管理科学学术丛书

经济统计与经济模型

JING JI TONG JI 与 JING JI MO XING

葛新权 著

经济科学出版社

经济统计与经济模型

葛新权　著

经 济 科 学 出 版 社

责任编辑：王东岗
责任校对：王肖楠
版式设计：代小卫
技术编辑：潘泽新

经济统计与经济模型
葛新权　著
经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
社址：北京海淀区阜成路甲 28 号　邮编：100036
总编室电话：88191217　发行部电话：88191540
网址：www.esp.com.cn
电子邮件：esp@esp.com.cn
北京密兴印刷厂印装
850×1168　32 开　10.25 印张　260000 字
2004 年 3 月第一版　2004 年 3 月第一次印刷
印数：0001—3000 册
ISBN 7-5058-4031-2/F·3322　定价：16.00 元
（图书出现印装问题，本社负责调换）

丛书序言

为了提高北京地区高等学校学科建设水平，北京市教育委员会于2002年启动了北京市重点学科和重点建设学科计划，从2003年起到2007年连续五年进行建设，以促进学科上水平、上层次；在确保学科水平全国第一的地位的同时，积极地为北京地区社会发展与经济建设服务，以及为北京市政府部门提供决策支持服务。

北京机械工业学院工商管理分院的“管理科学与工程”学科经过公平竞争，被选为北京市重点建设学科。

北京机械工业学院工商管理分院拥有管理科学与工程、技术经济及管理、企业管理、国民经济学四个硕士授权学科；拥有会计学、会计学（注册会计师）、财务管理、财务管理（证券与投资）、市场营销、工商管理（生产与质量管理）、信息系统与信息管理五个学士授权专业；工商管理分院下设会计学、财务管理、市场营销、工商管理、信息管理五个教研室；工商管理分院拥有微机实验中心、会计电算化、ERP、金融模拟、资料室等五个实验室。现有教授8人、副教授19人，青年教师都具有博士或硕士学位。在教师中，有跨世纪学科带

头人、北京市政府顾问、证券投资专家、国家注册审核员、国家注册会计师，他们分别在计量经济、科技管理、证券投资、质量管理和财务会计教学与研究领域有较高建树，享有较高的知名度。近五年以来，在提高教学质量的同时，在科学研究方面也取得了丰硕的成果。完成了3项国家级项目和6项省部级项目；荣获1项省部级科技进步二等奖和1项省部级科技进步三等奖；经省部级鉴定，2项达到了国内领先水平；出版专著20部；出版译著8本；出版著作40部；出版教材16本；发表论文100余篇，其中国家核心期刊论文近60篇。这些成果直接或间接地为政府部门以及企业服务，特别地服务于北京地区社会发展与经济建设。为“管理科学与工程”重点学科建设与发展打下了一个比较坚实的基础。在此基础上，根据我们的特色，“管理科学与工程”学科下设知识管理、科技管理、投资管理三个学术研究方向。在北京市教育委员会资助下，把我们的建设成果结集出版，形成了这套学术丛书。

“管理科学与工程”学科发展日新月异，我们取得的成果不过是冰山一角，一家之言，难免有不当甚至错误之处，敬请批评指正。这也是我们出版丛书的一个初衷，抛砖引玉，让我们共同努力，提高我国管理科学与工程学科研究的学术水平。

葛新权

2003年10月于北京育新花园

前　言

随着市场经济的发展，经济统计与经济模型在经济管理与决策工作中发挥着越来越重要的作用，受到各级管理部门和管理者的重视。为什么呢？因为统计工作的成果有两个方面，一方面是能及时、准确地收集到系统、完备的统计数据资料；另一方面是提供高质量、高水平的统计分析报告，为经济管理决策部门和决策者提供有价值的决策所需的信息，所以说，统计分析是统计工作的总结和升华。统计分析又包括两个方面：一是统计指标分析；二是经济模型分析。对于选择分析方法或工具时，应遵循的原则是，在满足实现研究目的和完成研究内容以及可获得的数据资料的前提下，分析方法越简单越好，切忌人为的复杂化。一般地讲，统计指标分析方法适应于简单的经济现象的分析；经济模型适应于复杂的经济现象的分析。可以讲，经济模型是一种特殊的分析工具。它是独一无二的实验室！没有它，很多复杂问题无法得到解决。为了分析复杂的经济问题，一些先进经济模型技术被创造出来，使一些经济问题迎刃而解。在实际中，应把经济模型与统计指标两者有机地结合起来，才能达到最优的效果，为管理部门和决策部门服务。

