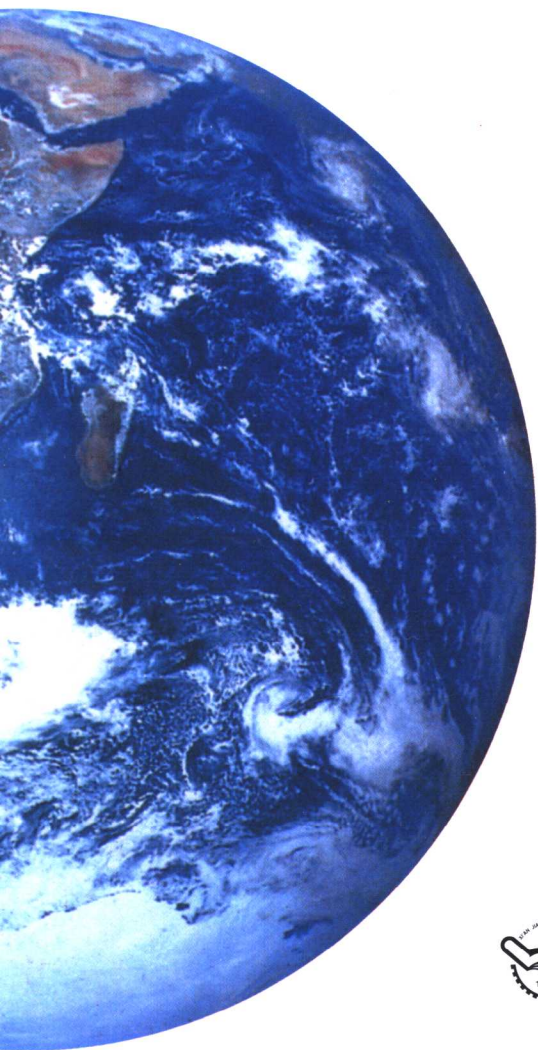


数字图像融合

Digital Image Fusion



覃征 鲍复民

Qin Zheng Bao Fumin

李爱国

杨博

弓亚歌

Li Aiguo

Yang Bo

Gong Yage

编著

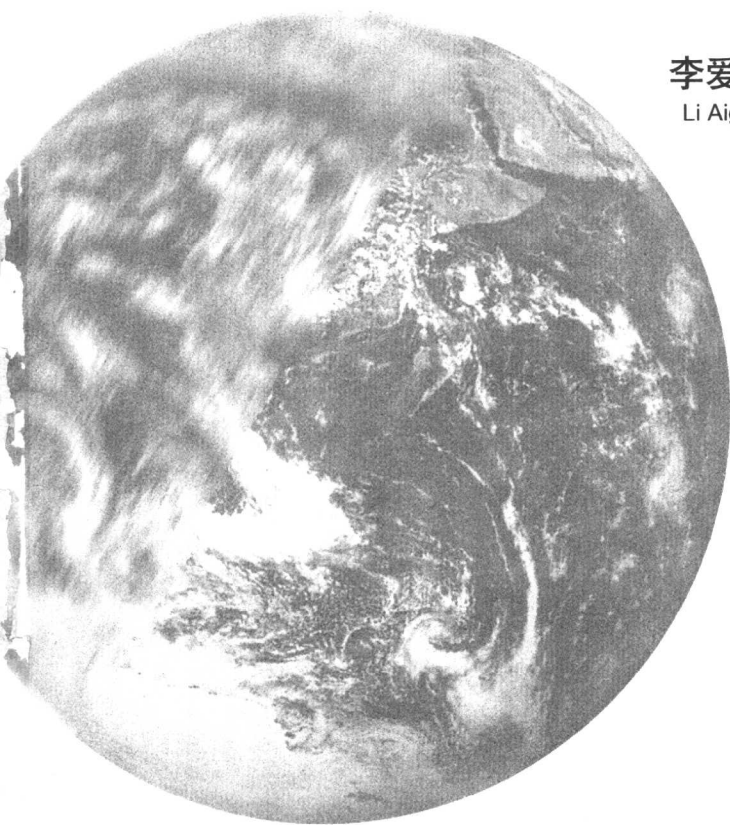


西安交通大学出版社

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

数字图像融合

Digital Image Fusion



覃 征 鲍复民

Qin Zheng Bao Fumin

李爱国 杨 博 弓亚歌

Li Aiguo Yang Bo Gong Yage

编著



西安交通大学出版社

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书以数字图像融合的三个层次——像素级、特征级以及决策级融合为主线,系统地介绍了数字图像融合的基本概念、基本理论、基本方法以及应用实例等。全书共分7章,可分为三个部分。第一部分简要介绍了数字图像融合的主要研究内容、研究方法以及应用领域等;第二部分详细介绍了几类典型的数字图像融合理论与方法,包括:主成分分析、演化计算、人工神经网络、小波变换和模糊逻辑等数字图像融合方法;第三部分结合具体实例介绍了数字图像融合的应用。本书着重讨论数字图像融合中最基本和最成熟的方面,并在一定程度上反映了国内外的当前工作。

本书可作为高等院校高年级本科生、研究生学习图像融合的教材和教学参考书,也可作为从事图像融合研究和应用的有关人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字图像融合/覃征等编著. —西安:西安交通大学出版社,2004.7

ISBN 7-5605-1857-5

I. 数… II. 覃… III. 数字图像处理
IV. TN919.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 053723 号

书 名	数字图像融合
编 著	覃征 鲍复民 李爱国 杨博 弓亚歌
出版发行	西安交通大学出版社
