200万套 销量饱含读者厚爱

名誉主编 雷洁琼
丛书主编 希 扬

三点一测丛书

树品牌典范 拓成才之路

- 重点难点提示
- 知识点精析
- 综合能力测试

高一数学（上）

岑志林 主编

与2004年最新教材同步

第四次修订版

科学出版社 龍門書局

三点一测丛书

（第四次修订版）

高一数学（上）

⊙岑志林　主编

科学出版社
龍門書局
北京

图书在版编目(CIP)数据

三点一测丛书．高一数学．上/希扬主编；岑志林分册主编．一修订版．—北京：科学出版社 龙门书局，2004

ISBN 7-80160-063-0

Ⅰ．三… Ⅱ．①希…②岑… Ⅲ．数学课－高中－教学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 017070 号

责任编辑：王 敏 刘艳杰/封面设计：东方上林工作室

科学出版社
龙门书局 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.longmen.com.cn

中国人民解放军第 1201 工厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2000 年 6 月第 一 版 开本：A5(890×1240)

2004 年 5 月第四次修订版 印张：5 3/4

2004 年 5 月第十五次印刷 字数：166 000

印数：465 001—575 000

定 价：6.50 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

教育为振兴
中华之本

雷洁琼
一九九九年三月

岁月流转　书香依然

——《三点一测丛书》序言

又是一年春草绿，依然十里杏花红。

当你打开扉页，看到的依然是《三点一测丛书》那充满新鲜活力又亲切熟悉的容颜。

在已往的岁月中，它无数次荣登全国各地图书销售排行榜榜首。以每人购 2～3 本计算，已有上千万中学生从中受益；它伴着一批批中学生从初中走向高中，从高中走向大学，有的已成为硕士生、博士生，成为国家的栋梁之才。今天，一批又一批的读者接踵而至，加入浩浩荡荡的读者队伍，出现了“哪里有中学生，哪里就有《三点一测》”的壮观景象。

有人问我们，在风起云涌的图书市场，在变化万千的时代风向中，《三点一测丛书》凭什么立于不败之地，一如既往地赢得读者的青睐？

——凭我们对读者的爱心：

想读者之所想，急读者之所急，为读者排忧解难，与读者心心相通，是我们不变的心。

我们从一开始就为自己准确定位，一切从读者的需要出发，紧跟教改形势，关注教学实践、倡导师生互动，在编写过程中认真贯彻当下的教学理念，精心策划栏目体例和内容安排，极大地方便了读者的使用。

近两年，随着“课标本”的迅速推广，我们及时推出与之配套的书系，又是一场“及时雨”……读者来信高兴地说，《三点一测丛书》常出常新，“年年花相似，岁岁书不同”。

——凭我们的责任感：

追求卓越，奉献精品，是我们永远的追求。当一些教辅商家用让

人眼花缭乱的形式挖掘各种“热点”“冷门”时，我们仍坚定地走自己的路——坚持内容厚重、形式简约的风格，用最朴素的形式传达最精粹的知识。“靠品质生存，凭信心发展，以质量竞争，拿效果证明。”

作为编著者，我们深知肩上责任的重大。每字每句我们都要细细推敲，每题每解都要经过师生们反复多次地演算与验证。作为编著者，酷暑严冬，挑灯夜战，亦是常事。在时下浮躁的氛围中，保持着一份读书人的冷静，弥显可贵。作为读书人，我们常记着俞平伯先生的两句诗：“不敢妄为些儿事，只因曾读数行书。”我们凭的是读书人的良知与责任心。希望能用自己的心血与汗水为中学生营造出一个知识的世界。

——凭我们的集体智慧：

《三点一测丛书》的成功，乃厚积薄发，熔百家于一炉，集大成于一身，是强强联合的典范，是集体智慧的结晶。我们有一个在教坛上辛勤耕耘几十年又熟悉市场的策划中心，有一个来自全国名校名师组成的写作班子，尤其是1999年闻名全国的清华大学附属中学老师们的精彩加盟，又使《三点一测丛书》锦上添花、新姿焕发。书以社传、社以书名。我们与有远见卓识、人杰地灵的龙门书局几年来的通力合作，更使《三点一测丛书》闻名华夏、畅行九州。

感谢与世纪同行的百岁老人、敬爱的雷老作为本书的荣誉主编，并给我们以指导与鼓励，称赞我们“为孩子们做了一件好事”……

我喜欢中学生，我希望中学生读我的书，我希望有更多的未名人，去游未名湖、清华园……

希扬

2004年3月

编者的话

本书根据教育部有关教育改革的最新精神和最新的全日制普通高级中学数学新教材编写.