本书是管理科学学术丛书的第一本。作者在多年教学与研究的基础上，对经济统计与经济模型相关内容进行了深入细致的研

究和创新，取得较为丰富的成果。主要内容包括：平均指标、标志变异指标、速度指标、时间序列指标、统计指数、线性回归模型、回归预测模型、回归建模技术、非线性模型及检验、生产函数与投入产出模型、混沌动力学模型、协整模型。这些成果都是对传统的经济统计与经济模型的批判、吸收、创新，不仅丰富和发展了经济统计与经济模型，而且能够解决传统的经济统计与经济模型所不能解决的新问题。

这本专著的出版，作为抛砖引玉，将有助于经济统计与经济模型研究的深入开展，对经济统计与经济模型理论研究人员、教学人员和经济管理部门实际工作者都具有参考价值，也适合作为统计学与经济学专业本科生和研究生的教学参考书。

由于作者水平有限，书中有错误和不妥之处，敬请批评指正。

蔄新权

2003年10月

于北京西三旗育新花园

目　　录

第一章　平均指标

平均指标，也称平均数，是一种重要的统计指标，它反映同类经济现象在一定时间、地点条件下所达到的一般水平。平均指标有两大类：一类为极值构造的计算平均指标，有算术平均指标、调和平均指标和几何平均指标；另一类为概念构造的位置平均指数，有中位数和众数。对于随机变量，平均指标则成为数学期望。我们在这一章里，主要研究平均数的构造和平均数之间的关系，并建立一个数学期望模型。

第一节　平均指标的构造

首先，我们研究第一类平均数的构造。

设某经济现象总体由 n 个总体单位组成，X 表示某一数量标志，标志值为：

$$X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n$$

记其平均指标为 $\bar{X}$。

现在，分析如何构造 $\bar{X}$。由平均指标概念，$\bar{X}$ 表示总体的一般水平，也就是说，每个总体单位的标志值均被认为是 $\bar{X}$，而实际上每个总体单位的标志值是不同的。因此，对于第 i 个总体单位，实际值 X_i 与平均数 $\bar{X}$ 的绝对误差为 $|X_i - \bar{X}|$，所以 n

个总体单位的绝对误差和则为 $\sum_{i=1}^{n}\left|X_i - X\right|$。

一般地讲，绝对误差和 $\sum_{i=1}^{n}\left|X_i - \bar{X}\right|$ 不等于零，即绝对误差和的客观存在性。但是主观上我们可以期望绝对误差和最小，这就是构造第一类平均数的基本思想。

由于绝对值函数在零点无导数以及计算不便，我们实现不了绝对误差和最小。对此可行的办法是以离差平方 $(X_i - \bar{X})^2$ 代替 $|X_i - \bar{X}|$，这样即能避免绝对值又能反映 X_i 与 $\bar{X}$ 的误差。因此有离方差平方和 $\sum_{i}^{n}(X_i - \bar{X})^2$，并且平均数可以构造为离差平方和最小。即 $\min\sum_{i}^{n}(X_i - \bar{X})^2$，由微分极值理论可得：

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i \tag{1.1}$$

（1.1）式构造的平均数 $\bar{X}$ 即是算术平均数，这说明了算术平均数的构造实质是使标志值离差平方和最小。

同样，如果我们以 $\left|\frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}}\right|$ 表示第 i 个总体单位实际标志值 X_i 与平均数 $\bar{X}$ 的绝对误差，则平均数 $\bar{X}$ 还可以构造为：

$$\min\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}}\right)^2$$

由极值理论可得：

$$\overline{X_h} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}} \tag{1.2}$$