地 址	西安市兴庆南路 25 号(邮编:710049)
网 址	http://unit.xjtu.edu.cn/unit/jtupress
电 话	(029)82668357 82667874(发行部) (029)82668315 82669096(总编办)
电子信箱	eibooks@163.com
印 刷	西安交通大学印刷厂
版 次	2004 年 7 月第 1 版 2004 年 7 月第 1 次印刷
开 本	727 mm×960 mm 1/16
印 张	11.375
字 数	207 千字
书 号	ISBN 7-5605-1857-5/TP·379
定 价	22.00 元

版权所有 侵权必究

前 言

数字图像融合(以下简称“图像融合”)是将两个或者两个以上的传感器在同一时间(或不同时间)获取的关于某个具体场景的图像或者图像序列信息加以综合,以生成一个新的有关此场景的解释,而这个解释是从单一传感器获取的信息中无法得到的。图像融合的目的是减少不确定性。图像融合既是众多学科感兴趣的重要研究领域,又是一个十分活跃的研究领域。图像融合在医学、测量、地理信息系统、工业、智能机器人以及军事等领域都起着重要的作用,并日益为众多的研究者所关注。20世纪90年代以来,图像融合技术的研究呈不断上升趋势,应用的领域也遍及遥感图像处理、可见光图像处理、红外图像处理、医学图像处理等。尤其是近几年,多传感器图像融合技术已成为机器人、智能制造、智能交通、医疗诊断、遥感、保安、军事应用等领域的研究热点问题。

近十年来,国内外研究者在图像融合领域取得了丰硕的研究成果。然而,令人遗憾的是,迄今为止尚没有一本系统介绍图像融合的理论、方法和应用的书籍,使许多初学者感到入门困难。这一现象不利于推动图像融合研究和应用的进一步深入和普及。有鉴于此,我们不揣浅陋,集合国内外学者的有关研究成果编成此书。

图像融合的研究历史虽相对较短,然而成果却十分丰富。因此,我们在材料的取舍上以及本书的章节安排上颇费思量。考虑到本书的读者对象和国内教学的实际情况,我们力图在书中较完整地介绍若干典型的图像融合方法和应用实例,而不追求面面俱到。因此,本书难免有挂一漏万之憾。

书中大量引用了国内外众多学者的研究成果,没有他们的创造性工作,就不可能有这本书的问世,我们对他们表示崇高的敬意和感谢。同时,我们也要感谢西安交通大学出版社的各位领导和编辑,他们为使本书