本书旨在加强基础知识、基本技能、基本方法、运算能力、逻辑思维能力、空间想像能力,以及运用所学数学知识和方法,提高分析问题和解决问题的能力,重视学生创新能力与实践应用能力的培养.编写的指导思想是,在狠抓"三基"、发展智力、培养能力的前提下,紧紧抓住教材中的"知识点",对其进行精辟的阐述,再通过精选的习题,认真剖析,重在应用,着力于突出重点,突破难点.

每章都由"重点难点提示"、"知识点精析"、"知识点应用"和"综合能力测试题"四部分组成.所选的训练题,紧紧抓住知识点,特别是重点、难点,结合最近几年高考题型分选择题、填空题、解答题三种,每章都选有一套典型的测试题(对选学内容,书中特别加注※号)供检查测验用,以利于巩固、加深和活用,并逐步实现提高学生分析问题与解决问题能力的目标.同时增加期中期末测试题各一套,参考答案放在各章之后,以供读者借鉴.

参加编写工作的有刘颜、郭贵明、王海燕、岑志林,全书由岑志林主编.

本书是我们教学工作的经验结晶,特别是把对此试验教材两年多教学体会融入其中.尽管我们进行了认真的编写,但难免有不足和错误之处,望广大读者批评、指正.对多次给我们提出修改建议的读者表示感谢.

三点一测丛书

高中编委会

目　录

第一章　集合与简易逻辑 …………………………………………（1）

1.1　集合 …………………………………………（2）

1.2　子集、全集、补集 …………………………………………（4）

1.3　交集、并集 …………………………………………（4）

1.4　含有绝对值的不等式解法 …………………………………………（10）

1.5　一元二次不等式解法 …………………………………………（14）

1.6　逻辑联结词 …………………………………………（18）

1.7　四种命题 …………………………………………（24）

1.8　充分条件与必要条件 …………………………………………（29）

本章测试题 …………………………………………（35）

参考答案 …………………………………………（38）

第二章　函数 …………………………………………（44）

2.1　函数 …………………………………………（44）

2.2　函数的表示法 …………………………………………（44）

2.3　函数的单调性 …………………………………………（53）

2.4(一)　反函数 …………………………………………（58）

2.4(二)　互为反函数的函数图象间的关系 …………………………………………（65）

2.5　指数 …………………………………………（68）

2.6　指数函数 …………………………………………（73）

2.7(一)　对数 …………………………………………（81）

2.7(二)　对数的性质和运算法则 …………………………………………（84）

2.8　对数函数 …………………………………………（89）

2.9　函数的应用举例 …………………………………………（99）

2.10　实习作业　建立实际问题的函数模型 …………………………………………（99）

本章测试题 …………………………………………（104）

参考答案 …………………………………………（107）

第三章　数列 …………………………………………（115）

3.1　数列 …………………………………………（115）

3.2　等差数列 …………………………………………（120）

3.3 等差数列的前 n 项和 …………………………………………… (120)
3.4 等比数列 …………………………………………………… (134)
3.5 等比数列的前 n 项和 …………………………………………… (134)
3.6 数列在分期付款中的应用 ………………………………………… (148)
本章测试题 ……………………………………………………… (155)
参考答案 ………………………………………………………… (157)
期中测试题 ……………………………………………………… (161)
参考答案 ………………………………………………………… (164)
期末测试题 ……………………………………………………… (167)
参考答案 ………………………………………………………… (170)

第一章　集合与简易逻辑

本章由集合的初步知识和简易逻辑两部分内容构成.

集合的初步知识包括集合的有关概念、集合的表示法及集合间的关系.简易逻辑介绍了命题的基本知识含有逻辑联结词“或”、“且”、“非”型的复合命题,四种命题及其相互关系和充要条件等知识.

集合概念及其基本理论称为“集合论”.他是德国数学家康托尔在十九世纪末创立的,是近、现代数学的一个重要基础.一方面许多重要的数学分支,如数理逻辑,近世代数,实变函数等都是建立在集合论的基础上,另一方面集合论及其所反应的数学思想,在越来越广泛的领域中得到应用.

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科.学习数学,需要全面理解概念,正确地进行表述、判断和推理,这就离不开对逻辑知识的掌握和运用.

