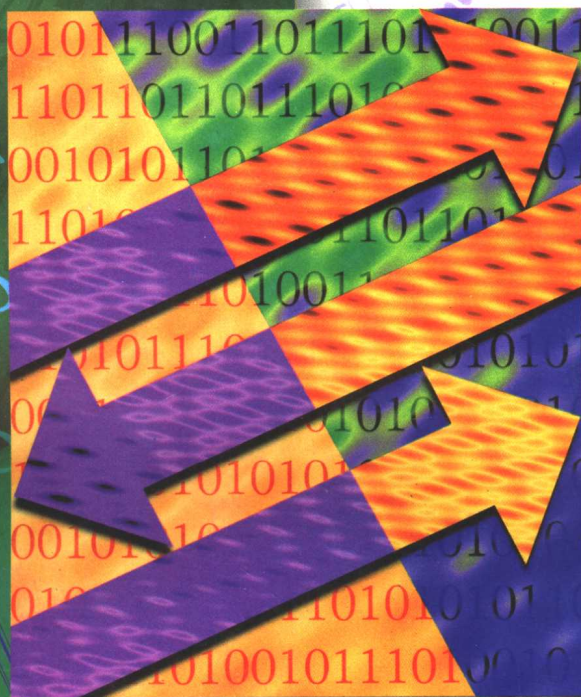


数据采集系统

邵钟武 柴勤忠 马晓敏 编



石油大学出版社

数 据 采 集 系 统

邵钟武 柴勤忠 马晓敏 编

石 油 大 学 出 版 社

数据采集系统

邵钟武 柴勤忠 马晓敏 编

*

石油大学出版社出版

(山东省东营市)

新华书店发行

石油大学出版社照排室排版

石油大学印刷厂印刷

开本 787×1092¹/₁₆ 16.125印张 410千字

1994年4月第1版 1998年4月第2版 1998年4月第2次印刷

印数 2501—3000册

ISBN 7-5636-1142-8/TP·70

定价:19.00元

前 言

随着计算机与数字技术的发展,在生产与生活各个领域中所采用的监测与控制系统,已逐步从模拟式转向称为数据采集系统 DAS(Data Acquisition System)的数字式系统。因而,学会设计与应用 DAS 已成为电子技术应用专业的学生和其他从事有关测量或系统控制的工程技术人员必备的专业知识。

现在的 DAS 通常是以计算机或微处理器为基础的。DAS 所涉及的知识基本上已包含在电子类专业的各门基础课中。比如,在 DAS 中用到的采样理论在信号与系统课中论述过;在 DAS 中所用到的各种硬件,如放大器、振荡器、A/D 转换器等结构原理在模拟或数字电路等课程中介绍;网络综合及数字信号处理等课程对信号的滤波方法均有详尽的介绍。不过这并不说明没有必要开设一门必修课来专门介绍 DAS。我们在指导以往历届本科生的毕业设计时强烈地感到,学生从一门课一门课的学,到综合运用各门课的知识解决实际问题,存在着一个不小的距离,迫切需要采取一些有力的措施来帮助学生缩短这个距离。这就是在 1989 年以后在石油大学的电子应用技术专业的本科教学计划中增加数据采集系统这门课的目的。由此可见,DAS 这门课与其他各门课不一样,其他各门课都是给学生介绍某一方面的知识,学生学习这些课主要是获得某种新的知识财富,但 DAS 这门课的主要目的不是给学生增加新的知识财富,而是帮助他们巩固、深化所学的知识,帮助他们把在各门课中分散学到的理论综合起来以解决实际问题。换句话说,这门课的主要目的是为了“盘活”学生多年学习所积累的“存量资产”。这门课的开设起到了我们希望的作用,从 1991 年起它已从电子技术专业的选修课改为必修课,并列为有关专业研究生的选修课。

本书是在原数据采集系统讲义的基础上修改完成的,这次再版时对 1994 年初版中的错误作了改正。本书的第二、三、四、五、六和第九章由邵钟武执笔;第一、七、十一章和附录由柴勤忠执笔(其中 11-7-2 节为王延江所写);第八和第十两章由马晓敏编写。

