的资料、实验装置及其使用方法和注意事项(在熟悉以上内容前不可随意摆弄实验设备)。

3)进行实验设备的安装与调整、电路连接。

4)按实验步骤进行实验,细心操作、注意观察。实验应独立完成,如有二人或多人合做一个实验时,应注意团队精神及分工合作,人人动手,不要一人包办代替。观测实验现象及数据应认真仔细,实验过程中遇到难于解决或不好理解的问题,可上机进入实验辅导系统或上网寻找帮助。如实验过程出现异常现象或故障,应进行分析,查找原因、解决问题,特别是和电有关的实验,应立即切断电源暂停实验并及时报告实验指导教师处理。

5)做好实验记录。记录是实验的一个基本技能,记录必须清楚、真实、完整、正确。实验记录必须符合记录规范,不可以用铅笔做记录或随意涂改记录。不得抄袭或随意修改测量数据,对于怀疑测错、读错或记错的数据不可涂改,应用横杆“—”划一划即可。再行观测的数据记在错误的边上。

6)进行实验不确定度分析和直接测量物理量的数据处理。实验过程应根据实验的条件进行误差分析以便得到测量不确定度的合理评定,同时应在实验室中对各个直接测量的物理量进行预处理,即进行测量数据的检验并剔除坏值,确定直接测量的物理量的最佳值及标准偏差,A、B类不确定度等。

7)进行实验数据检查。一个好的实验结果必须是经过反复实验才能得到。对于已经测量的实验数据应认真地进行自查。认为没有问题时,再将实验记录提交指导老师审查,并由指导教师签名认可。在实验记录未获得指导教师审查认可前,切勿拆除实验装置。

8)收拾整理好仪器,并做好实验仪器使用情况记录。

3.3 书写实验报告

实验报告是实验成果的总结并用于交流的书面材料,撰写实验报告是实验工作的一个重要组成部分。由于实验报告的好坏可能直接影响他人对实验成果的评价与认同,所以应在实验结束后及时、认真撰写。撰写实验报告属于科技应用写作范畴,要求按照科学实验报告的规范格式书写,并做到文字简明通顺、表达清楚、字迹端正、图表规范、数据真实、结果正确。物理实验课程的实验报告应按时上交,上交时必须附上课堂实验记录的原始数据。

第一篇 物理实验基础知识

第 1 章 测量与误差

1 测量的基本概念

1.1 测量

进行物理实验时,不仅要定性地观察物质的运动状态及其变化过程,而且要对物理量进行定量的描述。测量是对物理量定量描述的手段,是将待测的物理量与规定作为标准单位的同类物理量(标准量)进行比较,其倍数即为待测量的测量值。

1.2 直接测量与间接测量

测量按获得结果的方法分为直接测量和间接测量。

1) 直接测量。将待测量与同类物理量的标准直接比较,或者用预先标定好的仪器进行比较,从而直接得到待测量的测量值,称作直接测量。例如,用米尺量长度、天平称质量、温度计测温度、停表测量时间以及电表测量电流强度、电压等都是直接测量。

2) 间接测量。对于大多数的物理量不能用直接测量的办法测得其数值,而是通过间接的办法,即通过和可直接测量的物理量间关系式计算得其数值。例如,铜柱密度的测量,还没有一种仪器可以直接测量出其大小,但可以用卡尺直接测量出它的高 h 和直径 d 的大小,用天平称出它的质量 m ,再根据铜柱的密度与铜柱体的质量、高度、直径间的关系式

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}$$

计算出密度的大小。因此,利用待测量与一些能直接测定的物理量间存在着的确定的函数关系,把直接测量的量代入函数中计算出待测物理量的数值的测量方法称作间接测量。

实验上可以直接测量的物理量比较少,大多数物理量是通过间接测量的方法测得的。但是随着科学技术的进步,特别是数字化及计算机技术的应用使得可直接测量的物理量越来越多。

1.3 单次测量与多次测量

1) 单次测量。通过一次的测量而测出被测量物理量的数值称作单次测量。单次测量在实际测量中并不多用。通常是在实验条件的限制下,使得实验过程难于重复时,或者可以确定测量结果随机性不明显时,才用单次测量。

