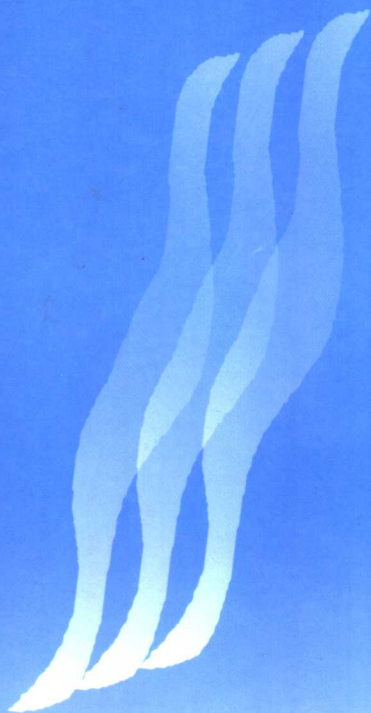


# 河床演变与模拟文集

乐培九 著



# 河床演变与模拟文集

乐培九 著



天津科学技术出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

河床演变与模拟文集/乐培九著. —天津:天津科学技术出版社, 2001. 10

ISBN 7-5308-3138-0

I. 河... II. 乐... III. 河道演变—水工模拟—文集 IV. TV147-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 055852 号

责任编辑 刘万年

版式设计 雒桂芬

责任印制 张军利

天津科学技术出版社出版

出版人:王树泽

天津市张自忠路 189 号 邮编 300020 电话:(022)27306314

天津新华印刷二厂印刷

新华书店天津发行所发行

\*

开本 787×1092 1/16 印张 17.25 字数 422 000

2001 年 10 月第 1 版

2001 年 10 月第 1 次印刷

定价:30.00 元

## 序

河床演变是水流、泥沙和边界相互作用的综合反映。先人在长期的治黄实践中不断认识到：“黄河之性，急则通流，缓则淤淀”；“水射北则滩在南，射南则滩在北”；“筑堤束水，以水攻沙，水不奔溢于两旁，则必直趋于河底”。这些精辟之见，道出了水流、泥沙和边界三者的辩证统一关系，具有深刻的科学内涵。正确掌握三者相互依存，相互制约的辩证关系，因势利导，才可变水害为水利，造福于人类。

河床演变的模拟是人类认识自然和改造自然的重要手段和方法。模拟的理论基础是水流、泥沙运动基本规律。由于水流边界和泥沙种类的复杂性、多样性，迄今为止，对复杂条件下的水流、泥沙运动规律认识还很不足，直接挑战河床演变模拟的相似性和正确性，作为一个泥沙研究者深感任重而道远。

作者 1962 年毕业于武汉水利电力学院，从事泥沙研究近 40 年。华旦之年适逢多事之秋，年华虚度；晚年虽小有醒悟，但已是夕阳西下，一生碌碌无为，只有寥寥数十篇拙文，谨献于滋育我的这片润土。受水平所限，文中的观点、方法、立论和演绎错谬难免，敬请赐教。

本集是同仁协同作战的成果，其出版得到交通部天津水运工程科学研究所领导的关心和资助，谨深致谢意。

乐培九

2000 年 12 月

# 目 录

## 第一篇 泥沙运动及模拟

|                        |         |
|------------------------|---------|
| 悬移质运动扩散方程的应用·····      | ( 1 )   |
| 平面二维悬移质运动扩散方程·····     | ( 9 )   |
| 非均匀沙悬移质的水流挟沙能力·····    | ( 15 )  |
| 波浪和潮流共同作用下的挟沙能力·····   | ( 22 )  |
| 推移质非饱和输沙问题·····        | ( 28 )  |
| 非均匀沙推移质输沙率及粗化问题·····   | ( 35 )  |
| 波流联合作用下的推移质输沙率·····    | ( 41 )  |
| 高含沙紊流的阻力及其输沙特性·····    | ( 53 )  |
| 沉沙池及引航道异重流运动及其淤积·····  | ( 62 )  |
| 浑水中泥沙沉降的初步研究·····      | ( 67 )  |
| 粘性泥沙絮凝沉速的初步探讨·····     | ( 76 )  |
| 冲积河流床沙级配调整的一种计算模式····· | ( 84 )  |
| 泥沙模型的起动相似问题·····       | ( 88 )  |
| 海岸演变模型的相似问题·····       | ( 93 )  |
| 湘江关湘洲河段动床模型设计·····     | ( 108 ) |

## 第二篇 水流运动及阻力

|                             |         |
|-----------------------------|---------|
| 波浪和潮流共同作用下平面二维水流运动基本方程····· | ( 116 ) |
| 非恒定流垂线流速分布规律的初探·····        | ( 122 ) |
| 沙波阻力问题的研究·····              | ( 129 ) |
| 长江中下游阻力估算公式的选择·····         | ( 135 ) |
| 正方形梅花加糙的糙率和床面糙率高度的确定·····   | ( 141 ) |
| 丁坝回流阻力系数及回流长度·····          | ( 148 ) |
| 管流中环形孔板的阻力系数及消能·····        | ( 156 ) |