早日与读者见面耗费了大量的心血。

鉴于我们的水平有限,加之时间仓促,书中的错误和不足在所难免,敬请读者批评、指正。

作者

2004 年 3 月

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 什么是图像融合	(1)
1.2 图像融合的主要研究内容	(2)
1.2.1 像素级图像融合	(2)
1.2.2 特征级图像融合	(4)
1.2.3 决策级图像融合	(5)
1.3 图像融合的步骤	(5)
1.4 图像融合研究的发展现状和研究热点	(6)
第 2 章 主成分分析法	(7)
2.1 数字图像处理的基本概念	(7)
2.1.1 数字图像	(7)
2.1.2 RGB-IHS 变换模式	(10)
2.2 IHS 变换图像融合	(11)
2.2.1 普通的 IHS 图像融合(GIHS)	(11)
2.2.2 一种改进的 IHS 图像融合方法	(13)
2.2.3 弹性图像融合介绍	(19)
2.3 一种子像素图像融合的金字塔算法	(23)
2.3.1 定义	(23)
2.3.2 优化	(24)
2.3.3 插值	(24)
2.3.4 多分辨	(25)
2.3.5 装箱(Binning)	(25)
第 3 章 演化计算法	(26)
3.1 演化计算的概念	(26)
3.1.1 遗传算法	(26)

3.1.2	粒子群算法	(33)
3.1.3	蚁群算法	(38)
3.2	基于演化计算的像素级融合	(41)
3.2.1	基于进化策略和 IHS 变换的图像融合方法	(41)
3.2.2	基于粒子群算法的像素级图像融合	(46)
第 4 章	神经网络法	(53)
4.1	神经网络的概念	(53)
4.1.1	BP 网络	(53)
4.1.2	SOM 网络	(63)
4.1.3	SGNN 网络	(70)
4.2	基于神经网络的像素级融合	(72)
4.2.1	噪音图像的预处理	(73)
4.2.2	选择合适的神经网络及拓扑结构	(74)
4.2.3	神经网络训练	(76)
4.2.4	噪声图像融合	(77)
4.3	基于神经网络的特征级融合	(78)
4.3.1	基于神经网络的图像边缘检测	(78)
4.3.2	基于神经网络的图像特征提取	(82)
4.4	图像目标自动识别	(85)
4.4.1	基于神经网络的数字图像目标自动识别	(86)
4.4.2	在静态图像上的应用	(87)
4.4.3	时间相关性的融合	(89)
第 5 章	小波变换法	(92)
5.1	一般方法	(92)
5.1.1	图像的二维小波分解(Mallat 方法)	(92)
5.1.2	图像融合的小波方法	(94)
5.1.3	融合结果评价指标	(95)
5.1.4	实例	(96)
5.2	基于树状小波的图像融合	(97)
5.2.1	树状小波分解	(97)
5.2.2	基于树状小波分解的图像融合方法	(98)

5.2.3	融合结果评价指标	(99)
5.2.4	融合实例	(100)
5.3	基于第二代小波的图像融合方法	(101)
5.3.1	第二代小波变换基本原理	(101)
5.3.2	基本算法与实验结果	(102)
5.3.3	融合结果评价	(104)
5.4	基于自适应小波变换的图像融合	(105)
5.4.1	标准融合方法	(105)
5.4.2	小波分解算法	(106)
5.4.3	小波图像融合方法	(107)
5.4.4	实例	(110)
5.5	针对不同聚焦点图像的融合方法	(111)
5.5.1	图像的小波分解	(111)
5.5.2	不同聚焦点图像的融合方法	(111)
5.5.3	融合结果评价指标	(114)
5.5.4	融合结果	(114)
第 6 章	模糊图像融合	(115)
6.1	模糊理论	(115)
6.1.1	模糊性	(115)
6.1.2	集合与特征函数	(115)
6.1.3	模糊集与隶属函数	(116)
6.1.4	模糊集的表示方法	(117)
6.1.5	模糊集的运算	(118)
6.1.6	模糊集的 λ 水平截集	(118)
6.1.7	模糊度	(119)
6.1.8	模糊数	(120)
6.1.9	模糊关系及其合成	(121)
6.1.10	模糊变换	(123)
6.1.11	实数域上几种常用的隶属函数	(123)
6.1.12	建立隶属函数的方法	(124)
6.2	基于 SGNN 的像素级模糊图像融合方法	(128)

