

高等农林院校精品课程建设教材

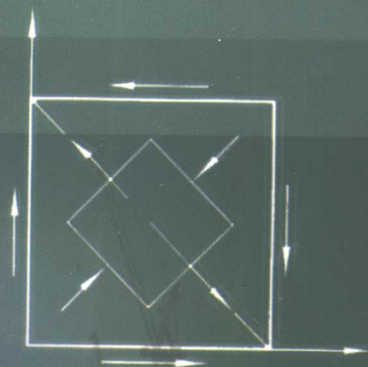
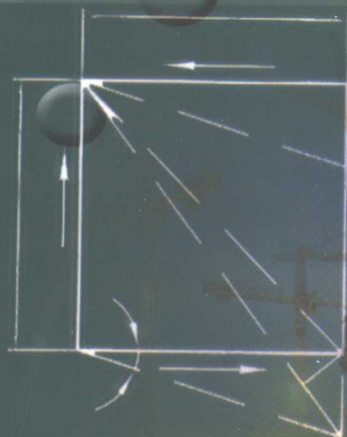
GAO DENG NONG LIN YUAN XIAO JING PIN KE CHENG JIAN SHE JIAO CAI

工程

GONG CHENG LI XUE

力学

申向东 主编



中国农业大学出版社

高等农林院校精品课程建设教材

工 程 力 学

申向东 主编

中国农业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/申向东主编. —北京:中国农业大学出版社,2005.3

高等农林院校精品课程建设教材

ISBN 7-81066-694-0

I. 工… II. 申… III. 工程力学 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 097666 号

书 名 工程力学

作 者 申向东 主编

策划编辑 张秀环

责任编辑 张苏明

封面设计 郑 川

责任校对 陈 莹 王晓凤

出版发行 中国农业大学出版社

社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号

邮政编码 100094

电 话 发行部 010-62731190,2620

读者服务部 010-62732336

编辑部 010-62732617,2618

出 版 部 010-62733440

网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>

E-mail: caup @ public. bta. net. cn

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

版 次 2005 年 3 月第 1 版 2005 年 3 月第 1 次印刷

规 格 787×1 092 16 开本 19.75 印张 485 千字

印 数 1~4 000

定 价 23.00 元

图书如有质量问题本社发行部负责调换

主 编 申向东(内蒙古农业大学)

副主编 陈存恩(华南农业大学)

邱秀梅(山东农业大学)

参 编 刘俊杰(西北农林科技大学)

端木光明(四川农业大学)

吴晓强(四川农业大学)

李红云(内蒙古农业大学)

郭春睿(内蒙古农业大学)

戴纳新(华南农业大学)

主 审 李 平(内蒙古农业大学)

前 言

为了满足当前各农业院校教育教学改革的需求,在中国农业大学出版社的组织下,内蒙古农业大学、山东农业大学、西北农林科技大学、四川农业大学和华南农业大学 5 所高校为给水排水、城市规划、环境工程、食品工程、园林工程、包装工程、交通运输及相关专业编写了这本工程力学教材。本书成书之前,大部分内容以讲义形式经过上述 5 所高校有关专业试用。

本书主要参照教育部高等学校力学教学指导委员会非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会提出的工程力学课程教学基本要求进行编写的。在编写过程中力求做到内容精炼,由浅入深,便于自学。同时全面体现了 5 所高校近年来的教学成果,并特别重视反映现代农业工程的特点。以培养和造就“厚基础、强能力、高素质、广适应”的创造性复合型人才为宗旨,在阐述工程力学基本概念、基本原理和基本方法的基础上,将经典内容与计算机数值分析方法相结合,力求实现在经典基础上的更新,为读者今后继续学习和掌握新方法、新技术提供必要的工程力学基础知识,也为读者的独立思考留有空间,以利于创新能力的培养。

全部讲授本书的内容需 80 学时左右。采用本教材时,可根据各专业的不同要求和学时数对内容酌情取舍。

参加本书编写工作的有:西北农林科技大学刘俊杰(第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 4 章、第 5 章),华南农业大学陈存恩、戴纳新(第 6 章、第 10 章),山东农业大学邱秀梅(第 7 章),四川农业大学端木光明、吴晓强(第 8 章),内蒙古农业大学申向东(第 9 章),内蒙古农业大学李红云(附录 I),内蒙古农业大学郭春睿绘制了第 6 章、第 8 章插图。由申向东任主编,陈存恩、邱秀梅任副主编。

担任本书主审的内蒙古农业大学李平教授对审定稿进行了认真的修改,提出了许多宝贵意见。本书的编写和出版得到了中国农业大学出版社、内蒙古农业大学以及参编院校的大力支持和帮助,对此,我们表示衷心的感谢。