## 第三篇 河床演变及航道整治

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| 三门峡水库控制运用对黄河下游河道冲淤的影响····· | ( 164 ) |
| 黄河高含沙洪水对下游的影响·····         | ( 176 ) |
| 黄河下游纵剖面的调整·····            | ( 188 ) |

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| 黄河北干流佳一土段河道特性初步分析.....      | (195) |
| 黄河山东河段洪水位估计方法.....          | (203) |
| 赣江万安水库上游河道特性分析.....         | (209) |
| 永定新河淤积机理探讨.....             | (216) |
| 伶仃洋滩槽演变及其发展趋势.....          | (224) |
| 天津港回淤问题的研究与进展.....          | (234) |
| 河口航道挖槽回淤的估算方法.....          | (242) |
| 冲积河流航道整治线宽度问题的研究.....       | (251) |
| 黄河北干流航道整治线宽度及整治水位的确定方法..... | (258) |
| 黄河北干流佳一土段航道整治研究.....        | (264) |

# 第一篇 泥沙运动及模拟

## 悬移质运动扩散方程的应用\*

**摘要** 从悬移质运动剖面二维扩散方程出发,通过适当假定,获得了饱和含沙量垂线分布公式、悬移质运动一维质量守恒方程和剖面二维实用型方程;重新定义了“ $\alpha$ 系数”,给出了理论计算公式,使数值模拟的理论基础和可操作性得到了强化。

在二度恒定均匀流条件下,悬移质运动扩散方程可以表达为

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{\partial(us)}{\partial x} + \frac{\partial(\omega s)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y}\right) \quad (1)$$

式中  $s$  及  $u$  为垂线上任一点的含沙量及流速; $\epsilon_s$  为垂向泥沙扩散系数; $\omega$  为泥沙沉速。

### 1 饱和含沙量垂线分布

假定水流挟沙处于稳定平衡状态,其 $\frac{\partial s}{\partial t} = 0$ ,  $\partial(us)/\partial x = 0$ ,则式(1)可简化为

$$\frac{\partial}{\partial y}(\omega s + \epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y}) = 0$$

即

$$\omega_s + \epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y} = c$$

由于 $\partial s/\partial x = 0$ ,即泥沙与外界无交换, $c \equiv 0$ ,故得

$$\omega s^* + \epsilon_s \frac{\partial s^*}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

---

\* 原载《水道港口》,2000(3)。

式中  $s^*$  为垂线上任一点的平衡含沙量,这里亦即饱和含沙量,用上标 \* 为标记。

为求解式(2) 常用方法是假定悬移质扩散系数  $\epsilon_s$  与动量传递系数  $\epsilon$  等价,即

$$\epsilon_s = \epsilon$$

由动量传递理论可知:

$$\epsilon = l^2 \frac{d\bar{u}}{dy}$$

式中  $l$  为掺长;  $\bar{u}$  为时均流速。

又

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}/l = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}(1-\eta)^{1/2}/l$$

$$= u_* (1-\eta)^{1/2}/l$$

式中  $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ , 为摩阻流速;  $\tau$  为水流剪应力,  $\tau_0$  为水流在河底的剪应力;  $\rho$  为水流密度;  $\eta = y/h$ , 为相对水深,  $h$  为水深。

于是

$$\epsilon_s = \epsilon = lu_* (1-\eta)^{1/2} \quad (3)$$

掺长  $l$  的确定国内外有多种假定<sup>[1]</sup>,按照勃兰特(Prandtl) 假定

$$l = \kappa y (1-\eta)^{1/2}$$

可以得到著名的劳斯(Rouse) 公式,即

$$\frac{s^*}{s_a^*} = \left( \frac{h/y - 1}{h/a - 1} \right)^{\frac{u_*}{u_{*a}}} \quad (4)$$

式中  $s_a^*$  为  $y = a$  处的饱和含沙量;  $\kappa$  为卡曼常数,等于 0.4。

式(4)在水面  $s^* = 0$ ,在河底  $s^* = \infty$ ,不符合实际,因此张瑞瑾建议采用王志德(译音)提出的掺长公式<sup>[2]</sup>,即

$$l/h = 0.14 - 0.08(1-\eta)^2 - 0.06(1-\eta)^4 \quad (5)$$

所得含沙量垂线分布公式,不仅形成较为复杂,而且在河底仍为  $\infty$ 。

新近张红武提出如下掺长公式<sup>[3]</sup>:

$$l = C_m h \eta^{1/2} \quad (6)$$

式中  $C_m = 0.15$ 。

式(6)与式(5)结果非常接近,与尼古拉兹试验资料吻合良好,且公式形式简单,代入式(3),得

$$\epsilon_s = C_m h u_* \eta^{1/2} (1-\eta)^{1/2} \quad (7)$$

以式(7)代入式(2)得

$$\omega s^* + C_m u_* \eta^{1/2} (1-\eta)^{1/2} \frac{ds^*}{d\eta} = 0$$

即

$$\frac{ds^*}{s^*} = -\frac{\omega}{C_m u_*} \frac{d\eta}{\eta^{1/2}(1-\eta)^{1/2}}$$