6.2.1	图像的预处理	(128)
6.2.2	像素的聚类	(129)
6.2.3	聚类结果的模糊化	(130)
6.2.4	融合方法	(131)
6.2.5	融合实验及其结果	(131)
6.3	特征级模糊图像融合方法	(133)
6.3.1	线性特征的自动探测	(133)
6.3.2	对结果进行多时间融合	(135)
6.4	依赖时/空范围信息和频谱信息的模糊融合	(140)
6.4.1	问题形成	(141)
6.4.2	信息源	(141)
6.4.3	模糊化步骤	(142)
6.4.4	模糊推理规则和解模糊	(142)
6.4.5	向 K 个日期延伸	(143)
6.5	多传感器图像模糊融合算法在图像识别中的应用	(143)
6.5.1	图像模糊融合的基本原理	(143)
6.5.2	多传感器多层次图像融合模糊算法应用于图像识别	(145)
第7章	图像融合应用	(147)
7.1	军事应用中的图像融合	(147)
7.1.1	MQW 图像融合方法	(147)
7.1.2	算法	(149)
7.1.3	以人的角度进行的评估和建模	(152)
7.1.4	数据收集	(155)
7.2	面向遥感应用的图像融合的原理与方法	(156)
7.2.1	遥感图像的融合框架	(157)
7.2.2	遥感图像融合的实例	(159)
7.3	医学图像融合应用	(164)
7.3.1	案例研究	(165)
7.3.2	结论要点	(168)
参考文献		(169)

第 1 章 绪论

1.1 什么是图像融合

图像融合是将 2 个或者 2 个以上的传感器在同一时间(或不同时间)获取的关于某个具体场景的图像或者图像序列信息加以综合,生成一个新的有关此场景的解释,而这个解释是从单一传感器获取的信息中无法得到的^[1,2]。图像融合的目的是减少不确定性^[2]。如果将上述定义的条件减弱一些,有时图像融合处理的对象也可以是单一传感器在不同时间获取的图像数据。

图像融合的形式可分为 3 种:

- (1)多传感器不同时获取的图像的融合;
- (2)多传感器同时获取的图像的融合;
- (3)单一传感器不同时间,或者不同环境条件下获取的图像的融合。

图像融合技术广泛应用于图像处理、遥感、计算机视觉以及军事等领域^[71],其作用包括:

(1)图像增强^[2,39~43]。通过综合来自多传感器(或者单一传感器在不同时间)的图像,获得比原始图像清晰度更高的新图像。例如,在遥感应用中,常用两种传感器获得同一地域的高分辨图像和多光谱图像,融合这两种图像,可以获得细节和轮廓都得到改善的图像^[9];又例如,将融合技术用于同一数码相机在不同时间拍摄的聚焦点不同的两幅图像,可以获得比原始图像清晰度都要高的新图像^[5,42]。