限于编者水平,书中定有不少缺点错误,敬请读者批评指正。

编 者

2004 年 7 月

目 录

第一篇 静力分析

1 静力学公理和物体的受力分析	(2)
1.1 静力学基本概念	(2)
1.2 静力学公理	(3)
1.3 约束的基本类型与约束反力	(5)
1.4 物体的受力分析和受力图	(9)
本章小结	(12)
思考题 1	(12)
习题 1	(13)
2 基本力系	(15)
2.1 汇交力系的简化与平衡理论	(15)
2.2 力矩理论	(23)
2.3 力偶理论	(28)
本章小结	(33)
思考题 2	(34)
习题 2	(35)
3 任意力系	(41)
3.1 力线平移定理	(41)
3.2 空间任意力系向一点的简化·主矢与主矩	(42)
3.3 空间力系的平衡·平衡方程	(46)
3.4 物体系的平衡	(56)
3.5 桁架	(62)
3.6 重心	(67)
本章小结	(73)
思考题 3	(74)
习题 3	(75)
4 摩擦	(83)
4.1 摩擦现象	(83)
4.2 滑动摩擦定律	(83)
4.3 摩擦角和自锁现象	(85)
4.4 考虑摩擦时的平衡问题举例	(86)
* 4.5 滚动摩擦阻的概念	(90)

本章小结·····	(92)
思考题 4 ·····	(93)
习题 4 ·····	(94)
5 杆件的内力分析 ·····	(97)
5.1 内力与截面法 ·····	(97)
5.2 轴向拉压杆的内力——轴力与轴力图 ·····	(99)
5.3 受扭杆件的内力——扭矩图·····	(102)
5.4 梁的内力——剪力图与弯矩图·····	(106)
本章小结 ·····	(120)
思考题 5 ·····	(121)
习题 5 ·····	(121)

第二篇 可变形体力学

6 杆件的应力和强度 ·····	(126)
6.1 应力、应变及其相互关系 ·····	(126)
6.2 材料的力学性质·····	(131)
6.3 轴向拉伸与压缩杆的应力与强度·····	(139)
6.4 扭转的应力与强度·····	(148)
6.5 梁的应力与强度·····	(154)
6.6 剪切挤压的实用计算·····	(169)
本章小结 ·····	(173)
思考题 6 ·····	(174)
习题 6 ·····	(175)
7 杆件的变形和刚度 ·····	(181)
7.1 拉压杆的变形·····	(181)
7.2 圆轴扭转的变形和刚度·····	(185)
7.3 梁的变形和刚度条件·····	(190)
7.4 静不定问题简介·····	(200)
本章小结 ·····	(203)
思考题 7 ·····	(204)
习题 7 ·····	(206)
8 应力状态与强度理论 ·····	(212)
8.1 一点的应力状态·····	(212)
8.2 平面应力状态的应力分析·····	(212)
8.3 平面应力状态的图解法·····	(216)
8.4 主应力、主方向与面内最大剪应力 ·····	(219)
8.5 三向应力状态的特例分析·····	(221)
8.6 一般应力状态下的应力、应变关系 ·····	(225)

8.7 一般应力状态下的应变比能·····	(231)
8.8 强度理论及其应用·····	(233)
8.9 强度理论的应用举例·····	(239)
本章小结·····	(244)
思考题 8·····	(246)
习题 8·····	(246)
9 组合变形分析 ·····	(250)
9.1 组合变形的概念及分析方法·····	(250)
9.2 斜弯曲·····	(251)
9.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合·····	(255)
9.4 偏心压缩(拉伸)截面核心·····	(258)
9.5 扭转与弯曲的组合·····	(263)
本章小结·····	(267)
思考题 9·····	(268)
习题 9·····	(269)
10 压杆稳定 ·····	(275)
10.1 概述·····	(275)
10.2 细长压杆的临界荷载·····	(276)
10.3 压杆的临界应力与临界应力总图·····	(279)
10.4 压杆的稳定计算·····	(281)
10.5 提高压杆稳定性的措施·····	(284)
本章小结·····	(286)
思考题 10·····	(286)
习题 10·····	(286)
附录 截面的几何性质 ·····	(288)
附 1 截面的静矩和形心·····	(288)
附 2 截面的惯性矩、惯性积及极惯性矩·····	(290)
附 3 平行移轴公式·····	(294)
附 4 形心主轴和形心主惯性矩·····	(297)
附录小结·····	(300)
附录思考题·····	(300)
附录习题·····	(301)
参考文献 ·····	(304)

第一篇 静力分析

本篇静力分析的研究对象是刚体和变形固体。

刚体静力分析,又称为刚体静力学,主要研究物体在力的作用下的平衡问题。

所谓平衡,一般是指物体相对于地面保持静止或匀速直线运动的状态。它是机械运动的特殊情况。例如,静止在地面上的房屋、桥梁、水坝等建筑物,在直线轨道上作匀速运动的火车等物体,都是处于平衡状态。大家知道,运动是物体的固有属性,物体的平衡总是相对的,暂时的。上述在地面上看来是静止的建筑物或作匀速直线运动的火车,实际上还随着地球的自转和绕太阳的公转而运动。因此,平衡是相对于所选参考的物体而言的。