积分可得

$$\ln s^* = \frac{2\omega}{C_m u_*} \arcsin(1-\eta)^{1/2} + C$$

当  $\eta = 0$  时,  $s^* = s_b^*$

则

$$C = \ln s_b^* - \frac{\pi\omega}{C_m u_*}$$

于是

$$s^* = s_b^* \exp\left[\frac{\omega}{C_m u_*} (2\arcsin(1-\eta)^{1/2} - \pi)\right] \quad (8)$$

式(8)表明,在水面  $\eta = 1$  时,  $s^* \neq 0$ ,只有在  $\frac{\omega}{C_m u_*}$  很大时才接近于0;在河底  $\eta = 0$  时,  $s^* \neq \infty$ ,而是一个有限值;在其他区域,若取式(4)中  $a = 0.05h$ ,则式(8)与式(4)的相对含沙量  $s^*/s_a^*$  比较如表1。由表可见:二式在总体上一致,在  $\eta = 0.4 \sim 0.5$  区间二式结果接近相等,在其下层式(8)的分布比式(4)要均匀,在其上层式(4)的分布比式(8)要均匀,细沙二式的差距较小,粗沙二式差距较大。总体看式(8)优于式(4),特别是在水面和河底较之为合理。

表1 式(8)与式(4)计算的相对含沙量  $s^*/s_a^*$  沿垂线分布

| $\frac{\omega}{\kappa u_*}$ | 公式  | $\eta$ |      |       |       |       |       |        |                    |                    |                    |                    |
|-----------------------------|-----|--------|------|-------|-------|-------|-------|--------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                             |     | 0.05   | 0.1  | 0.2   | 0.3   | 0.4   | 0.5   | 0.6    | 0.7                | 0.8                | 0.9                | 1.0                |
| 0.05                        | (8) | 1      | 0.97 | 0.94  | 0.91  | 0.88  | 0.86  | 0.84   | 0.82               | 0.79               | 0.76               | 0.70               |
|                             | (4) | 1      | 0.96 | 0.93  | 0.90  | 0.88  | 0.86  | 0.85   | 0.83               | 0.81               | 0.77               | 0                  |
| 0.10                        | (8) | 1      | 0.95 | 0.88  | 0.83  | 0.78  | 0.74  | 0.70   | 0.66               | 0.62               | 0.58               | 0.49               |
|                             | (4) | 1      | 0.93 | 0.86  | 0.81  | 0.78  | 0.74  | 0.72   | 0.68               | 0.65               | 0.60               | 0                  |
| 0.25                        | (8) | 1      | 0.88 | 0.73  | 0.63  | 0.54  | 0.47  | 0.41   | 0.35               | 0.30               | 0.26               | 0.17               |
|                             | (4) | 1      | 0.86 | 0.68  | 0.59  | 0.53  | 0.48  | 0.43   | 0.39               | 0.34               | 0.28               | 0                  |
| 0.50                        | (8) | 1      | 0.77 | 0.53  | 0.39  | 0.29  | 0.22  | 0.17   | 0.13               | 0.09               | 0.066              | 0.028              |
|                             | (4) | 1      | 0.69 | 0.46  | 0.35  | 0.28  | 0.23  | 0.19   | 0.15               | 0.12               | 0.076              | 0                  |
| 1.00                        | (8) | 1      | 0.60 | 0.28  | 0.16  | 0.083 | 0.049 | 0.028  | 0.016              | 0.008              | 0.004              | 0.0008             |
|                             | (4) | 1      | 0.47 | 0.21  | 0.12  | 0.079 | 0.053 | 0.035  | 0.023              | 0.013              | 0.006              | 0                  |
| 2.00                        | (8) | 1      | 0.36 | 0.079 | 0.023 | 0.008 | 0.003 | 0.0009 | $3 \times 10^{-8}$ | $8 \times 10^{-5}$ | $2 \times 10^{-5}$ | $6 \times 10^{-7}$ |
|                             | (4) | 1      | 0.22 | 0.044 | 0.015 | 0.006 | 0.003 | 0.001  | $5 \times 10^{-4}$ | $2 \times 10^{-4}$ | $3 \times 10^{-5}$ | 0                  |

## 2 水流挟沙能力及底部含沙量 $s_b^*$

式(8)中含有未知数  $s_b^*$ ,因而尚不能求出绝对含沙量值,必须另寻途径来确定  $s_b^*$ 。途径之一就是  $s_b^*$  与水流挟沙能力联系起来。