(2)特征提取^[36]。通过融合来自多传感器的图像更好地提取图像的特征,如线段、边缘等。

(3)去噪。

(4)目标识别与跟踪。

(5)三维重构。

图像融合的层次可分为:信号级^[23]、像素级^[26,27]、特征级^[12,14,22,36]和决策级(也有文献称之为表示符号级^[2])^[22,35]。

1.2 图像融合的主要研究内容

1.2.1 像素级图像融合

像素级融合的过程一般可分 4 个步骤:预处理、变换、综合和反变换(重构图像)。预处理阶段包括了对被融合的原始图像的滤波和配准(registration)处理。配准就是将被融合的原始图像进行必要的变换(主要是几何变换),从而使被融合图像的每一个像素都对准。大多数研究像素级融合的论文都假设被融合的图像已经配准,不过也有一些研究论文专门研究配准处理^[5,39,44]。变换阶段采用的主要方法有:PCA(principal component analysis,有时也称 PCT—principal component transform^[4,19,49]);IHS(intensity-hue-saturation)变换^[13,41,49];多分辨方法,如金字塔(pyramid)算法^[8]和多分辨小波变换(multiresolution wavelet transform)^[7,9,17~20,26,27,38,42~46]。目前多分辨小波变换是普遍采用的方法。综合阶段将被融合图像的变换结果进行综合处理,从而获得最终的融合图像。综合方法可分为:选择法,即根据某种规则,分别选择不同被融合图像的变换系数,组成一组新的变换系数;加权法,即用某种加权平均算法将不同被融合图像的变换系数综合为一组新的变换系数;优化法,即根据应用不同,构造某个评价融合效果的性能指标,综合结果使该性能指标达到最优。反变换阶段是根据综合阶段得到的一组变换系数进行反变换操作,得到融合图像。下面我们将重点讨论上述 4 个步骤中的变换和综合处理。

1.2.1.1 基于 PCA 的图像融合

基于 PCA 的图像融合方法是较传统的方法,但是通过与其他方法,例如小波变换结合,有时也会得到满意的结果。近年来,战场环境下的图像融合问题引起了人们的关注。在这种特殊环境中,图像融合算法要求可以抗击敌方发动的信息战袭击,即所谓“入侵容忍”(intrusion tolerance)。Achalakul 研究了一种谱屏蔽 PCT 算法(spectral-screening PCT algorithm),可以融合超谱(hyper-spectral)图像,并采用 PCT 方法研究了高性能多光谱 CCD 摄像系统的分布式实时图像融合算法;Tseng 研究了一种用整数小波变换和 PCA 融合低分辨 Landsat TM 多谱图像与 SPOT 全彩色(PAN)图像以生成谱损失小的高分辨多光谱图像。

1.2.1.2 基于 IHS 变换的图像融合

IHS 变换方法的特点是高频信息丰富,但光谱信息有损失^[41]。RGB 到 IHS 的变换有多种,不过只有细微的差异。有关这些将在随后章节中详细介绍。

一般的 IHS 图像融合方法是:先将被融合图像作 RGB-IHS 变换,然后用一个较高空间分辨的灰度图像的强度成分 I_{new} 替换低分辨强度成分 I_0 ,然后再进行 IHS-RGB 变换,得到融合图像。这种方法的缺点是计算效率太低,因此一个改进的做法是直接在低分辨图像的 R, G, B 成分上加一个修正量 $\delta = I_{\text{new}} - I_0$ 。这两种方法的本质是一样的,但是后一种方法的计算效率有较大提高。

为进一步提高图像融合的效果,一些学者研究了将 PCA 和小波变换应用于 IHS 变换方法,以及将进化策略应用于 IHS 变换方法等。

1.2.1.3 基于小波变换的图像融合

小波变换兴起于 20 世纪 80 年代中期,并引起了信号处理和图像处理领域的广泛兴趣。等小波分析是时-频分析的强有力工具。有关小波分析的详细内容见文献[47,48]。Mallat^[15]首先实现了用小波变换分析图像处理问题,并提出了二维图像的离散小波分解的快速算法,将小波分析技术引入到图像处理领域,其后又与合作者进行了深入的研究^[31~34]。与此同时,其他学者也对小波变换及其在图像处理中的应用进行了广泛的研究^[21,37,50,54]。目前,小波变换已成为图像融合领域的一种重要的工具。

由于小波变换具有良好的时域和频域局部性以及多分辨性,因此在多分辨图像融合应用中,多分辨小波分析技术已取代了传统的高斯-拉普拉斯金字塔技术,而成为一种主流技术。目前基于小波变换的图像融合方法中所采用的多分辨技术基本沿用的是 Mallat 方法^[15],不过根据具体的应用不同,而选用不同的小波基函数^[18]和不同的综合算法。