2) 多次测量。通过重复测量并按平均值的计算方法来确定一个物理量的大小的测量方法称作多次测量。多次测量按照测量条件的不同,又可分为等精度多次测量和不等精度多次测

量。在测量条件相同的条件下进行的一系列测量是等精度多次测量。如:同一个人,在同一仪器上,采用同样的测量方法,对同一待测量连续进行多次测量,每一次测量的可靠程度相同,故称之为等精度多次测量。等精度多次测量的测量结果按算术平均值方法计算。而在不同测量条件下进行的一系列测量,如仪器不同,方法不同,测量人员不同,各次测量结果的可靠程度自然也不相同,这样的测量称为不等精度多次测量。处理不等精度多次测量的结果时,需要根据每个测量的“权重”,进行“加权平均”,在基础物理实验中还不作考虑。

等精度多次测量的误差分析和数据处理较容易,作为基础实验(如无特别强调),本书所介绍的误差和数据处理知识只针对等精度多次测量。

2 误差的基本概念

2.1 误差与残差

1) 真值与误差。任何一个物理量,在一定的条件下,都具有确定的量值,这是客观存在的,这个客观存在的量值称为该物理量的真值。测量的目的就是要力图得到被测量的真值。一个物理量的测量值与真值之差值称为测量的误差。设被测量的真值为 X_0 ,测量值为 X ,则误差 ϵ 为

$$\epsilon = X - X_0 \quad (1)$$

由于误差不可避免,故真值是得不到的。所以误差的概念只有理论上的价值。

2) 最佳值与偏差。在实际测量中,为了减小误差,常常对某一物理量 X 进行多次等精度测量,得到一系列测量值 $X_1, X_2, \dots, X_n$,则测量结果的算术平均值为:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2)$$

算术平均值并非真值,但它比任一次测量值的可靠性更高,所以也称其为真值的最佳值。测量值与算术平均值之差称为偏差(或残差)

$$\nu_i = X_i - \bar{X} \quad (3)$$

2.2 误差的种类

误差的产生有多方面的原因。根据误差的性质及产生的原因,一般将误差分为两大类,即系统误差和随机误差(也有叫偶然误差)。

2.2.1 系统误差

在一定的实验条件下,进行多次测量,其误差数值的大小和正负号固定不变或按一定的规律变化,这种误差称为系统误差。其来源主要有:

1) 仪器误差。由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器造成的。例如,仪器零点不准,天平不等臂,米尺刻度不均匀,在 20°C 下标定的标准电阻在 30°C 下使用等。

2) 理论(方法)误差。由于测量所依据的理论公式本身的近似性或测量方法不完善而产生的。例如,在空气中称量物体时没有考虑空气浮力的影响,在电学测量中没有把接触电阻和接线电阻考虑在内等。

3) 条件误差。由于实验条件不能达到理论公式所规定的条件而引进的。例如,单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角趋于零,这在实际测量中是不可能的。

4) 习惯误差。由于观测者本人的个性习惯、生理或心理特点而造成的。例如,记录太早或太迟,估计数偏大或偏小等。

系统误差可根据其产生的原因采取一定的方法来减少或者消除它的影响。如将仪器进行

校正,改变实验方法或条件,对测量结果引入修正量等。

因为任何理论模型都是实际情况的近似,任何“标准”的器具也总是有缺陷的。所以,对系统误差作修正也只能做到比较接近实际,不能“绝对”消除。实验中说已消除系统误差影响是指相对其他随机误差来说,把它的影响减少到可以忽略的程度。系统误差虽然可以消减,但是确定系统误差并非容易的事情,它需要丰富的实践经验以及实验知识,所以未把系统误差的确定与修正列入本书内容。

2.2.2 随机误差

在相同条件下对一物理量进行多次测量时,由于偶然的或不确定的因素所造成的每一次测量值的无规律的涨落称为随机误差。它的主要来源有:

1) 多次测量的条件有无法控制的微小变化。如电磁波的干扰、温度与气压的涨落、地壳震动等。

2) 人的感官的灵敏程度的限制。如用米尺测量长度时,由于各人眼睛分辨力的限制和不同,在读数时就会有误差且各不相同。

3) 测量对象本身的不均匀性。如圆柱的直径在各处不同,有大有小。

随机误差在单次测量时可大可小,可正可负,但是当测量次数很多时就呈现出明显的规律性。理论和实践证明,大部分的测量误差均服从正态分布(高斯分布)。服从此分布的随机误差具有以下特性:

① 单峰性。绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

② 对称性。绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

③ 有界性。在一定测量条件下,误差的绝对值不超过一定限度。

④ 抵偿性:随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋向于零,即

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i = 0 \quad (n \rightarrow \infty)$$

可见,通过多次测量求平均值的方法可以减少测量结果的随机性。

2.2.3 系统误差与随机误差的关系

系统误差的特征是它的确定性,而随机误差的特征则是它的随机性,二者经常是同时存在于一切科学实验中。它们之间也是相互联系的,有时难于严格区分。我们经常把一些不可定的系统误差看作随机误差,也常把一些可定的但规律过于复杂的系统误差当作随机误差来处理,从而使得部分误差被抵偿以得到较准确的结果。有时系统误差与随机误差的区别还与空间和时间的因素有关。时间因素有两方面的含义:一是指时间的长短,例如校验仪表所用的标准,它的温度在校验所需的短时间内可保持恒定或缓慢变化,但在长时间中却是在其平均值附近作不规则的变化,因而环境温度对标准仪表的影响在短时间内可以看成是系统误差,而在长时间内则为随机误差;另一含义是,随着科学技术的发展,人们对误差来源及其变化规律认识加深,就有可能把过去认识不到而归于随机误差的某些误差确定为系统误差。

总之,系统误差与随机误差之间是否有本质上的差别还是当前误差理论中有争论的问题。目前,误差理论的任务主要是研究随机误差对测量结果的影响。因此在今后的讨论中,一般认为系统误差已经消除,只考虑随机误差。

2.3 精密度、正确度、准确度和精度

定性评价测量结果,常用到精密度、正确度和准确度这三个概念。这三者的含义不同,使用时应加以区别。

1) 精密度。反映随机误差大小的程度。它是指测量结果的重复性。精密度高是指测量的重复性好,各次测量值的分布密集,随机误差小。但是精密度不能确定系统误差的大小。

2) 正确度。反映系统误差大小的程度。正确度高是指测量数据的算术平均值偏离真值较小,测量的系统误差小。但是正确度不能确定数据分散的情况,即不能反映随机误差的大小。

3) 准确度。反映系统误差与随机误差综合大小的程度。准确度高是指测量结果既精密又正确,即随机误差与系统误差均小。

4) 精度。是一种泛指,具体要看实际情况而定。现以射击打靶的弹着点分布为例,形象说明以上三个术语的意义。如图 1-1 所示,其中图(a)表示精密度高而正确度低;图(b)表示正确度高而精密度低;图(c)表示精密度、正确度均低,即准确度低;图(d)表示精密度、正确度均高,即准确度高。

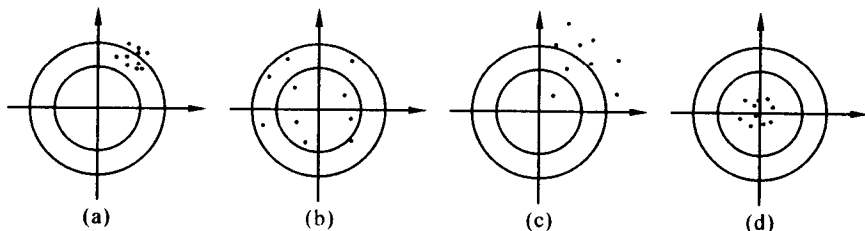


图 1-1 精密度、正确度、准确度示意图

3 随机误差的统计

实验中随机误差不可避免,也不可能消除。但是可以根据随机误差的理论来估算其大小。为了简化问题,在下面讨论随机误差的有关问题中,假设系统误差已经减小到可以忽略的程度。