邵 钟 武

1998 年 4 月

目 录

第一章 数据采集系统概述.....	1
§ 1-1 数据采集系统的构成	1
§ 1-2 数据处理	2
第二章 采样与采样/保持器	4
§ 2-1 概述	4
§ 2-2 信号的频谱	4
2-2-1 傅里叶变换的定义	5
2-2-2 几个重要函数的傅里叶变换	6
§ 2-3 采样定理	9
2-3-1 理想采样	9
2-3-2 理想采样的频谱	10
2-3-3 频谱混淆(Aliasing)	11
2-3-4 采样定理	12
§ 2-4 窄带信号的采样	14
§ 2-5 孔径时间	16
§ 2-6 采样/保持器(S/H)	18
2-6-1 S/H 的结构原理	19
2-6-2 S/H 的主要特性参数	20
2-6-3 采样/保持器集成芯片	21
2-6-4 采样/保持器的选用	23
习题	24
第三章 量化与量化器	26
§ 3-1 量化的基本概念	26
§ 3-2 编码	27
§ 3-3 量化误差	29
§ 3-4 逐次逼近式 A/D 转换器	32
3-4-1 基本原理	32
3-4-2 逐次逼近式 A/D 转换器集成芯片	33
§ 3-5 双斜积分式 A/D 转换器(The Dual slope Integrating ADC)	39
3-5-1 基本原理	39
3-5-2 集成化双斜积分式 A/D 转换器集成芯片	41
§ 3-6 电压-频率转换器(VFC 或 V/F)	42
3-6-1 VFC 的原理	42
3-6-2 用 VFC 作 A/D 转换	44
3-6-3 VFC 集成芯片	45

§ 3-7 A/D 转换器的调整	51
习题	52
第四章 数-模转换	53
§ 4-1 理想的信号恢复	53
§ 4-2 实际的恢复方法	55
4-2-1 零阶保持器	55
4-2-2 其他形式的信号恢复法	56
4-2-3 均方根(RMS)恢复误差	58
§ 4-3 数据采集基本参数设计举例	58
§ 4-4 数-模转换器(DAC)	60
4-4-1 DAC 的原理	60
4-4-2 DAC 的有关参数和术语	61
§ 4-5 DAC 集成芯片	63
4-5-1 AD1408	64
4-5-2 AD7524	64
4-5-3 DAC0832	65
4-5-4 AD7543(串行输入的 D/A 芯片)	66
习题	67
第五章 信号调理	68
§ 5-1 运算放大器	68
5-1-1 放大器的基本组态及其增益	68
5-1-2 失调与零漂	70
5-1-3 放大器的噪声	70
5-1-4 带宽与摆率	72
§ 5-2 测量放大器(数据放大器)	74
5-2-1 测量放大器的组成原理	74
5-2-2 单片测量放大器	76
§ 5-3 低漂移放大器	78
5-3-1 动态校零放大器的原理	78
5-3-2 单片自动稳零运算放大器	79
§ 5-4 光电耦合器	81
5-4-1 发光二极管-光敏电阻耦合器件	81
5-4-2 二极管-三极管型光电耦合器	83
§ 5-5 磁耦合隔离放大器	87
5-5-1 调制与解调的基本原理	87
5-5-2 Model 277 隔离放大器	88
§ 5-6 电压比较器	89
5-6-1 电压比较器的原理	89
5-6-2 LM 139 系列比较器芯片	90
5-6-3 基本比较电路	91

习题	93
第六章 多路开关	94
§ 6-1 电气机械式多路开关	94
6-1-1 步进选择器与电驱动换接器	94
6-1-2 舌簧继电器	95
§ 6-2 半导体开关	96
6-2-1 二极管桥开关	96
6-2-2 结型场效应管(J-FETS)	97
6-2-3 P-和 N-MOS 场效应管	97
6-2-4 CMOS 模拟开关	98
§ 6-3 多路模拟开关集成芯片	99
6-3-1 AD7501,AD7503	99
6-3-2 AD7502	100
6-3-3 CD4501	100
§ 6-4 多路开关的电路特性	100
6-4-1 泄漏	101
6-4-2 交流或动态响应	102
6-4-3 源负载效应误差	103
6-4-4 串扰	104
6-4-5 其他特性与问题	104
习题	105
第七章 接口设计	106
§ 7-1 I/O 寻址方式	106
7-1-1 隔离 I/O 寻址方式	106
7-1-2 内存映像 I/O 寻址方式	107
7-1-3 两种寻址方式的比较	107
§ 7-2 I/O 数据传送的控制方式	108
7-2-1 定时方式(Timing Mode)	108
7-2-2 查询方式(Polling Mode)	109
7-2-3 中断方式(Interrupt Mode)	111
7-2-4 直接存储器存取方式(DMA Mode)	111
7-2-5 传送方式的选择	112
§ 7-3 总线	113
7-3-1 S100 总线	114
7-3-2 IBM-PC 总线	114
7-3-3 STD 总线	122
7-3-4 MCS51 单片机总线结构	126
7-3-5 外部总线	128
§ 7-4 I/O 端口地址译码	131
7-4-1 固定地址译码	131