通常作用于物体的力都不止一个而是若干个,这若干个作用于物体上的力总称为力系。如果一个力系作用于某物体而能使其保持平衡,则该力系称为平衡力系。一个力系满足某些条件才能成为平衡力系,这些条件称为力系的平衡条件。研究物体的平衡问题,实际上就是研究作用于物体的力系的平衡条件及其应用。

一般情况下,作用于物体的力系往往较为复杂。在研究物体的运动或平衡问题时,需要将复杂的力系加以简化,就是将一个复杂力系变换成为另一个与它的作用效果相同的简单力系(称为原力系的等效力系)。将一个复杂力系化简,就比较容易了解它对物体产生的效果,并可据此推论出力系的平衡条件。因此,具体地说,静力学将要研究以下3个问题:

(1) 物体的受力分析 分析某个物体共受几个力,以及每个力的作用位置和方向等。

(2) 力系的简化 将复杂力系等效变换为简单力系。

(3) 力系的平衡条件及其应用

在各种工程实际中,都有着大量的静力学问题。例如,当设计结构、构件或机械零件时,首先就要分析和计算各构件或零部件所受的力,然后根据它们的受力情况和选用的材料,确定所需的截面尺寸,以满足安全和经济的要求。因此,静力学在工程中有着最广泛的应用。

制成各种构件的材料一般均为固体。在外力作用下固体将发生变形,统称为变形固体。严格地讲,自然界中的一切固体均属变形固体。在本书第二篇各章中,研究杆类构件的强度、刚度和稳定性问题时,变形分析是必须考虑的一个主要内容。因此,必须把物体当作变形固体。工程上,绝大多数构件的变形被限制在弹性范围内,即在外力除去后又能恢复其原有形状和尺寸,这时的变形称为“弹性变形”,相应的变形固体被理想化为“弹性体”,它是工程力学的抽象化的力学模型。

刚体静力学的基本理论、基本概念和基本方法对于弹性体静力分析有一定的适用性,也有一定的局限性。应当说明,刚体静力分析只是为研究变形固体平衡问题提供了必要的基础,对于变形固体的平衡问题,除了应用刚体静力学平衡方程以外,还必须考虑物体的变形和材料的力学性质才能求得解决。

1

静力学公理和物体的受力分析

1.1 静力学基本概念

1.1.1 力的概念

力,是人们生产和生活中很熟悉的概念,是力学的基本概念。人们对于力的认识,最初是与推、拉、举、掷重物时肌肉的紧张和疲劳的主观感觉相联系的。后来在长期的生产实践和生活中,通过反复的观察、实验和分析,逐步认识到,无论在自然界或工程实际中,物体机械运动的改变或变形,都是物体间相互机械作用的结果。例如卷扬机、汽车等在刹车后,速度很快减小,最后静止下来;吊车梁在跑车起吊重物时产生弯曲;等等。这样,人们以这种直接的感觉和对机械运动变化的现象长期观察的结果为基础,经过科学的抽象,形成了力的概念:力是物体间相互的机械作用,这种作用的结果是使物体的机械运动状态发生改变,或使物体变形。

在自然界中有各种各样的力,如水压力、土压力、摩擦力、万有引力,等等,它们的物理本质各不相同。但在理论静力学中,并不探究力的物理来源,而只研究力对物体作用的效果,或者说力的效应。力有使物体的运动状态发生改变的效应,也有使物体发生变形的效应。前者称为力的外效应,或称运动效应;后者称为力的内效应,或称变形效应。理论静力学只讨论力的外效应。至于力的内效应(即力对物体的变形效应)将在材料力学、结构力学、弹性力学等课程中讨论。

实践证明,力对物体的效应完全取决于力的大小、方向和作用点,这三者通常称为力的三要素。①力的大小是指物体间相互作用的强弱程度。度量力的大小的单位,将随着采用的单位制不同而不同。在国际单位制(代号 SI)中,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。在工程单位制中,力的单位是公斤力(kg_f)或吨力(t_f)。2种单位制的换算关系为: $1 \text{ kg}_f = 9.80 \text{ N}$ 。②力的方向包含方位和指向2个意思。如铅垂(方位)向下(指向)、水平(方位)向右(指向)等。③力的作用点指的是力在物体上的作用位置。一般说来,力的作用位置并不是一个点而是一定的面积。但是,当作用面积小到可以不计其大小时,就抽象成为一个点,这个点就是力的作用点。而这种集中作用于一点的力则称为集中力。过力的作用点作一直线 l ,使直线 l 的方位代表力的方位,则该直线称为力的作用线。在力的作用线上自作用点 A 出发截取线段 AB ,使其长度按合适的比例尺表示力的大小,然后再按照力的指向给线段 AB 加上箭头,则有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 就涵盖了力的三要素的全部内容,所以力是矢量(向量)。在本书中,矢量均用斜黑体字母表示,如图 1-1 用 $\boldsymbol{F}$ 表示的力是矢量。