所谓水流挟沙能力,系指一定的水流所能挟带一定(粗细)的泥沙,使之达到饱和的那个临界含沙量值,这里以  $S_*$  表示,若以流量加权平均含沙量表示,其数学含义为

$$S_* = \int_0^1 s_*^* u d\eta / U \quad (9)$$

式中  $u$  为垂线任一点流速,  $U$  为垂线平均流速。

对于均匀流,若  $u$  的分布采用指数规律,即

$$u = (1 + m) U \eta^m \quad (10)$$

式中  $m$  通常取  $1/7$ , 以式(8)代入,则式(9)为

$$S_* = (1 + m) s_b^* \int_0^1 \eta^m e^{f(\eta)} d\eta \quad (11)$$

式中

$$f(\eta) = \frac{\omega}{C_m u_*} [2 \arcsin(1 - \eta)^{1/2} - \pi]$$

从物理意义上看,水流挟沙能力是运动水流的单位水体所能挟带悬移质的数量,是水流运动要素、泥沙要素的函数。其函数关系可以通过输沙平衡时的试验资料的回归分析确定,也可以通过某些理论分析确定。由一种广为应用的能量平衡原理可得到如下关系式:

$$S_* = K f \frac{\gamma_s \gamma}{\gamma_s - \gamma} \frac{U^3}{g R \omega} \quad (12)$$

式中  $K$  为挟沙系数,由试验资料确定,根据黄河、长江等实测资料可定为  $2.9 \times 10^{-3[4]}$ ;  $f$  为阻力系数( $f = 8(u_* / U)^2$ );  $\gamma$  及  $\gamma_s$  分别为水及泥沙的重率;  $R$  为水力半径。

式(12)与式(11)等价,因而  $s_b^*$  可求,即

$$s_b^* = K f \frac{\gamma_s \gamma}{\gamma_s - \gamma} \frac{U^3}{g R \omega} / (1 + m) \int_0^1 \eta^m e^{f(\eta)} d\eta \quad (13)$$

### 3 悬移质运动一维质量守恒方程

对式(1)沿水深积分可得一维质量守恒方程,在积分过程中,若采用传统的边界条件,即:

(1) 水面无泥沙交换,即  $y = h$  时

$$\omega s + \epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

(2) 河底泥沙扩散量为定值,即  $y = 0$  时

$$\epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y} = -\omega s_b^* \quad (15)$$

则式(1)的积分即为

$$\frac{\partial \bar{s}_h}{\partial t} + \frac{\partial (U \bar{s})}{\partial x} = -\alpha \omega \bar{s} / h + \alpha_* \omega S_* / h$$

式中  $\bar{s}_h$  为体积加权平均含沙量;  $\bar{s}$  为流量加权平均含沙量;  $\alpha$  及  $\alpha_*$  为底部含沙量与垂线平均含沙量之比,习惯称谓含沙量恢复饱和系数,即

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= s_b / \bar{s} \\ \alpha_* &= s_b^* / S_* \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

假定  $\partial \bar{s}_h / \partial t \approx \partial \bar{s} / \partial t$ ;  $\alpha = \alpha_*$ , 最终可得

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(US)}{\partial x} = -\frac{\alpha\omega}{h}(S - S_*) \quad (17)$$

式中

$$S = \bar{s}$$

式(17)即为常见的一维悬移质运动质量守恒方程。

在挟沙水流中, 悬浮泥沙在重力作用下不断下沉, 其单位时间穿过单位截面下沉的泥沙数量为  $\omega s$ ; 在紊动扩散作用下, 由于含沙量上稀下浓的梯度存在, 高浓度区域的泥沙要不断向低浓度区域扩散, 单位时间穿过单位截面上升的泥沙数量为  $-\epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y}$  ( $\frac{\partial s}{\partial y}$  为负值)。当上升和下沉的泥沙数量相等, 即所谓平衡时, 水体中的泥沙浓度和含沙量分布梯度均恒定不变, 此时水体中的含沙量称为饱和含沙量( $s_*$ )。

当上升和下沉的泥沙数量不相等, 即所谓不平衡输沙时, 水体中泥沙浓度及含沙量分布梯度( $\frac{\partial s}{\partial y}$ ) 都在不断变化。过饱和时,  $\left| \frac{\partial s}{\partial y} \right| < \left| \frac{\partial s_*}{\partial y} \right|$  (饱和梯度), 下降的泥沙数量大于上升的泥沙数量, 水体中泥沙浓度不断减小,  $\left| \frac{\partial s}{\partial y} \right|$  由小于  $\left| \frac{\partial s_*}{\partial y} \right|$  而趋于  $\left| \frac{\partial s_*}{\partial y} \right|$ , 即向饱和转化; 次饱和时, 上升的泥沙数量大于下降的泥沙数量, 水体中泥沙浓度不断增大(河床可冲时),  $\left| \frac{\partial s}{\partial y} \right|$  由大于  $\left| \frac{\partial s_*}{\partial y} \right|$  而趋于  $\left| \frac{\partial s_*}{\partial y} \right|$ , 也向饱和转化。

在不平衡输沙条件下, 水体中任一空间的含沙量及其分布梯度都在变化着, 水面( $\eta = 1$ )及河底( $\eta = 0$ )也不例外, 因而式(14)及式(15)均不能成立。