7-4-2 开关可选译码电路	133
7-4-3 线选法译码	133
§ 7-5 ADC 与微机系统接口	133
7-5-1 接口设计要求	135
7-5-2 内含三态缓冲器 ADC 的接口电路	138
7-5-3 不带三态门或带有无片外控制端的 ADC 接口电路	141
7-5-4 V-F 转换器与微机的接口电路	144
§ 7-6 数字量输入接口电路	145
7-6-1 频率检测接口	145
7-6-2 开关量检测接口	146
7-6-3 BCD 码拨盘接口电路	148
§ 7-7 DAC 与微机接口	148
7-7-1 不具有输入锁存器的 DAC 与微机的接口	149
7-7-2 具有输入锁存器的 DAC 与微机的接口	152
习题	155
第八章 采集系统的抗干扰	160
§ 8-1 干扰源及其传播途径	160
§ 8-2 采集系统抗干扰的一般措施	161
8-2-1 在干扰源处抑制干扰	162
8-2-2 在干扰传播途径中抑制干扰	163
§ 8-3 数字电路的抗干扰	168
8-3-1 几种逻辑电路干扰的抑制	168
8-3-2 总线的抗干扰	170
§ 8-4 系统安装及印刷线路设计中的抗干扰	172
8-4-1 系统各部件的安排与连接	172
8-4-2 印刷线路板设计注意事项	172
习题	173
第九章 测量数据的分类与处理	174
§ 9-1 确定性测量数据	174
9-1-1 周期性信号	174
9-1-2 准周期信号	175
9-1-3 非周期信号	176
§ 9-2 随机信号	177
9-2-1 随机信号的分类	177
9-2-2 均值与均方值的估计	178
9-2-3 概率密度的估计	179
§ 9-3 测量数据的预处理	180
9-3-1 剔除原始数据中的奇异项	181
9-3-2 去除或提取测量数据的趋势项	181
§ 9-4 数字滤波	183

9-4-1 数字滤波器的结构与表达	184
9-4-2 非递归数字滤波器的设计	185
9-4-3 平滑滤波	187
习题	188
第十章 数字控制系统	189
§ 10-1 计算机控制的一般概念	189
10-1-1 自动控制系统的结构	189
10-1-2 计算机控制系统的特点	189
§ 10-2 简单控制系统的实现	190
§ 10-3 简单伺服机构的分析	192
10-3-1 一阶伺服机构	192
10-3-2 二阶伺服机构	192
§ 10-4 控制算法	194
10-4-1 PID 控制规律	194
10-4-2 数字 PID 控制算法	195
10-4-3 PID 参数的整定	197
习题	198
第十一章 数据采集系统的设计	200
§ 11-1 系统设计的一般原则	200
11-1-1 系统总体方案设计	200
11-1-2 硬件设计中应注意的问题	201
11-1-3 软件设计中的注意事项	201
§ 11-2 系统通道的结构方案	203
11-2-1 A/D 通道的结构方案	203
11-2-2 D/A 通道的结构方案	205
§ 11-3 系统的误差分配及速度估算	207
11-3-1 系统的误差分配	207
11-3-2 速度估算	211
§ 11-4 程序设计	211
11-4-1 软件设计过程	211
11-4-2 混合语言编程技术	212
11-4-3 建立文件	221
§ 11-5 板级产品的数据采集系统	222
11-5-1 基于 MS1214A 接口板的数据采集系统	222
11-5-2 基于 IEEE488 接口卡的自动测试系统	228
§ 11-6 高速数据采集系统	230
11-6-1 采用 DMA 技术的数据采集系统	230
11-6-2 采用双端口 RAM 技术的高速数据采集	232
§ 11-7 综合应用实例	233
11-7-1 MCS51 数据采集系统	233