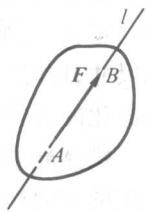


图 1-1

1.1.2 刚体的概念

在静力学中,所研究的物体都是指刚体。所谓刚体就是在外界任何作用下,形状和大小始

始终保持不变的物体,也就是说,刚体内任意2点之间的距离始终保持不变。显然,在自然界中,任何刚硬的物体在受外力作用后,其形状和大小都要发生或多或少的变化,亦即发生所谓的变形。例如,列车驶过铁桥时,桥墩发生压缩变形,桥梁发生弯曲变形等。可见,刚体实际上并不存在,它只是实际物体的抽象化模型。实践证明,在工程实际中的许多物体,它们的变形往往是非常微小的,甚至必须用非常精密的仪器来测量才能发现。如此微小的变形,在许多力学问题的研究中不起主要作用,完全可以忽略,而把物体视为刚体。实际物体经过这样的抽象以后,将使静力学(亦称刚体静力学)所研究的问题大为简化。以后我们还将看到,对于那些需要考虑物体变形的平衡问题,也是以刚体静力学理论为基础的,只不过还要考虑更复杂的力学现象并加上一些补充条件罢了。

1.1.3 约束的概念

力学里考察的物体,有的不受任何限制而可以自由运动,如在空中可以自由飞行的飞机,称为自由体。在静力学里所遇到的物体,大多数不能自由运动,由于与周围物体发生接触,这些物体不可能发生某些方向的位移,这样的物体称为非自由体。例如,挂在绳子上的电灯、放在桌面上的书、装在门臼上的门、插入墙内的悬臂梁和沿钢轨行驶的火车等都是非自由体。绳子、桌面、门臼、墙、钢轨等分别限制了电灯、书、门、梁、火车等运动的自由,使它们不可能发生例如向下的位移。概括说来,绳子、桌面、门臼、墙和钢轨这些物体构成了按一定方式限制电灯、书、门、梁、火车等的位移(包括转动位移)的条件。力学中就把这些由周围物体构成的,限制非自由体位移的条件称为加于该非自由体的约束。习惯上也称限制非自由体位移的周围物体本身为约束。既然约束限制着物体的运动,那么当物体沿着约束所能阻碍的方向有运动或有运动趋势时,约束对该物体必然有力的作用,以阻碍物体的运动,这种力称为约束反力,简称反力。约束反力阻碍物体运动,并不主动地使物体运动或使物体产生运动趋势,所以是被动力。约束反力以外的其他的力统称为主动力。如物体的重力、水压力、风雪压力、土压力等等都是主动力。主动力往往是给定的或可预先测定的。而约束反力的大小和方向一般不能预先独立地确定,它与被约束物体的运动状态和作用于其上的主动力有关。

1.2 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活和生产活动中,经过反复的观察和实验总结出来的客观规律,它正确地反映了作用于物体上的力的基本性质。静力学中所有的定理和结论都是由几个公理推演出来的。这几个公理为大量实验、观察和实践所证实。

公理1(二力平衡公理) 作用在同一刚体上的2个力,要使刚体成平衡,必须也只需这2个力大小相等,沿同一直线作用而指向相反(简称此二力等值、共线、反向)。

这个公理阐述了静力学中最简单的二力平衡条件,这是刚体平衡的最基本的规律,也是推证力系平衡条件的理论基础。注意,这里所说的是刚体的平衡,如果是变形体,这个公理的适应性将受到一定的限制。例如,软绳受大小相等、方向相反的2个力拉时可以平衡;但如变为压力,则不能平衡。由此可见,刚体平衡的必要与充分条件,对于变形体来说并不一定充分。

在土建结构及机构中,常有一些只在两端各受一力作用的构件或直杆分别称为二力构件(图 1-2a)或二力杆(图 1-2b, c)。根据二力平衡公理,二力构件或二力杆平衡时,作用在杆两端的力必须满足等值、共线、反向的条件。

公理 2(加减平衡力系公理) 在作用于刚体上的任何一个力系中,加上或去掉任何一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。

本公理的正确性是显而易见的。因为一个平衡力系不会改变刚体的运动状态,所以,在原来作用于刚体的力系中加上一个平衡力系,或从中去掉一个平衡力系都不会使刚体的运动状态发生附加的改变。即新力系与原力系等效。

应用公理 1 与公理 2 可以得出一个重要推论。

推论(力的可传性原理) 作用在刚体上的力可沿其作用线任意移动,而不改变该力对刚体的效应。

证明: 设力 F 作用于刚体的 A 点(图 1-3a)。根据公理 2,可以在力 F 的作用线上任意一点 B 加上 2 个互成平衡的力 F_1 和 F_2 (图 1-3b)。今令 $F_1 = -F_2 = F$,由公理 1 可知,力 F 与 F_2 互成平衡,因而据公理 2,又可以将这 2 个力去掉(图 1-3c)。这样,原来的力 F 即与力系 (F, F_1, F_2) 等效,也与 F_1 等效。而力 F_1 就是原来的力 F ,只不过作用点已移到点 B 而已。