3.1 标准误差、标准偏差与平均值的标准偏差

1) 标准误差。对一个被测量的物理量进行多次等精度重复测量时,每次测量值分别为 $X_1, X_2, \dots, X_n$, 而假设被测量物理量的真值为 X_0 。当测量次数趋于无限大时,那么定义测量误差的方均根值(误差的平方的平均值的开平方值)为标准误差,用符号 σ_x 表示,下标为该物理量的符号,即

$$\sigma_x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - X_0)^2} \quad (4)$$

2) 标准偏差。在实际测量中,测量次数 n 总是有限的而且真值也不可不知。因此,标准误差只有理论上的价值。对标准误差 σ_x 的实际处理只能进行估算。估算标准误差的方法很多,最常用的是贝塞尔法,它用多次测量的平均值作为真值的近似值来计算测量的标准误差 σ_x ,并用符号 S_x 表示,下标 X 为该物理量的符号。可以证明标准偏差的计算公式为

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (5)$$

实际测量中都是用标准偏差来描述测量误差问题。

3) 平均值的标准偏差。如上所述,在我们进行了有限次的重复测量后,可得到算术平均值 $\bar{X}$ 。平均值 $\bar{X}$ 也是一个随机变量,即完全相同的条件下,进行 m 组有限的 n 次重复测量的平均值为 $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m$ 等。每次测量的平均值不尽相同,也具有离散性,也就是说有限次测量的算

术平均值也是随机的,存在偏差。算术平均值的偏差一般用算术平均值的标准偏差来描述,用符号 $S_{\bar{x}}$ 表示,下标 $\bar{x}$ 为物理量 X 的平均值符号,由误差理论可以证明,算术平均值的标准偏差与标准偏差之间满足

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

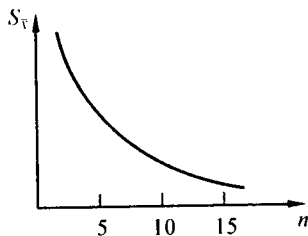


图 1-2

的关系。由(6)式可以看出,平均值的标准偏差比任一次测量的标准偏差小。增加测量次数,可以减小平均值的标准偏差,提高测量的精度。

但是 $S_{\bar{x}}$ 单纯凭增加测量次数来提高精度的作用是有限的。如图 1-2 所示,当 $n \geq 10$ 时, $S_{\bar{x}}$ 随测量次数 n 的增加而减小变得缓慢。实际测量中一般作 8 ~ 10 次的重复测量即可。

3.2 随机误差的正态分布规律

随机误差的分布是服从统计规律的。首先,我们用一组测量数据来形象地说明这一点,如用数字毫秒计测量单摆周期,重复 60 次 ($n = 60$),将测量结果统计如表 1-1:

表 1-1 单摆周期测量数据表

时间区间 (s)	出现次数 Δn (频数)	相对频数 $\frac{\Delta n}{n}(\%)$
2.146 - 2.150	1	2
2.151 - 2.155	3	5
2.156 - 2.160	9	15
2.161 - 2.165	16	27
2.166 - 2.170	15	25
2.171 - 2.175	9	15
2.176 - 2.180	5	8
2.181 - 2.185	2	3