11-7-2 多通道 DMA 方式高速采集系统	237
附录	240
一、S100 总线	240
二、STD 总线	243
三、IEEE-488 总线	244
四、RS232 串行总线	245
五、典型的 I/O 通用集成芯片	246
参考文献	248

第一章 数据采集系统概述

当今世界最伟大的科技进步之一是大规模集成电路与电子计算机的普及应用。尤其是近20年来微型计算机(包括单板机、单片机)出现和性能的迅速改进,使得计算机更快地深入到社会生活的各个方面,推动着科学技术的发展,整个社会迎来了信息时代。为了把需要处理的信息输入给计算机,把计算机处理的结果输出到所需的场所,就需要一系列输出、输入设备(计算机外围设备)来完成信息的调理、采样、A/D、D/A 转换、打印、显示等工作。这些处理信息的输入输出设备与计算机一起就构成一个数据采集系统(Data Acquisition System)DAS。现在,在市面上已有与各种计算机和总线系统适配的,构成 DAS 中各种功能的大规模集成电路(LSI)芯片(模块)及设备出售,也有完全组装好的,专用或通用的工业控制机。制造 DAS 所需的各种器件与设备已形成一种崭新的工业,其产值在成倍地增长。因而,设计、制作、调试 DAS 已成为应用电子技术专业的学生的一项主要技术工作。

§ 1-1 数据采集系统的构成

一个数据采集系统(DAS)的结构随其用途而不同。图 1-1 所示为一个一般的 DAS 框图。

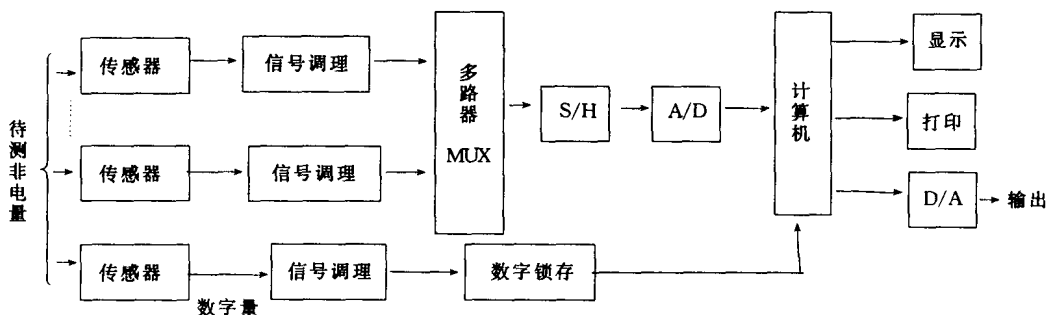


图 1-1 DAS 的框图

其中,传感器的作用是把待测的非电量(如温度、压力、流量、位移等)转化为电量(电流、电压、频率等)。传感器(sensor)常称为一次仪表,它的输出可以是模拟量,也可以是开关量或数字量。因为计算机只能接收规定形式的数字信号。所以对传感器送来的模拟信号,先要经过信号调理(Signal Conditioning),将信号放大(或衰减)、滤波等,使之满足 A/D 转换器输入的要求,再经 A/D 转换送入计算机。当被采集的参数物理量为变化较快的时变信号时,在 A/D 前应加采样/保持器(S/H)。为降低成本,在不要求高速采样的场合下,一般采用图 1-1 中所示的多路输入共用 S/H 与 A/D 的方案,用模拟开关(多路器 MUX)分时选通各通道,巡回检测各路参数。如果传感器输出的就是数字量,一般也需经过数字信号调理,将信号整形或调整电平,变为计算机可接受的信号,并经缓冲、锁存再送到计算机相应的 I/O 口。采集的数据经计算机处理后,其结果经适当分配输出给打印、显示及其他器件,以供人们观察、分析或实现闭环控制。整