当然,在力的作用点沿其作用线移动时,力的作用线并不变。由此可见,对于作用于刚体的力来说,作用点已不再是决定其效应的要素,而被作用线所代替。在这种情况下,力成为滑动矢量,可以从它的作用线上任一点画出。

加减平衡力系公理和力的可传性原理,也只对刚体才能成立;对于现实物体,增、减某些平衡力系或将力沿其作用线移动,都会影响物体的变形,甚至会引起物体的破坏。因而必须经常注意理想模型与现实物体间的差别。

公理 3(力的平行四边形法则) 作用在物体上同一点的 2 个力可以合成为作用于该点的一个合力,合力的大小和方向由以这 2 个力的矢量为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。

这样,设在 A 点作用有 2 个力 F_1 与 F_2 (图 1-4a),用 F_R 代表它们的合力,则有矢量表达式 $F_R = F_1 + F_2$ 。式中的“+”号表示按矢量相加,亦即按平行四边形法则相加。由作用点 A 画出 F_1 与 F_2 的矢量,并补充作平行四边形 $ABCD$ ——力平行四边形,则对角线上的矢量 $\vec{AD}$ 就表示这 2 个力的合力 F_R 。

显然,力的平行四边形法则也可应用于 F_1 与 F_2 的作用线重合的情况。此时所作的平行四边形 $ABCD$ 的四条边重叠于一直线,而且设所给 2 个力的指向相同,则合力的大小等于这 2 个力的大小之和,并具有同一指向;设这 2 个力的指向

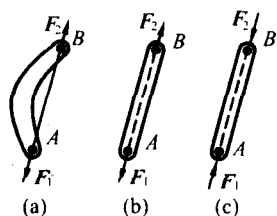


图 1-2

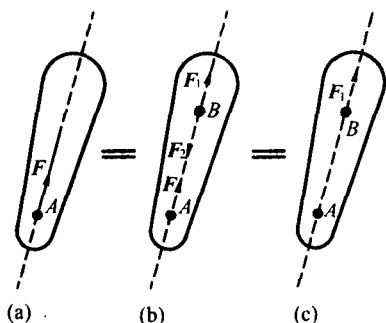


图 1-3

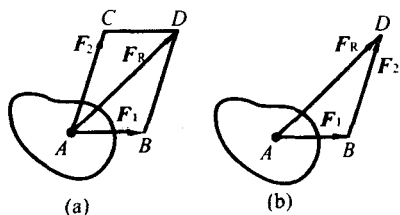


图 1-4

相反,则合力的大小等于这2个力的大小之差,并与其中较大的一个力具有相同的指向。

力平行四边形的作图过程可以简化。如图1-4b所示,为求合力 F_R ,只需画出平行四边形的一半 ABD (或 ACD)。为此在画出第一个力 F_1 的矢量 $\overrightarrow{AB}$ 后,以 B 点作为第二个力 F_2 的起点,画出表示这力的矢量 $\overrightarrow{BD}$,则连接第一力的起点 A 与第二力的终点 D 的矢量 $\overrightarrow{AD}$ 就表示了合力 F_R (图1-4b)。三角形 ABD 称为力三角形,这种用三角形求合力的作图法称为力的三角形法则。

在静力学里,常需处理三力平衡问题,应用上述公理,可以推导出下面关于3个力平衡的定理,称为三力平衡汇交定理:当刚体受3个非平行力作用而成平衡时,设其中任何2个力的作用线相交于某点,则第三个力的作用线必定也通过这个点。

证明:设在刚体的点 A, B 与 C 分别作用着互相平衡的3个力 F_1, F_2 与 F_3 (图1-5)。已知力 F_1 与 F_2 的作用线相交于某点 O ;这2个力的合力 F_{12} 应与 F_3 成平衡,因而 F_{12} 与 F_3 必须沿同一直线作用。但 F_{12} 的作用线通过点 O ,故 F_3 的作用线也一定通过点 O 。

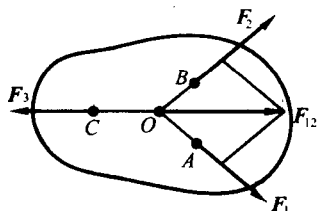


图 1-5

顺便指出,根据平行四边形法则,共点2个力的合力与这2个力是共面的,因而3个互成平衡的力还一定是共面的。在解决刚体受3个非平行力作用成平衡的问题时,经常要应用这个定理确定某个未知力的方向。