在高中数学中,集合的初步与简易逻辑知识,与其他内容有着密切的联系,它们也是学习、掌握和使用数学语言的基础.学一点这方面的知识,一定会有助于同学们了解知识结构,提高思维和表达能力,减少常见的逻辑错误.提高学习效率,提高数学素质.

集合中的1.1～1.3三节构成第一个单元.

这一个单元重点介绍集合、子集、全集与补集、交集、并集的概念.要了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能掌握有关的术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合.

这个单元的难点是集合的各个基本概念的涵义,以及相互间的区别和联系.

1.1 集　　合

重点难点提示

重点　集合的概念,表示法,分类及集合中元素的性质.

难点　集合概念的理解;集合元素的性质;集合的描述方法;集合与元素间关系的符号表示.

知识点精析

1. 集合:某些指定的对象集在一起就成为一个集合, 也简称集. 集合是一个描述性的概念.

2. 构成集合的元素必须满足确定性、无序性和互异性.

(1)确定性:设 A 是一个给定的集合,x 是某个具体对象. 则 x 或者是A 中的元素,或者不是 A 中的元素,两种情况必有一种且只有一种成立,不能模棱两可.

(2)互异性:对于一个给定的集合中,不能重复出现同一元素,即集合中任何两个元素都是指不同的对象.

3. 元素与集合之间的关系是“属于”或“不属于”关系, 用$\in$,$\notin$(或$\overline{\in}$)表示.

知识点应用

【例 1】　判断下列对象,指出哪些可以构成集合.

(1)高一·一班跑得快的男同学;

(2)高一·二班班委会成员;

(3)高一年级数学学得好的学生;

(4)$\triangle ABC$ 中,BC 边上的所有点;

(5)全中国比较大的河流;

(6)北京市的著名高等学校(大学);

(7)不等式 $x-1>2$ 的解集;

(8)使 $|x-2|$ 很小的 x 值;

(9)使 $y=\sqrt{x^2-3x+2}$ 成立的 x 值;

(10)夏天中非常热的天.

解 (1)、(3)、(5)、(6)、(8)、(10)这些元素不能构成集合.因为没有明确的标准来判定元素是否在指定的集合.(2)是集合,是有限集.(4)、(7)、(9)是集合,是无限集.

【例 2】 写出下列集合的元素(有限集用列举法,无限集用描述法).

(1)1 到 10 之间的质数;

(2)大于 10 小于 20 的合数;

(3)与△ABC 的两边 AB、AC 距离相等的点(在△ABC 内);

(4)不等式 $x-1>2$ 的解集;

(5)使 $y=\sqrt{x^2-3x+2}$ 成立的 x 值.

解 (1)集合 $A=\{2,3,5,7\}$;

(2)集合 $B=\{12,14,15,16,18\}$;

(3)集合 $C=\{$△ABC 中,$\angle A$ 平分线上的点$\}$;

(4)集合 $D=\{x\mid x>3, x\in \mathbf{R}\}$;

(5)由 $x^2-3x+2\geqslant 0$,解出 $x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant 1$,所以满足条件的 x 构成集合 $E=\{x\mid x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant 1\}$.

【例 3】 用列举法表示下列集合.

(1)$\{(x,y)\mid x+y=7, x\in \mathbf{N}_+, y\in \mathbf{N}_+\}$;

(2)$\{(x,y)\mid y=x^2-1, -2<x<3, x\in \mathbf{Z}\}$;

(3)$\{(x,y)\mid y=\dfrac{1}{x}, |x|\leqslant 2, x\in \mathbf{Z}\}$.

解 这里集合中的元素是用有序实数对(x,y)表示的,可以看成是平面直角坐标系中点的坐标,一对坐标对应着一个点.数对(m,n)和(n,m)是不同的.

(1)因为 x,y 均为正整数且 $x+y=7$,所以共有数对 6 个.构成集合 $A=\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$.