基于小波分析的多分辨图像融合技术应用于多光谱图像的融合已取得了一些进展,采用基于 Mallat 方法的多分辨融合技术,用可见光 CCD 图像和红外图像做了图像融合试验^[45]、边缘提取的特征融合方法、同一目标的不同谱段图像的融合技术、同一目标的不同聚焦点图像的融合问题和基于树状小波分解的多传感器图像融合技术,并对可见光图像与红外图像、可见光图像与毫米波图像进行了融合实验,都取得了令人满意的效果。

图像序列的融合问题也受到了人们的关注。图像序列融合的一个主要目标是要保证融合的图像序列具有时间稳定性和一致性。如果选择具

有移不变(shift-invariant)特性的正交小波基就可以用离散小波变换(DWT)解决上述问题。

一些学者分别用离散小波包变换(discrete wavelet frame transform, DWFT)和加性(additive)小波变换研究低分辨 Landsat TM 多谱图像与高空间分辨 SPOT 全彩色(PAN)图像融合以生成谱损失小的高分辨多光谱图像。而另一些学者研究用离散多小波变换(discrete multi-wavelet transform, DMWT)融合 Landsat-7 的多光谱图像和 PAN 图像。

1.2.1.4 智能图像融合方法

智能图像融合方法的研究和应用取得了许多成果,目前将 D-S 证据理论用于 SAR 图像的场景分类研究获得成功,神经网络也已成功地用于图像融合。

一种被称为基于知识的神经网络(knowledge-based neural network fusion, KBNNF)方法用来融合原始图像的边缘图像,从而生成一幅比从任何单一原始图像获得的边缘信息更完整和更可靠的边缘图像。这种方法所用的神经网络是具有 2 个隐层的 BP 网络^[12]。

用一维自组织神经网络融合图像数据。利用一维的像素特征量直接进行二维图像信号处理,能完成多幅带有噪声图像的融合,而且对图像中的物体的区分是有效的。这种方法所用的神经网络是自组织特征映射(self organizing feature map, SOFM)网络^[40]。

也可以用一种基于 SOFM 网络的方法进行图像融合,它先对原始图像进行滤波处理,然后用多个 SOFM 网络分别对每幅滤波后的图像进行像素聚类,最后融合聚类后的图像得到融合图像。

1.2.2 特征级图像融合

特征级图像融合属于中间层次,其处理方法是首先对来自不同传感器的原始信息进行特征抽取,然后再对从多传感器获得的多个特征信息进行综合分析和处理,以实现对多传感器数据的分类、汇集和综合。一般来说,提取的特征信息应是像素信息的充分表示量或充分统计量,包括目标的边缘、方向以及运动速度等。

特征级图像融合可分为两大类,即目标状态数据融合和目标特性融合。目标状态数据融合主要用于多传感器目标跟踪领域,其实现过程是首先通过融合系统对传感器数据进行预处理以完成数据校准,然后在实现主要参数相关的状态矢量估计。特征级目标特性融合就是特征层联合

识别,也就是采用模式识别等相关技术,在融合前对特征进行相关处理,从而把特征矢量分类成有意义的组合。

特征级图像融合的优点在于实现了可观的信息压缩,便于实时处理。由于所提出的特征直接与决策分析有关,因而融合结果能最大限度地给出决策分析所需要的特征信息。目前大多数 C⁴I 系统的数据融合研究都是在该层次上展开的。

目前,特征级数据融合的主要方法有:聚类分析方法、Dempster-Shafer推理方法、贝叶斯估计方法、信息熵方法、加权平均方法、表决方法以及神经网络方法等。

1.2.3 决策级图像融合

决策级图像融合是一种更高层次的信息融合,其结果将为各种控制或决策提供依据。为此,决策级图像融合必须结合具体的应用及需求特点,有选择地利用特征级图像融合所抽取或测量的有关目标的各类特征信息,才能实现决策级图像融合的目的,其结果也将直接影响最后的决策水平。

由于输入为各种特征信息,而结果为决策描述,因此决策级图像融合的数据量最小,抗干扰能力强。决策级图像融合的主要优点可概括为:

- (1) 通信及传输要求低。这是由其数据量少决定的。
- (2) 容错性高。对于一个或若干个传感器的数据干扰,可以通过适当的融合方法予以消除。
- (3) 数据要求低。传感器可以是同质或异质,对传感器的依赖性和要求降低。
- (4) 分析能力强。能全方位有效反映目标及环境的信息,满足不同应用的需要。

由于对预处理及特征抽取有较高要求,所以决策级图像融合的代价较高。目前,常用的决策级图像融合的方法主要有贝叶斯估计法、神经网络法、模糊聚类法,以及专家系统等^[22,23]。

1.3 图像融合的步骤

图 1.1 显示了图像融合的步骤。 $I_1, \dots, I_m$ 是 m 幅原始图像,它们分别经过滤波和校准处理后,进行相应的特征变换(如小波变换等),然后对获得的每一幅原始图像的特征(即小波系数等)采用合适的方法进行融合得到融合后图像的特征,最后对所得到的融合图像的特征进行逆变换,就

得到了融合结果 I_f 。

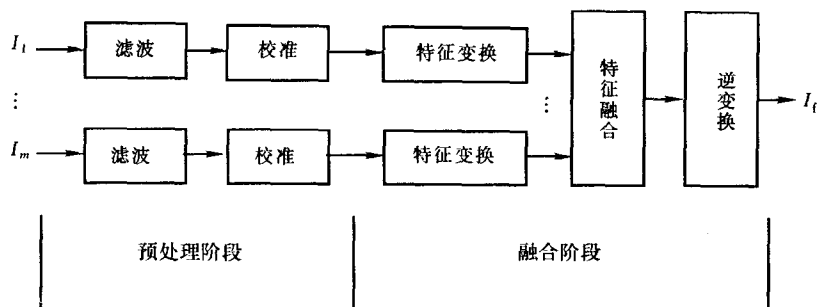


图 1.1 图像融合的步骤

1.4 图像融合研究的发展现状和研究热点

多传感器图像信息融合是一个正在兴起的,并有着广泛应用前景的研究领域。当前图像融合在特征级的研究重点在于提高融合图像的空间分辨率的同时,尽量保持原图像的光谱特征,从而保证后续分析理解的有效性。另外,图像序列以及视频信息的融合问题也是非常有意义的研究课题。在特征级和决策级研究图像信息融合问题的文献没有研究像素级融合问题的文献那么多,但是这又是一个具有挑战性的重要研究领域。而且在许多应用中,要实时地进行像素级融合处理是相当困难的,而进行决策级和特征级图像信息融合就是主要的选择。特征级和决策级图像信息融合的难点在于目标自动识别和图像理解。因此研究特征级和决策级图像信息融合的理论和方法是一个必然的发展趋势。

学术界在图像融合领域已取得了很大的成绩,图像融合方法也各种各样。但是,总的来说图像融合技术的研究还刚刚开始,有许多问题急需解决。首先,图像融合技术缺乏理论指导。虽然关于图像融合技术的公开报道很多,但每篇文章都是针对一个具体的应用问题,对图像融合技术还没有一个统一的理论框架,建立图像融合的理论框架是目前的一个发展方向。由于图像的特殊性,在设计图像融合算法时一定要考虑到计算速度和所需的存储量,如何得到实时、可靠、稳定、实用的融合算法和硬件电路是目前研究的一个热点。另外,建立客观的图像融合技术评价标准也是急需解决的问题。

第 2 章 主成分分析法

主成分分析法的几何意义是把原始特征空间的特征轴旋转到平行于混合集群结构轴的方向去,得到新的特征轴。实际操作是将原来的各个因素指标重新组合,组合后的新指标是互不相关的。在由这些新指标组成的新特征轴中,只用前几个分量图像就能完全表征原始集群的有效信息,图像中彼此相关的数据被压缩,而特征得到了突出,此方法在对于具有相关因子的多源遥感数据进行融合时具有显著优势。