公理4(作用与反作用定律) 2个物体间相互作用的一对力,总是大小相等,作用线相同而指向相反,并分别作用在这2个物体上。若用 F 表示作用力,又用 F' 表示反作用力,则

$$F = -F'$$

这个公理概括了任何2个物体间相互作用的关系。对于力学中一切相互作用的现象都普遍适用。有作用力,必定有反作用力;反之,没有作用力,必定也没有反作用力。两者总是同时存在,又同时消失。可见,力总是成对地出现在2个相互作用的物体之间的。

当对由许多物体组成的系统进行受力分析时,借助这个公理,可以从一个物体的受力分析过渡到相邻物体的受力分析。但必须注意:2个物体之间的作用力与反作用力,虽然是等值、共线、反向,但它们并不互成平衡,更不能把这个公理与二力平衡公理混淆起来。因为作用力与反作用力不是作用在同一个物体上,而是分别作用在2个相互作用的不同的物体上。

公理5(刚化原理) 设变形体在已知力系作用下处于平衡,则在变形后这个物体如果变为刚体(刚化),其平衡状态不变。

此公理表明,若已知力系能保证变形体平衡,则该变形体刚化为刚体后,该力系仍能保证其平衡。换句话说,对已知处于平衡状态的变形体,可以应用刚体静力学的平衡条件。

在研究变形体的平衡时,刚化原理具有特殊重要的意义。我们总可以把刚体平衡所满足的条件,全部应用于变形体的平衡,它把刚体静力学与变形体静力学两者相互联系起来了。

1.3 约束的基本类型与约束反力

约束的类型是各种各样的。由于约束的类型不同,其约束反力也各不相同。然而它们有

一点是共同的,即约束反力的方向恒与非自由体的被该约束所阻挡的位移方向相反。

约束反力的特点是,这些力事先并不能独立地确定,这与作用于物体的所谓主动力不同,主动力被认为可以彼此独立地预先测定(如重力)。约束反力的大小与方向则既与作用于非自由体的主动力有关,也与接触处的物理几何性质有关。

静力学里主要研究非自由体的平衡,而任何非自由体的平衡,总可以认为是作用于其上的主动力与约束反力之间的相互平衡。由此可见,研究约束及其反力的特征具有十分重要的意义。现在,我们根据一般非自由体被固定、支承起来或与其他物体相连接的不同方式,把常见的约束予以理想化,归纳为下列几种基本类型,并指出其反力的某些特征。

1.3.1 柔体约束

提供约束的是完全柔软的绳、索、胶带、链条等柔性物体。所谓完全柔软,是指完全不能抗拒弯曲和压力,而仅能承受拉力这一性质而言。此外,对于一般问题,绳索本身的重量以及在受拉后的伸长都忽略不计。这样的理想绳索,在受力状态下是拉直的,因而它所能给予与之相连的非自由体的约束反力只能是拉力,其方向沿绳索本身而背离被约束的物体。如图 1-6a 中绳索 BC 对 AB 杆的约束力是拉力 F_T (如图 1-6b 所示)。

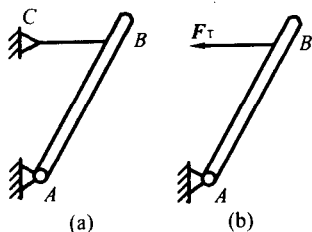


图 1-6

1.3.2 光滑接触面约束

由完全光滑的刚性接触表面构成。如图 1-7 所示刚性固定曲面对球的接触,以及齿轮间的啮合等都属于这种类型。所谓完全光滑,是指接触表面完全不能阻碍非自由体沿接触处公切面内任一方向的运动而言。换言之,接触处的摩擦因数为零。所以,完全光滑的约束面只能阻挡非自由体沿接触处公法线方向压入该约束面的位移。这时约束面承受了非自由体给予它的压力。所以,对应的约束反力只能是压力,其方向沿着接触点的公法线而指向被约束物体,常用 F_N 表示,如图 1-7 所示。

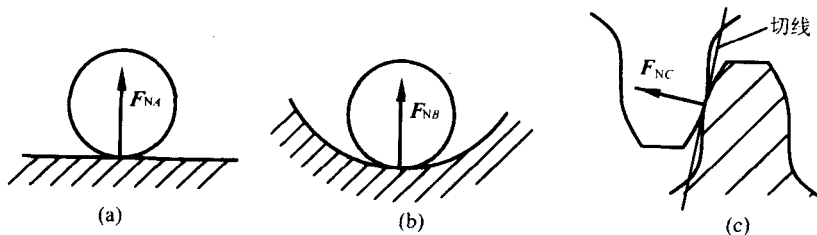


图 1-7

1.3.3 光滑圆柱铰链约束

光滑圆柱铰链简称铰链,在工程结构或机械设备中常用以联接构件或零件、部件,如门、窗铰链,活塞销等都属于这种类型。这种铰链模型可由一个圆柱形销钉插入 2 个物体的圆孔中构成(图 1-8a),铰链的简图如图 1-8c 所示。若销钉与物体之间的接触是光滑的,则这种约束只能限制物体在垂直于销钉轴线的平面内作任意方向的移动,但不能限制物体绕销钉轴线