个数据的采集过程和数据处理及输出均在微机控制下进行,所以微机系统是 DAS 的核心部分。

由于实际中对采集系统的要求不同,DAS 的结构还可有其他的方案,如适于高速采样要求的各路输入均有单独的信号调理与 A/D 变换的 DAS、各路均有 S/H 的多路同时采样的 DAS 等,即使在同一类方案中,根据实际要求对某些功能块也可以有不同的增舍。

如果计算机的输出还用于控制执行机构以调节被控系统的参数,这时的整个系统就成为计算机控制系统。被监测或控制的物理系统称作过程,被控系统的物理参数称为过程变量。例如,一个炼油自动化系统,原油的化学成分、流量、油温、油压等就是过程变量,而过程控制就是按一定的控制规律控制这些过程变量,以最合理的生产过程生产出高质量的产品。

图 1-2 所示为单回路微机过程控制系统。在这样的系统中,计算机是系统的核心部件,它既控制着整个系统有条不紊地对过程参数进行测量,反馈后与给定量进行比较,还作为控制系统调节器进行运算产生控制信号,为过程提供反馈校正。控制系统中的调节是逐拍进行的,在每一采样周期内,完成过程参数的采集转换,完成一个控制节拍的调节计算,并给出调节量的输出。这时计算机和 DAS 都是控制环的一部分,操作人员通过操作台以人机对话方式输入控制的给定量,调用显示和输出,校核计算机显示的信息和处理报警。在这种控制系统中,计算机完全取代了模拟调节器的作用,用计算机内的数字算法代替模拟调节器的调节特性,计算机的输出经 D/A 转换后直接驱动模拟控制器(执行机构),对过程进行控制。所以这种控制系统称

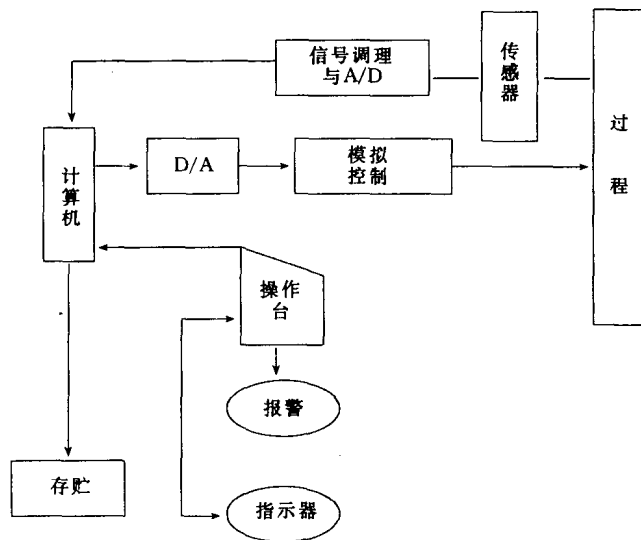


图 1-2 直接数字控制系统

为直接数字控制系统,简称 DDC(Direct Digital Control)。

§ 1-2 数据处理

数据采集系统中的计算机除了用于指挥信道的转换,起动 D/A、A/D 等输入输出控制以外,其主要任务是进行数据处理。编制数据采集系统 DAS 的数据处理软件是设计制作 DAS 的一项主要工作。这些软件可以用各种高级语言编程,但常常由于要实时地得到计算结果而不得

不采用汇编语言(机器语言)。在采用单板机或单片机时也只能用汇编语言编程。

数据处理软件的主要任务是:

(1) 进行系数整定,恢复原来的物理形式。过程的特征物理量(温度、压力、流量、位移等)经传感器转化为电量,又经过信号调理后被计算机所采集,但是采集的仅是一种数据类型,它虽含有过程的信息,但不易被数据使用者所认识,因而也不便于使用,必须把它们恢复成原来的物理量形式,并尽可能形象地给出它们的变化情况,以便使数据使用者能一目了然地看出所了解的东西。这是数据处理的一个首要任务,是任何 DAS 所不可少的(除非是简单的数据测录 Data Logging,它只完成采集数据的收集和贮存,以备将来的分析与处理)。比如检测垫片密封性能的 DAS,定时采集经密封垫漏入集漏室内的介质压力和温度的变化,计算机的数据处理软件要把采集到的数据转化为压力和温度,显示出它们随温度变化的情况,并根据所采集的数据与理论公式计算出垫片的泄漏率。