人们常常用更简明的方法, 如图 1(a) 所示, 直接写出下列沙量平衡方程:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\partial(US)}{\partial x} + [(\epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y})_{y=0} - \omega s_{y=0}] / h \quad (A)$$

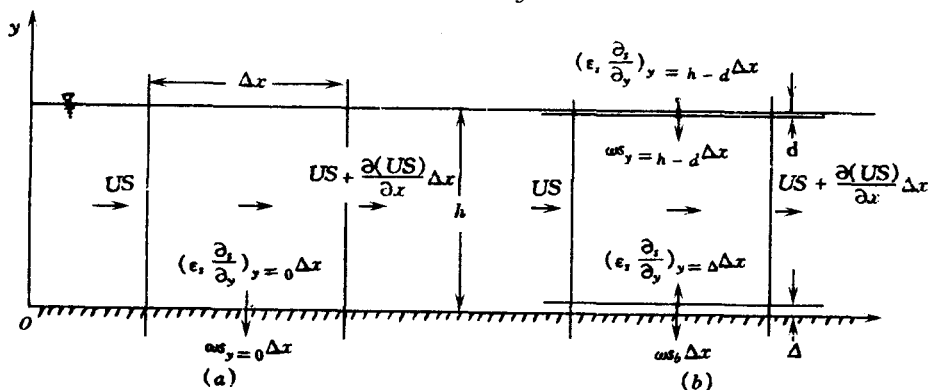


图 1 二度恒定流沙量平衡示意

图中直接显示水面无泥沙交换, 即以式(14)为上边界条件, 若以式(15)为下边界条件, 式(A)即是式(17)。

实际上, 在  $y = 0$  处,  $\epsilon_s = 0$ , 无紊动扩散; 在  $y = h$  处, 空气与水之间也无泥沙交换, 因此

以水面和床面作上、下边界均无实际意义,如将上边界下移一个泥沙粒径  $d$  的高度,下边界上移一个推移层厚度  $\Delta$ ,如图 1(b) 所示,则上、下界面都有泥沙进出,沙量平衡方程就应是

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\partial(US)}{\partial x} - [(\epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y})_{y=h-d} - (\epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y})_{y=\Delta}]/h + \omega(s_{y=h-d} - s_b)/h \quad (B)$$

式中  $s_{y=h-d}$  实际就是水面含沙量  $s_0$ ;  $s_b$  是河床底部悬移层和推移层界面处的悬移质含沙量。式(B) 就是式(1) 的沿水深积分。

不论输沙平衡与否,垂线含沙量分布的总趋势是一致的,总是上稀下浓,因而可以假定非饱和含沙量梯度与饱和含沙量梯度成比例,即

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial y} &= \beta \frac{\partial s^*}{\partial y} \\ \epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y} &= \beta \epsilon_s \frac{\partial s^*}{\partial y} \end{aligned} \quad (18)$$

式中  $\beta$  为比例系数,可以理解为含沙量饱和程度的判别数,过饱和时  $\beta < 1$ ,次饱和时  $\beta > 1$ ,饱和时  $\beta = 1$ ,愈远离饱和  $\beta$  愈远离 1。

以式(18) 及式(12) 代入式(1),假定  $\beta$  沿水深为常数,由于  $d + \Delta$  与  $h$  相比可以忽略,则式(1) 沿水深积分可得

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(US)}{\partial x} = -\alpha \omega S/h + \beta \alpha_* \omega S_*/h \quad (19)$$

此即式(B),式中  $\alpha$  及  $\alpha_*$  在这里与式(16) 不再相同,由积分上、下限可得:

$$\begin{aligned} \alpha &= (s_b - s_0)/S \\ \alpha_* &= (s_b^* - s_0^*)/S_* \end{aligned}$$

式中  $s_0$  及  $s_0^*$  为含沙量及饱和含沙量在水面值,以式(8) 及式(11) 代入,可得:

$$\alpha_* = \frac{7}{8} (1 - e^{-\pi \omega / C_m u_*}) / \int_0^1 \eta^{1/7} e^{f(\eta)} d\eta \quad (20)$$

令

$$k = \beta \alpha_* / \alpha$$

则式(19) 即为

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(US)}{\partial x} = -\frac{\alpha \omega}{h} (S - k S_*) \quad (21)$$

综合系数  $k$  是个接近于 1 的数,次饱和时  $\beta > 1$ ,  $\alpha > \alpha_*$ ,且  $\beta$  愈大  $\alpha$  必愈大,故  $\beta \alpha_* / \alpha \approx 1$ ;过饱和时  $\beta < 1$ ,  $\alpha < \alpha_*$ ,且  $\beta$  愈小  $\alpha$  也愈小,故  $\beta \alpha_* / \alpha \approx 1$ 。实践经验表明,冲刷计算时  $k$  可取 0.8 ~ 1.0,淤积计算时  $k$  可取 1.2 ~ 1.0。由于式(21) 中系数  $k$  的影响,以往人们以此理解为冲刷时挟沙能力小,淤积时挟沙能力大,显然这是一种误解。