的转动和沿销钉轴线方向的移动。随着所受的主动力的不同,物体 A 可以获得不同方向的运动趋势,使圆柱形销钉紧压到销钉孔内表面的某处。这样,销钉将通过接触线给物体 A 某个反力。这个约束反力的作用线必定通过销钉与销钉孔的轴心。但是,由于销钉紧压销钉孔之点的位置随其他作用力而改变,可见铰链约束反力的方向不能独立地预先确定。于是可得结论:铰链的约束反力在垂直于销钉轴线的平面内,通过销钉中心,但方向不定。在受力分析中,铰链的约束反力通常用 2 个互相垂直的分力 F_{Ax} , F_{Ay} 来表示(如图 1-8d 所示)。2 个分力的指向可以任意假定,由计算结果来判定假设的正确性。

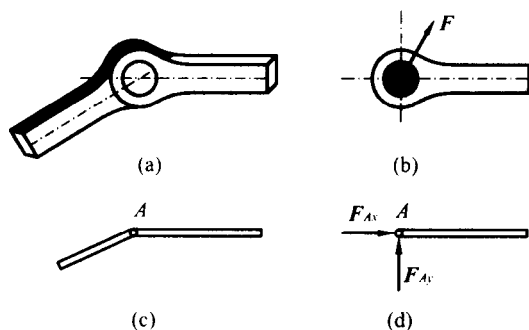


图 1-8

1.3.4 球铰链约束

在空间系统中,有时采用球铰链,这种约束可由固连于物体 A 的光滑圆球嵌入物体 B 的球窝而构成。球窝上挖出一个缺口,容许物体 A 绕球心转动(图 1-9a)。汽车变速箱的操纵杆、电视机的拉杆天线就利用这种约束,另外机械中的止推轴承也归为此类模型。球铰链不容许物体 A 沿任何方向离开铰链的球心,而能承受物体 A 上按任何方向通过球心的力。可见,球铰链的约束反力作用线通过铰链球心,而方向则不能独立地预先确定。通常也可以用 F_{Ax} , F_{Ay} , F_{Az} 表示它的 3 个方向的分量(图 1-9b)。

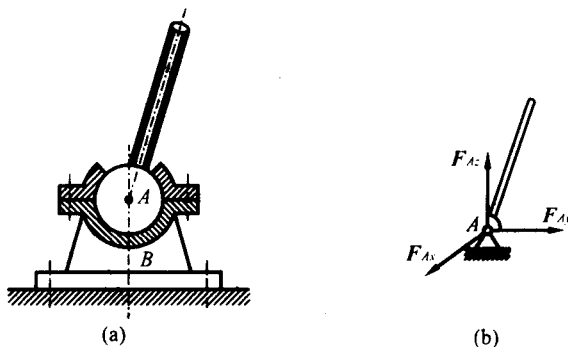


图 1-9

在实际问题中,还要遇到更为复杂的约束,但是它们多数可以归结为上述类型,或者看为这些基本约束的组合。下面提出几种复合约束的例子。

(1) 辊轴支座(可动铰支座)

在桥梁、屋架等结构中经常采用辊轴支座约束。这种支座由前述第二、第三 2 种类型的简单约束所组成(图 1-10a),其简图如图 1-10b,c 所示。它可以沿支承面移动,允许由于温度变化而引起结构跨度的自由伸长或缩短。显然支承面的约束反力方向必与这个面垂直,同时其作用线必通过铰链的轴心。即:辊轴支座的约束反力垂直于辊轴的支承面,通过铰链轴心,指向不定。通常用 F_N 表示其约束反力,如图 1-10b,c 所示。

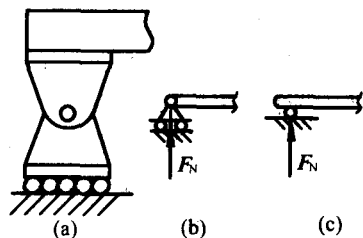


图 1-10

(2) 固定铰支座

如果去掉辊轴支座中的滚子,而把支座固定在基础上,则所得为固定铰支座,如图 1-11a 所示,其简图如图 1-11b 所示。固定铰支座的销轴对物体的约束作用与光滑圆柱铰链的销轴对物体的约束作用相同,其约束反力通常也表示为两个互相正交的分力,如图 1-11c 中的 F_{Ax} , F_{Ay} 所示。