（1.2）式构造的平均数 $\overline{X_h}$ 是调和平均数，这说明了调和平均数构造的实质是使标志值倒数的离差平方和最小。

同样，如果以 $|\ln X_i - \ln\bar{X}|$ 表示第 i 总体单位实际标志值 X_i 与平均数 $\bar{X}$ 的绝对误差，则平均数 X 还可以构造为：

$$\min_{\bar{x}}\sum_{i=1}^{n}(\ln X_i - \ln\bar{X})^2$$

由极值理论可得：

$$\bar{X}_g = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdots X_n} \qquad (1.3)$$

（1.3）式构造的平均数 $\overline{X_g}$ 是几何平均数，这说明了几何平均数构造的实质是使标志值的对数的离差平方和最小。

（1.1）、（1.2）、（1.3）三式均是未分组的资料情形下的简单平均数。对于分组材料，则有加权算术平均数 $\bar{X}$ 满足 $\min_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{m}(X_i - \bar{X})^2 f_i$，即：

$$\bar{X} = \frac{X_1 \cdot f_1 + \cdots + X_m \cdot f_m}{f_1 + \cdots + f_m} = \frac{\sum_{i=1}^{m} X_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i} \qquad (1.4)$$

加权调和平均数 $\overline{X_h}$ 满足：$\min_{\bar{x}}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}}\right)^2 \cdot f_i$，即：

$$\overline{X_h} = \frac{f_1 + \cdots + f_m}{\frac{1}{X_1}f_1 + \cdots + \frac{1}{X_m}f_m} = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{X_i}f_i} \qquad (1.5)$$

加权几何平均数 $\bar{X}$ 满足 $\min_{\bar{x}}\sum_{i=1}^{m}(\ln X_i - \ln\bar{X})^2 f_i$，即：

$$\bar{X} = \sqrt[f_1+\cdots+f_m]{X_1^{f_1} \cdots X_m^{f_m}} = \sqrt[\sum_{i=1}^{m} f_i]{\prod_{i=1}^{m} X_i^{f_i}} \qquad (1.6)$$

（1.4）、（1.5）和（1.6）三式中，X_i 是第 i 组的组中值，f_i 是第 i 组的次数，m 是组数。

从上面的平均数的构造中看到，当数量标志值或组中值 X_i 是绝对量时，算术平均数（1.1）或（1.4）才有意义；当数量标志值或组中值 X_i 是相对量时，调和平均数（1.2）或（1.5）和几何平均数（1.3）或（1.6）才有意义。

另外，我们研究第二类平均指标的构造。

对于未分组资料，中位数 Me 和众数 M_0 计算很简单。以下研究分组资料情形下中位数和众数的构造。设有分组资料如表 1－1。

表 1－1　　分组资料

X	次数 f	向上累计数	向下累计数
$X_0 \sim X_1$	f_1	f_1	$f_1+\cdots+f_m$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$X_{i-2} \sim X_{i-1}$	f_{i-1}	$f_1+\cdots+f_{i-1}$	$f_{i-1}+\cdots+f_m$
$X_{i-1} \sim X_i$	F_i	$f_1+\cdots+f_i$	$f_i+\cdots+f_m$
$X_i \sim X_{i+1}$	f_{i+1}	$f_1+\cdots+f_{i+1}$	$f_{i+1}+\cdots+f_m$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$X_{m-1} \sim X_m$	F_m	$f_1+\cdots+f_m$	f_m
合计	$f_1+\cdots+f_m$		

首先研究中位数 M_0 的构造。计算 $\dfrac{f_1+\cdots+f_m}{2}$，如果

$$f_1+\cdots+f_{i-1}<\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}<f_1+\cdots+f_i$$

则中位数 Me 落在第 i 组，即：$X_{i-1}<Me<X_i$。因此，可以构造为：$Me=X_{i-1}+k(X_i-X_{i\ \ 1})$，式中 k 具有的性质：(1) $0<k<1$，(2) 当 k 接近于零时，Me 接近于 X_{i-1}；当 k 接近于 1 时，Me 接近于 X_i。现在关键是确定 k。由于中位数的概念，把 $f_1+\cdots+f_m$ 个标志值按大小顺序排列，则中位数 Me 位于第