(2)因为 $x\in \mathbf{Z}$ 且 $-2<x<3$,所以 $x=-1,0,1,2$,相应的 $y=0$,

$-1,0,3$,所以集合 $B=\{(-1,0),(0,-1),(1,0),(2,3)\}$

(3)$\because$ $x\in\mathbf{Z}$,且$|x|\leqslant 2$,$\therefore$ $x=-2,-1,0,1,2$,但 $x=0$ 时,y 不存在,$\therefore$ 相应 $y=-\frac{1}{2},-1,1,\frac{1}{2}$.故所求集合为 $C=\left\{\left(-2,-\frac{1}{2}\right),(-1,-1),(1,1),\left(2,\frac{1}{2}\right)\right\}$

【例4】 用另一种方法表示下面的集合:

$A=\{2,3\}$,$B=\{x\mid x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -3\}$,$C=\{$梯形,平行四边形$\}$,$D=\{$哈尔滨,长春,沈阳$\}$.

解 $A=\{$方程 $x^2-5x+6=0$ 的根$\}$;

$B=\{$不等式$(x+3)(x-1)\geqslant 0$ 的解$\}$;

$C=\{$至少有两边平行的四边形$\}$;

$D=\{$东北三省的省会城市$\}$.

1.2 子集、全集、补集
1.3 交集、并集

重点难点提示

重点 子集、全集、补集、交集、并集的概念及其关系.

难点 各个概念的内涵,全集、补集及各概念的区别和联系.

知识点精析

1. 子集、全集、补集

(1)集合与集合之间的关系是:包含、不包含、相等或真包含等关系.符号"$\subseteq$"表示包含,"$\not\subseteq$"表示不包含,"$=$"表示相等,"$\subsetneqq$"表示真包含.

(2)子集:A 是 B 的子集,写成 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$).

A 不是 B 的子集,即 A 不包含于 B,或 B 不包含 A,记作 $A\not\subseteq B$(或 $B\not\supseteq A$).

集合 A 与 B 相等,记作 $A=B$.

真子集:若集合 A 与 B,有 $A\subseteq B$ 并且 $A\neq B$,则称 A 是 B 的真子集,记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

空集:不含任何元素的集合叫做空集,记作$\varnothing$. 空集是任何非空集合的真子集,即$\varnothing\subsetneqq A$,A 为非空集合.

(3)补集(或余集):若 S 是一个集合,A 是 S 的一个子集(即 $A\subseteq S$),由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做集合 S 中子集 A 的补集(或余集),记作$\complement_S A$,即$\complement_S A=\{x\mid x\in S,且x\notin A\}$.

(4)全集:如果集合 S 含有我们研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看做一个全集,全集通常用 U 表示.

2. 交集、并集

(1)交集:一般地,由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合叫做 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$.

注意 "所有"、"且"两个关键词语.

(2)并集:由所有属于集合 A 或集合 B 的元素组成的集合叫做集合 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B$.

注意 "所有"、"或"两个关键词语.

本单元要掌握集合间的运算与性质.

对于集合 A、B、C:

①$A\subseteq A$.

②$\varnothing\subseteq A$.

③若 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$;若 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,则 $A\subsetneqq C$.

④若集合 A 非空,则$\varnothing\subsetneqq A$.

⑤$A\cap A=A$;$A\cap\varnothing=\varnothing$;$A\cap B=B\cap A$.

⑥若 $A\subsetneqq B$,则 $A\cap B=A$; 若 $B\subsetneqq A$,则 $A\cap B=B$;

⑦$A\cup A=A$; $A\cup\varnothing=A$; $A\cup B=B\cup A$.

⑧$A\cap B\subseteq A\subseteq A\cup B$; $A\cap B\subseteq B\subseteq A\cup B$.

⑨$A\cap(\complement_S A)=\varnothing$; $A\cup(\complement_S A)=S$;$\complement_S(\complement_S A)=A$.

知识点应用

【例 1】 设集合 $A=\{x\mid x\leqslant 2\sqrt{3}\}$,$a=\sqrt{11}$,则 ( )

A. $a \subsetneqq A$　　B. $a \notin A$　　C. $\{a\} \in A$　　D. $\{a\} \subsetneqq A$

分析　由元素与集合的关系可排除 A. 由集合与集合的关系可排除 C. 又 $\sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$，故 $a \in A$. 于是本题应选择 D.