系数  $\alpha$  是个与含沙量饱和状态与程度有关的数,不易确定,但一般与  $\alpha_*$  相去不是很远,可用式(20) 进行估算,而后再由实测资料进行确定。

由式(20) 计算出  $\alpha_*$  与  $\omega / \kappa u_*$  的关系如图 2,图

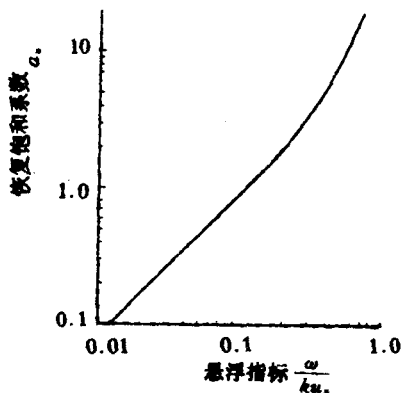


图 2  $\alpha_*$  与  $\frac{\omega}{\kappa u_*}$  关系

中曲线当  $\omega/\kappa u_* < 0.15$  时,可由下式表示:

$$\alpha_* = 10 \left( \frac{\omega}{\kappa u_*} \right)^{1.04} \quad (22)$$

图 2 及式(22)表明,当  $\omega/\kappa u_* \leq 0.11$  时,  $\alpha_* \leq 1.0$ ,而式(16)中的  $\alpha_*$  是个恒大于 1 的数。若取  $u_* = 5 \text{ cm/s}$ ,由式(22)可求得  $\alpha_*$  与粒径  $d$  的关系如表 2。

表 2  $\alpha_*$  与  $d$  的关系 ( $u_* = 5 \text{ cm/s}$ )

|                |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| $d(\text{mm})$ | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.02 | 0.01 |
| $\alpha_*$     | 1.24 | 0.90 | 0.62 | 0.39 | 0.21 | 0.09 | 0.02 |

我国长江、黄河及汉江等细沙河流在中水期  $u_*$  多在  $5 \text{ cm/s}$  左右,在河床变形的数值模拟中,根据经验通常在淤积计算时取  $\alpha = 0.25 \sim 0.50$ ,冲刷计算时取  $\alpha = 0.75 \sim 1.0$ 。由于天然河流中的悬移质是非均匀沙,  $\alpha_*$  应是不同粒径的加权,淤积时悬沙较细,且  $\alpha < \alpha_*$ ,故  $\alpha$  较小,冲刷时有床沙加盟,悬沙较粗,且  $\alpha > \alpha_*$ ,故  $\alpha$  较大。可见理论计算与实际经验是一致的,这就澄清了长期对  $\alpha$  系数的疑惑不解,使  $\alpha$  系数有了可操作性,可提高数值模拟的精确性。

#### 4 剖面二维质量守恒方程的应用型

式(1)为剖面二维质量守恒方程的基本形式,如采用式(18)的假定,并利用式(2),即

$$\epsilon_s \frac{\partial s}{\partial y} = \beta \epsilon_s \frac{\partial s^*}{\partial y} = -\beta \omega s^*$$

可得

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial(us)}{\partial x} = \omega \frac{\partial}{\partial y} (s - \beta s^*) \quad (23)$$

式中

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\partial s}{\partial y} / \frac{\partial s^*}{\partial y} \approx \left( \frac{\Delta s}{\Delta s^*} \right)_y \\ s^* &= \frac{7}{8} S_* e^{f(\eta)} / \int_0^1 \eta^{1/7} e^{f(\eta)} d\eta \\ S_* &= Kf \frac{\gamma_s \gamma}{\gamma_s - \gamma} \frac{U^3}{gR\omega} \\ f(\eta) &= \frac{\omega}{C_m u_*} [2 \arcsin(1 - \eta)^{1/2} - \pi] \end{aligned}$$

当河段进口  $x = x_0$  处垂线含沙量分布及流速分布已知时,式(23)便可进行数值解。剖面二维不仅可以得到剖面含沙量场,更重要的是当垂线流速分布不服从对数规律时,可得到更为精确的河段进出沙量和河床冲淤量。

#### 5 小结

基于剖面二维悬移质运动扩散方程,采用较符合实际的假定,获得下列实用型方程:

(1) 在恒定均匀流的输沙平衡条件下,引入张红武的掺长假定,可以获得计算简便的含沙

量垂线分布公式(8),该式总体上与劳斯公式计算结果相近,但在水面  $s_0 \neq 0$ ,在河底  $s_b \neq \infty$ ,概念上比劳斯公式合理,更具有适用价值。

(2) 根据饱和含沙量与水流挟沙能力概念的统一,可以得到饱和含沙量的底部含沙量公式(13)。

(3) 在不平衡输沙条件下,对剖面二维方程沿水深积分得到一维悬移质运动质量守恒方程。前人所采用的积分上、下边界条件有误,导致方程中  $\alpha$  系数与实际不符和对水流挟沙能力的误解,本文所得的方程(21)能使理论和实际相统一,可提高计算的可操作性。