以时间为横坐标,相对频数 $\frac{\Delta n}{n}$ 为纵坐标,用直方图将测量结果表示如图 1-3。如果再进行一组测量(如 100 次),做出相应的直方图,仍可得与前述图形不完全吻合,但轮廓相似的图形。随着次数的增加,曲线的形状基本不变,但对称性越来越明显,曲线也趋向光滑。当 $n \rightarrow \infty$ 时,上述曲线变成光滑曲线。这表示测量值 T 与频数 $\frac{\Delta n}{n}$ 的对应关系呈连续变化的函数关系。显然频数与测量值 T 的取值有关,且与时间间隔的大小成正比,连续分布时它们之间的关系可以表示成

$$\frac{dn}{n} = f(T) dT。$$

函数 $f(T) = \frac{dn}{n dT}$ 称为概率密度函数,其含意是在测量值 T 附近单位时间间隔内测量值出现的概率。

当测量次数足够多时,其误差分布将服从统计规律。在大部分的物理测量中,随机误差 ϵ 服从正态分布(或称高斯分布)规律,有的也满足均匀分布和三角分布规律。对于正态分布可以证明分布概率密度函数的表达式为

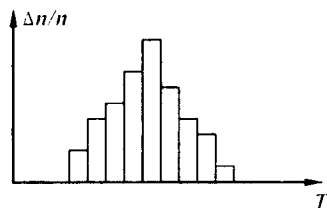


图 1-3

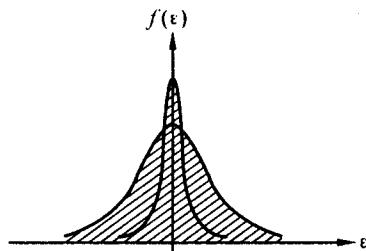


图 1-4

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}} \quad (7)$$

图 1-4 是正态分布曲线。该曲线的横坐标为误差 ϵ ，纵坐标 $f(\epsilon)$ 为误差分布的概率密度函数。它的物理含意是：在误差值 ϵ 附近，单位误差间隔内，误差出现的概率。曲线下阴影的面积元 $f(\epsilon)d\epsilon$ 表示误差出现在区间 $(\epsilon, \epsilon + d\epsilon)$ 内的概率。按照概率理论，误差 ϵ 出现在区间 $(-\infty, \infty)$ 范围内是必然的，即概率为百分之百。所以图中曲线与横轴所包围的面积应恒等于 1，即

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\epsilon) d\epsilon = 1 \quad (8)$$

(8) 式称归一化条件。

3.3 标准误差的统计意义

由概率理论可以证明标准误差 σ 在正态分布的情况下的物理意义是什么。首先，定性分析一下，从 (7) 式可以看出，当 $\epsilon = 0$ 时，

$$f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2}$$

可见， σ 值越小， $f(0)$ 的值越大。由于曲线与横坐标轴包围的面积恒等于 1，所以曲线峰值高，两侧下降就较快。这说明测量值的离散性小，测量的精密度高。相反，如果 σ 值大， $f(0)$ 就小，误差分布的范围就较大，测量的精密度低。

我们还可以从另一角度理解 σ 的物理意义。可以证明测量结果分布在区间 $(-\sigma, \sigma)$ 内的概率

$$P_1 = \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\epsilon) d\epsilon = 0.683 = 68.3\% \quad (9)$$

这就是说，在所测的一组数据中有 68.3% 的数据测量值误差落在区间 $(-\sigma, \sigma)$ 之内；同样也可以认为在所测的一组数据中，任一个测量值的误差落在区间 $(-\sigma, \sigma)$ 内的概率为 68.3%。我们把 P_1 称做置信概率， $\pm\sigma$ 就是 68.3% 的置信概率所对应的置信区间。换种方式说，一个标准误差为 σ 的随机测量，测量结果落在区间 $(X_0 - \sigma, X_0 + \sigma)$ 内的概率为 68.3%。

显然，扩大置信区间，置信概率就会提高。如果置信区间分别为 $(-2\sigma, 2\sigma)$ 和 $(-3\sigma, 3\sigma)$ ，则相应的置信概率为

$$P_2 = \int_{-2\sigma}^{2\sigma} f(\epsilon) d\epsilon = 95.5\% \quad (10)$$

$$P_3 = \int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\epsilon) d\epsilon = 99.7\% \quad (11)$$

一般情况下，置信区间可由 $\pm k\sigma$ 表示， k 称为置信系数。对于一个测量结果，只要给出置信区间