【例 2】　设 $U = \{1,2,3,4,5\}$，且 $A \subsetneqq U, B \subsetneqq U, A \cap B = \{2\}$，$(\complement_U A) \cap B = \{4\}, (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1,5\}$，则下列结论正确的是　(　　)

A. $3 \in A, 3 \in B$　　B. $3 \in (\complement_U A), 3 \in B$

C. $3 \in A, 3 \in (\complement_U B)$　　D. $3 \in (\complement_U A), 3 \in (\complement_U B)$

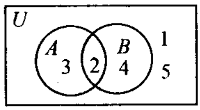


图 1-1

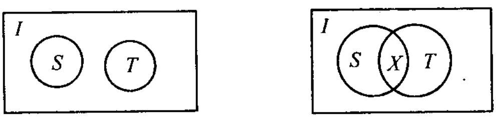
分析　由 A 可知，$3 \in A \cap B$，与题设 $A \cap B = \{2\}$ 矛盾；由 B 应有 $3 \in (\complement_U A) \cap B$，与题设 $(\complement_U A) \cap B = \{4\}$ 矛盾；由 D 应有 $3 \in (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$，与题设 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1,5\}$ 矛盾. 故本题选择 C.

本题也可运用文氏图解答. 由图 1-1 易知，$3 \in A$，$3 \in (\complement_U B)$，故选择 C.

【例 3】　设 S, T 是两个非空集合，且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$，令 $X = S \cap T$，则 $S \cup X$ 等于　(　　)

A. X　　B. $\varnothing$　　C. T　　D. S

分析　本题所给出的两个集合 S, T 是抽象的集合，运用文氏图解决此类问题较直观. 若 X 是空集，则 $S \cup X = S$，如图 1-2(1). 若 X 是非空集合，如图 1-2(2)，不难得出 $S \cup X = S$，故本题应选 D.



(1)　　(2)

图 1-2

本题也可利用集合与集合之间的关系解答. 由 $X = S \cap T$ 可知 $X \subseteq S$，于是知 $X \cup S = S$.

【例 4】　若集合 $A = \{1,3,x\}, B = \{1,x^2\}$，且 $A \cup B = \{1,3,x\}$，则满足条件的实数 x 的个数有　(　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

分析 由题知 $A\cup B=A$,可得 $B\subseteq A$,于是有 $x^2=3$ 或者 $x^2=x$. 分别解得 $x=\pm\sqrt{3}$;$x=0$ 或 $x=1$. 当 $x=1$ 时,集合 A 中的元素与互异性矛盾,所以满足条件的实数 x 有 3 个. 故本题应选 C.

【例 5】 已知 $A=\{x\mid 2x^2+x+m=0\}$,$B=\{x\mid 2x^2+nx+2=0\}$,且 $A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$,求 $A\cup B$.

分析 集合 A 是方程 $2x^2+x+m=0$ 的解集,由 $A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$可知,$\frac{1}{2}$是方程 $2x^2+x+m=0$ 的一个解,即 $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+m=0$,解得 $m=-1$. 由一元二次方程根与系数的关系可知,方程 $2x^2+x+m=0$ 的另一个解是 -1. 同理,$\frac{1}{2}$也是方程 $2x^2+nx+2=0$ 的一个解. 由 $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\times n+2=0$,解得 $n=-5$. 由一元二次方程根与系数的关系可知,方程 $2x^2+nx+2=0$ 的另一个解是 2, 所以 $A\cup B=\left\{\frac{1}{2},-1,2\right\}$.

【例 6】 设集合 $A\subseteq B$,$A\subseteq C$,且 $B=\{0,1,2,3,4,5\}$,$C=\{0,2,4,6,8\}$,则集合 A 的个数是 ( )

A. 4 B. 8 C. 16 D. 32

解 由 $A\subseteq B$,$A\subseteq C$,知 $A\subseteq B\cap C$. 又 $B\cap C=\{0,2,4\}$,所以满足条件的集合 A 有:$\varnothing$,$\{0\}$,$\{2\}$,$\{4\}$,$\{0,2\}$,$\{0,4\}$,$\{2,4\}$,$\{0,2,4\}$,共 8 个. 本题应选择 B.

【例 7】 集合 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$,$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$,$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$,求 a 取何实数时,$A\cap B\supsetneqq\varnothing$与 $A\cap C=\varnothing$同时成立?

分析 由题可知 $B=\{2,3\}$,$C=\{2,-4\}$. 由 $A\cap B\supsetneqq\varnothing$可知 $A\cap B$非空,即 2 或 3 可能是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的解, 又由 $A\cap C=\varnothing$ 可知 2 和 -4 都不是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的解, 所以 3 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的解.

解 $B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$,

$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}=\{2,-4\}$.

由 $A\cap B\supsetneqq\varnothing$与 $A\cap C=\varnothing$同时成立可知,3 是方程 x^2-ax+a^2-