(4) 给出了含沙量恢复饱和系数  $\alpha$  的理论计算公式(20),与计算经验相吻合。

(5) 给出了剖面二维悬移质运动质量守恒方程的实用型方程(23),易于操作。

### 参 考 文 献

- [1] 倪晋仁等. 固液两相流基本理论及其最新应用. 北京: 科学出版社, 1991
- [2] 张瑞瑾. 河流泥沙动力学(第二版). 北京: 水利电力出版社, 1998
- [3] 张红武. 河工模型变率及弯道环流的研究. 见: 黄河水利委员会水利科学研究所《科学研究论文集》(第一集). 郑州: 河南科学技术出版社, 1989
- [4] 窦国仁等. 潮流和波浪的挟沙能力. 科学通报. 1995, 40(5): 443 ~ 446

# 平面二维悬移质运动扩散方程\*

平面二维悬移质扩散方程是河床变形计算的基本方程之一,在二维泥沙数值模拟中已得到广泛应用。目前流行的方程有的由一维泥沙连续方程扩展而得;有的由微小底面积柱体元的沙量平衡而得;也有的由三维泥沙扩散方程沿水深积分而得。由后者所得方程,其各物理量概念清晰。工程界常用的平均含沙量有体积加权(积深法)和流量加权(输沙率法)两种,这两种含沙量所表示的平面二维方程有何差别,可通过方程的演绎予以说明。

众所周知,三维泥沙运动扩散方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_{sx} \frac{\partial s}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\epsilon_{sy} \frac{\partial s}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_{sz} \frac{\partial s}{\partial z}) - \\ & \left[ \frac{\partial}{\partial x}(us) + \frac{\partial}{\partial y}(vs) + \frac{\partial}{\partial z}(ws) \right] + \frac{\partial}{\partial z}(\omega s) \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $s$  为空间任一点的时均含沙量;  $u, v, w$  和  $\epsilon_{sx}, \epsilon_{sy}, \epsilon_{sz}$  分别为  $x, y, z$  方向上的空间任一点的时均流速和泥沙扩散系数;  $\omega$  为泥沙沉降速度。

## 1 平均含沙量以体积加权方式表示

对式(1)沿水深积分,即从河底(接近床面而又非床面的推移层上界面) $z_b$  积到水面 $\zeta$ 。式中各项积分(应用莱布尼兹法则)分别为:

(1) 第①项

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial s}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t}(Sh) - s \left|_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + s \right|_{z_b} \frac{\partial z_b}{\partial t}$$

式中  $h$  为水深,  $S$  为积深(体积加权)平均含沙量即

$$S = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{\zeta} s dz \quad (2)$$

(2) 第②和③项为:

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_{sx} \frac{\partial s}{\partial x}) dz \approx \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{\zeta} \epsilon_{sx} \frac{\partial s}{\partial x} dz$$

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial y}(\epsilon_{sy} \frac{\partial s}{\partial y}) dz \approx \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_b}^{\zeta} \epsilon_{sy} \frac{\partial s}{\partial y} dz$$

(3) 在进行第④项各分时,假定非饱和含沙量垂线梯度与饱和含沙量垂线梯度成比例,利用平衡状态时泥沙连续方程可得<sup>[1]</sup>

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_{sz} \frac{\partial s}{\partial z}) dz = \int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial z}(\beta \epsilon_{sz} \frac{\partial s^*}{\partial z}) dz = -\beta(\omega s^*) \Big|_{z_b}^{\zeta} = \beta \alpha_* S_*$$

式中  $\beta$  为比例系数;  $s^*$  为垂线上任一点饱和含沙量;  $S_*$  为饱和含沙量的体积加权平均值,

\* 本文撰写于1999年,未发表。

即水流挟沙能力(以体积加权方式表示); $\alpha_*$  为饱和含沙量垂线分布不均匀系数,即

$$\alpha_* = (s_{z_b}^* - s_\zeta^*)/S_*$$

若垂线含沙量分布取用下式<sup>[1]</sup>

$$s^* = s_{z_b}^* \exp\left\{\frac{8}{3}z_* [2\arcsin(1-\eta)^{1/2} - \pi]\right\} \quad (4)$$

$$z_* = \frac{\omega}{\kappa u_*}$$

式中  $\kappa$  为卡曼常数; $u_*$  为摩阻流速。

$$\alpha_* = [\exp(\frac{8}{3}\pi z_*) - 1] / \int_0^1 f(\eta) d\eta \quad (5)$$

$$f(\eta) = \exp\left[\frac{16}{3}z_* \arcsin(1-\eta)^{1/2}\right] \quad (6)$$

(4) 第⑤和第⑥项积分

令

$$u(v) = U(V) + U'(V')$$

$$s = S + S'$$

式中  $U(V)$  为纵(横)向垂线平均流速, $U'(V')$  为平均流速对点流速  $u(v)$  的偏离; $S'$  为平均含沙量  $S$  对点含沙量  $s$  的偏离。