2.1 数字图像处理的基本概念

2.1.1 数字图像

人眼看到的任何自然界的图像都是连续的模拟图像,其形状和形态表现由图像各位置的颜色所决定。色度学理论认为,任何颜色都可由红(red)、绿(green)、蓝(blue)三种基本颜色按不同的比例混合得到,红、绿、蓝被称为三原色,简称 RGB 三原色。因此,自然界的图像可用基于位置坐标的三维函数来表示,即:

$$f(x, y, z) = \{f_{\text{red}}(x, y, z), f_{\text{green}}(x, y, z), f_{\text{blue}}(x, y, z)\} \quad (2.1.1)$$

其中 f 表示空间坐标为 (x, y, z) 位置点的颜色, $f_{\text{red}}, f_{\text{green}}, f_{\text{blue}}$ 分别表示该位置点的红、绿、蓝三种原色的颜色分量值。它们都是空间的连续函数,即连续空间的每一点都有一个精确的值与之相对应^[56]。

为了研究的方便,我们主要考虑平面图像。平面上每一点仅包括两个坐标值,因此,平面图像函数是连续的二维函数,即:

$$f(x, y) = \{f_{\text{red}}(x, y), f_{\text{green}}(x, y), f_{\text{blue}}(x, y)\} \quad (2.1.2)$$

图像可以分为黑白图像和彩色图像。所谓黑白图像,就是图像中每一点都不是彩色的,即每一点的红、绿、蓝颜色分量值都相等,即:

$$f_{\text{red}} = f_{\text{green}} = f_{\text{blue}} \quad (2.1.3)$$

对于黑白图像,其 $f(x, y)$ 表示 (x, y) 位置处的灰度值。

由于计算机仅能处理离散的数据,所以如果要用计算机来处理图像,连续的图像函数必须转化为离散的数据集,这一过程叫做图像采集。图像采集由图像采集系统完成。图像采集系统包括三个基本单元,即成像系统、采样系统和量化器。

连续的图像函数 $f(x, y)$ 通过成像系统的脉冲响应函数 $h(x, y)$ 转换为连续图像函数 $g(x, y)$, 这一过程可表示为:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) \quad (2.1.4)$$

连续图像函数 $g(x, y)$ 经采样系统处理后转换为采样图像函数 $g_s(x, y)$:

$$g_s(x, y) = g(x, y) * s(x, y) \quad (2.1.5)$$

其中 $s(x, y)$ 叫做二维梳状函数, 可表示为:

$$s(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x-m, y-n) \quad (2.1.6)$$

$\delta(x, y)$ 是二维单位脉冲函数。二维梳状函数 $s(x, y)$ 构成了采样栅格, 使得采样图像函数 $g_s(x, y)$ 仅在 (x, y) 的整数坐标处才有值, 这一过程叫做采样。

采样时, 采样栅格的大小受一维采样定理的约束。一维采样定理可描述如下: 若一维信号 $g(t)$ 的最大频率为 ω , 则若用 $T \leq \frac{1}{2\omega}$ 为间隔进行采样后, 根据采样结果 $g(i, T)$ 能完全恢复 $g(t)$, 即

$$g(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} g(i, T) s(t - iT) \quad (2.1.7)$$

其中

$$s(t) = \frac{\sin(2\pi\omega t)}{2\pi\omega t} \quad (2.1.8)$$

但是经采样得到的 $g_s(x, y)$ 的值域仍是连续的, 因此 $g_s(x, y)$ 并不是离散函数, 而是在离散空间上的离散-连续函数。

$g_s(x, y)$ 通过量化器的处理后产生了离散空间上的值域离散函数 $g_d(x, y)$, 这一过程通常叫做量化。量化是一个点处理过程, 包括均匀量化和非均匀量化两类量化公式。

采样实际上是一个空间坐标的量化过程, 量化则是对图像函数值的离散化过程。采样和量化统称为数字化。

数字图像是连续图像 $f(x, y)$ 的一种近似表示, 通常用由采样点的值所组成的矩阵来表示:

$$\begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0,M-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots & f(1,M-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f(N-1,0) & f(N-1,1) & \cdots & f(N-1,M-1) \end{bmatrix} \quad (2.1.9)$$

每一个采样点叫做一个像素(pixel)。式(2.1.9)中, M, N 分别为数