$\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}$个位置。又由于 $f_1+\cdots+f_{i-1}<\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}<f_1+\cdots+f_i$，所以$\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}$越接近于 $f_1+\cdots+f_{i-1}$，中位数 Me 就越接近于 X_{i-1}；反之$\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}$，越接近于（$f_1+\cdots+f_i$），中位数 Me 就越接近于X_i。可见：

$$\frac{\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}-(f_1+\cdots+f_{i-1})}{(f_1+\cdots+f_i)-(f_1+\cdots+f_{i-1})}=\frac{\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}-(f_1+\cdots+f_{i-1})}{f_i}$$

具 k 的两个性质。因此我们把 k 取为$\frac{\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}-(f_1+\cdots+f_{i-1})}{f_i}$，即得中位数 Me 下限公式：

$$Me=X_{i-1}+\frac{\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}-(f_1+\cdots+f_{i-1})}{f_i}(X_i-X_{i-1}) \tag{1.7}$$

同样，我们还可以构造 Me 为：

$$Me=X_i-\rho(X_i-X_{i-1}),(0<\rho<1)$$

使用向下累计数，ρ 可取为：$\rho=\frac{\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}-(f_{i+1}+\cdots+f_m)}{f_i}$，即得到中位数 Me 上限公式：

$$Me=X_i-\frac{\frac{f_1+\cdots+f_m}{2}-(f_{i+1}+\cdots+f_m)}{f_i}(X_i-X_{i-1}) \tag{1.8}$$

其次研究众数 M_0 的构造。如果 $f_i=\max\{f_j,\ j=1,\ \cdots,\ m\}$，则众数 M_0 落在第 i 组，即：$X_{i-1}<M_0<X_i$

因此，可以构造为：$M_0=X_{i-1}+k^*(X_i-X_{i-1})$

式中 k^* 具有性质：(1) $0<k^*<1$ (2) 当 k^* 接近于零时，M_0 就接近于 X_{i-1}；反之，当 k^* 接近于1时，M_0 就接近于 X_i。

为了确定 k^*，我们参考两个假设的组。一组是第 $(i-1)$ 组与第 i 组之和，它的组下限是 X_{i-1}，组上限是 X_i，次数是 $(f_{i-1}+f_i)$，并且 $X_{i-2}<X_{i-1}<X_i$。另一组是第 i 组与第 $(i+1)$ 组之和，它的组下限是 X_{i-1}，组上限是 X_{i+1}，次数是 (f_i+f_{i+1})，并且 $\Delta_1=f_i-f_{i-1}$，$\Delta_2=f_i-f_{i+1}$，$\Delta_1>0$，$\Delta_2>0$。

当 k^* 接近于零时，M_0 接近于 X_{i-1}。此时相当于众数 M_0 落在第一假设组：$X_{i-2}<M_0<X_i$，由众数概念，有 $f_{i-1}+f_i>f_i+f_{i+1}$，又 $f_{i-1}<f_i$，$f_{i+1}<f_i$，所以 f_{i-1} 较 f_{i+1} 接近于 f_i，即 $\Delta_1=f_i-f_{i-1}$，接近于零。

当 k^* 接近于1时，M_0 接近于 X_i。此时相当于众数 M_0 落在第二假设组：$X_{i-1}<M_0<X_i$，由众数概念，有 $f_{i-1}+f_i>f_i+f_{i+1}$，所以 f_{i-1} 较 f_{i+1} 接近于 f_i，即 $\Delta_1=f_i-f_{i-1}$ 接近于零。

由上分析，不难看出 $\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}$ 具有上述 k^* 的两个性质，即当 k^* 接近于零时，有 $\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}$ 接近于零；当 k^* 接近于1时，有 $\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}$ 接近于1。因此，$k^*=\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}$。从而得到众数 M_0 下限公式：

$$M_0=X_{i-1}+\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}(X_i-X_{i-1}) \tag{1.9}$$

同样，还可以构造众数 M_0 为：$M_0=X_i-\rho'(X_i-X_{i-1})$，$\rho'$