考虑到

$$\int_{z_b}^{\zeta} U' dz = \int_{z_b}^{\zeta} V' dz = \int_{z_b}^{\zeta} S' dz = 0$$

于是

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial x}(us) dz = \frac{\partial}{\partial x}(USh) + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{\zeta} U'S' dz - (us) \Big|_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (us) \Big|_{z_b} \frac{\partial z_b}{\partial x}$$

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial y}(vs) dz = \frac{\partial}{\partial y}(VSh) + \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_b}^{\zeta} V'S' dz - (vs) \Big|_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + (vs) \Big|_{z_b} \frac{\partial z_b}{\partial y}$$

(5) 第⑦和第⑧项积分为

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial z}(ws) dz = (ws) \Big|_{z_b}^{\zeta}$$

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial z}(ws) dz = (ws) \Big|_{z_b}^{\zeta} = -\alpha\omega S$$

式中

$$\alpha = (s_{z_b} - s_\zeta)/S$$

(6) 考虑到水面  $\zeta$  及床面  $z_b$  微元体的质量守恒(水流连续)应有:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \Big|_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \Big|_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = w \Big|_{\zeta}$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + u \Big|_{z_b} \frac{\partial z_b}{\partial x} + v \Big|_{z_b} \frac{\partial z_b}{\partial y} = w \Big|_{z_b}$$

(7) 在第⑤和第⑥项积分中出现了  $U'S'$  和  $V'S'$  项。根据泰勒假定<sup>[2]</sup>, 令

$$E_{sx} \frac{\partial s}{\partial x} = -U'S' + \epsilon_{sx} \frac{\partial s}{\partial x}$$

$$E_{sy} \frac{\partial s}{\partial y} = -V'S' + \epsilon_{sy} \frac{\partial s}{\partial y}$$

式中  $E_{sx}$  和  $E_{sy}$  称为纵向和横向离散系数,是流速分布不均性的函数,远比紊动扩散系数  $\epsilon_{sx}$  和  $\epsilon_{sy}$  为大。

假定  $E_{sx}$  和  $(E_{sy})$  不是  $z$  的函数,则

$$-\int_{z_b}^{\zeta} U'S' dz + \int_{z_b}^{\zeta} \epsilon_{sx} \frac{\partial s}{\partial x} dz = \int_{z_b}^{\zeta} E_{sx} \frac{\partial s}{\partial x} dz \approx E_{sx} \frac{\partial}{\partial x} (Sh)$$

$$-\int_{z_b}^{\zeta} V'S' dz + \int_{z_b}^{\zeta} \epsilon_{sy} \frac{\partial s}{\partial y} dz \approx E_{sy} \frac{\partial}{\partial y} (Sh)$$

根据以上第(1)~第(7)条的解析,可得含沙量以体积加权方式表示的平面二维扩散方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (Sh) + \frac{\partial}{\partial x} (USh) + \frac{\partial}{\partial y} (VSh) + \alpha\omega (S - kS_*) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} [E_{sx} \frac{\partial}{\partial x} (Sh)] + \frac{\partial}{\partial y} [E_{sy} \frac{\partial}{\partial y} (Sh)] \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$k = \beta\alpha_*/\alpha \quad (8)$$

## 2 平均含沙量以流量加权方式表示

以流量加权方式表示的含沙量为

$$\begin{aligned} S_q &= \frac{1}{q_x} \int_{z_b}^{\zeta} us dz = S + \frac{1}{q_x} \int_{z_b}^{\zeta} U'S' dz \\ &= \frac{1}{q_y} \int_{z_b}^{\zeta} ux dz = S + \frac{1}{q_y} \int_{z_b}^{\zeta} V'S' dz \end{aligned} \quad (9)$$

式中

$$q_x = Uh; q_y = Vh$$

对式(1)沿水深积分,各项分别为:

(1) 在第①项积分中

$$\frac{\partial}{\partial t} (Sh) \approx \frac{\partial}{\partial t} (S_q h) + \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{E_{sx} - \epsilon_{sx}}{U} \frac{\partial}{\partial x} (Sh) \right]$$

(2) 同样假定  $\epsilon_{sx}$ 、 $\epsilon_{sy}$  的不是  $z$  的函数,则第②和第③项的积分为:

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_{sx} \frac{\partial s}{\partial x}) dz \approx \frac{\partial}{\partial x} \left[ \epsilon_{sx} \frac{\partial}{\partial x} (S_q h) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \epsilon_{sx} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{E_{sx} - \epsilon_{sx}}{U} \frac{\partial}{\partial x} (Sh) \right] \right\}$$

$$\int_{z_b}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_{sy} \frac{\partial s}{\partial y}) dz \approx \frac{\partial}{\partial y} \left[ \epsilon_{sy} \frac{\partial}{\partial y} (S_q h) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \epsilon_{sy} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{E_{sy} - \epsilon_{sy}}{V} \frac{\partial}{\partial y} (Sh) \right] \right\}$$

(3) 第④项积分