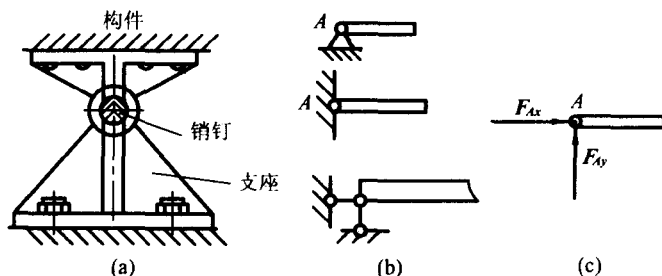


图 1-11

(3) 双铰链刚杆(连杆)约束

两端用光滑铰链与其他物体相连而中间不受力且不计自身重量的刚杆(可直、可曲)称为双铰链刚杆,简称链杆(或二力杆),常被用来作为拉杆或支撑而借助于两端的铰链连接 2 个物体,如图 1-12a 所示。双铰链刚杆 AB 对于物体 C 的反力是由铰链 A 传至铰链 B ,因此它必须通过铰链 A 与 B 的中心,为证实这一结论,只需单独考察双铰链刚杆 AB 本身的平衡,它是仅受 2 个力作用的平衡物体(二力体),这 2 个力分别作用在两端铰链的中心。根据公理 1,这 2 个力的作用线必须沿 2 个铰链中心的连线。显然,与这 2 个力相对应的反作用力,即刚杆 AB 对于两端所连物体的约束反力,必定也是沿这条连线。

可见,本身不受主动力作用的双铰链刚杆的约束反力,其方向必定沿两端铰链中心的连线,大小相等,指向相反但不定。图 1-12b 中的 F_A 是连杆 AB 对物体 C 的约束反力,指向是假设的。图 1-12c 是连杆 AB 的受力情况,其中 $F'_A (= -F_A)$ 是物体 C 作用于连杆 AB 的力。

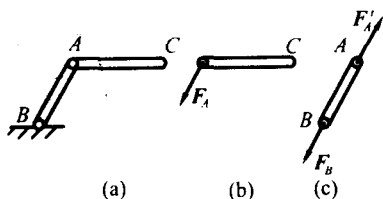


图 1-12

刚杆既能受拉又能受压,因此,双铰链刚杆连接能同时起前面第一类与第二类简单约束的

作用。在具体实践中,如果不能事先肯定约束反力是拉力还是压力,那么为了确保平衡,就得用双铰链刚杆代替有关的绳索或接触支承。

如何将实践中所遇到的约束化简并估计其反力的特征,这是一个重要的,然而有时也可能是相当困难的问题,必须具体地分析每个问题的条件。但是,对于一般的工程问题,上述几种约束模型已有足够普遍的适用性。

1.4 物体的受力分析和受力图

研究物体的平衡或运动变化问题时,都必须首先分析物体的受力情况,然后根据问题的性质,建立必要的方程来求解未知量,这是解决力学问题的特有的方法。为了便于分析计算,总是把考察的对象从与其相联系的周围物体中分离出来,单独画出。这种从周围物体中分离出来的研究对象,称为分离体。取出分离体以后,再分析研究对象上所受的全部力,包括全部的主动力和约束反力。主动力一般是预先给定的,但约束反力却需要根据约束的性质判断其作用点或作用线的方位、指向等,将它们逐一画出。这个过程就叫做对研究对象的受力分析,所画出的简明表示研究对象受力情况的图形就叫做研究对象的受力图。

恰当地选取分离体,正确地画出受力图,是解答力学问题的第一步工作,也是很重要的一步工作,不能省略,更不容许有任何错误。正确地画出受力图,可以清楚地表明物体的受力情况和解题所必需的几何关系,将有助于对问题的分析和所需数学方程的建立,因而也是求解力学问题的一种有效手段。如果不画受力图,求解将会发生困难,乃至无从着手。如果受力图错误,必将导致错误的计算结果,在实际工作中就会造成生产建设的损失,有时甚至会是极其严重的损害。因此,在学习力学时,必须一开始就养成良好的习惯,认真地、一丝不苟地画受力图,再据此作进一步的分析计算。

取分离体和画受力图的主要步骤和注意点如下:

(1) 取分离体

根据已知条件和题意要求确定研究对象,去掉研究对象上所有的约束(称为解除约束),也就是把研究对象从与它相联系的周围物体中分离出来,用尽可能简明的轮廓线将其单独画出,这就是取分离体。分离体的几何图形应合理简化,要反映实际,分清主次。研究对象既可以是一个物体,也可以是几个物体的组合或整个物体系统(简称物系)。初学者要注意,不能在解除约束的图形上画受力图。

(2) 画主动力

在分离体上画出研究对象所受的全部主动力,不能遗漏,也不能把不是作用在这个研究对象上的主动力画在这个研究对象上。主动力的作用线和方向不能任意改变。

(3) 画约束反力

在去掉约束的地方,必须严格地按照被去掉的约束的性质,画出它们作用在研究对象上的约束反力。画约束反力时,切不可凭主观臆测,随便画出。

在分析研究对象的受力情况时,必须明确每一个力是哪个物体对哪个物体作用的力,如果将研究对象称为受力体,则另一个对它施加力的物体就叫做施力体。分清受力体和施力体,就可以避免发生错误。

当几个物体相互接触时,物体间相互作用的力,应按照作用与反作用定律来分析。当画整