(2) 在数据的采集、传送和转换过程中不可避免地会产生各种噪声和干扰,外界的干扰也会侵入到系统中来,因而数据处理的另一重要任务就是要采用各种方法(例如,剔除奇异项、平滑、滤波、非线性校正等)最大限度地消除混入信号中的噪声与干扰,以保证整个 DAS 的数据达到设计所要求的稳定性和精度。

(3) 数据处理的另一项任务就是要对数据本身进行某些变换加工(例如求均值或作傅里叶变换等),或在有关联的数据之间进行某些相互的运算(例如,计算相关函数),从而得到某些能表达该数据内在特征的二次数据。所以有时也称这种处理为二次处理。例如,一个振动过程随时间变化的数据若已测得,则可用数据处理的方法计算出这种振动的各次谐波或它的频谱。

(4) 对于计算机控制系统,计算机还要根据所采集的数据与设定值进行比较,然后根据所规定的调节方法(例如 PID 调节)进行数据处理,输出控制量驱动执行机构。

数据处理现在已发展成为一门专门的学科,对于从事 DAS 设计与调试的专业人员来讲,不仅需要具有选择和使用各种功能块硬件的能力,也需要具有数据处理方面的基本知识。这样才能综合考虑硬件与软件两部分的功能,设计出性能优良、造价合理的数据采集或控制系统。

本章在于使读者对数据采集系统的概貌有一个总体的了解,以便在后续各章学习中明确所讨论内容的目的和作用。目前微电子技术的发展日新月异,新的电子器件层出不穷,为了适应科技飞跃发展的形势,学习中应注意掌握数据采集的基本理论、概念和设计方法。因为不论 DAS 的智能化程度如何高,实现方案如何不同,它们的基础理论和典型组成环节是具有共性的。学习中还应注意用系统的观点去掌握各章内容。各组成环节的讨论是服务于整个采集与控制系统的设计与实现的,因而应着重掌握其外特性,各部分相互联系的接口特性,各环节性能指标对 DAS 的精确度、灵敏度、分辨率、采集速度、通道数及数据处理能力、输出和控制特性等性能指标的作用。这样,才便于综合应用所学知识设计出具有一定水平、有较高性能/价格比的 DAS。

第二章 采样与采样/保持器

§ 2-1 概 述

一个数据采集系统 DAS 所应具备的一项最基本的功能就是要把待测过程的模拟信号(即连续时间函数)转化成为计算机可以处理的数字信号(或数据)。A/D 转换的过程可以分解为“采样”与“量化”两个基本环节,各有其解决的问题与原理,我们将分别加以阐述。本章讨论与采样有关的一些基本概念,量化的问题留待下一章研究。

所谓对模拟信号或连续时间信号采样就是按一定的时间间隔取该信号的值。比如,对于图 2-1(a)所示的模拟信号 $X_a(t)$,以时间间隔 T_s 采样所得的结果 $\hat{X}_a(t)$ 如图 2-1(b)所示。 $\hat{X}_a(t)$ 称为 $X_a(t)$ 的采样信号,它是一个离散时间信号,也就是只在时刻 $0, T_s, 2T_s, 3T_s, \dots$ 时才有定义,取 $X_a(0), X_a(T_s), X_a(2T_s), X_a(3T_s), \dots$ 的值,而在其他 $t \neq nT_s$ 时 $\hat{X}_a(t)$ 没有定义($n=0, 1, 2, \dots$)。

采样的时间间隔 T_s 称为采样周期,其倒数称为采样频率 $F_s=1/T_s$ 。采样周期 T_s 或采样频率 F_s 是设计数据采集系统时需要确定的一个最基本的参数。我们这一章的主要内容就是说明选择 F_s 的理论根据。

采样的基本问题是采样信号 $\hat{X}_a(t)$ 是否包含原有信号 $X_a(t)$ 的全部信息。这个问题通俗一点讲就是根据 $X_a(t)$ 的一系列离散点上的值 $X_a(nT_s)$ 是否能恢复原有连续时间函数 $X_a(t)$ 。从直观上看,如果 $X_a(t)$ 变化比较平稳,那么我们只需要比较疏的样点(比较大的 T_s 或小的 F_s),再把把这些点用平滑的曲线连起来,就可恢复或逼近原来的 $X_a(t)$ 。反之,如果 $X_a(t)$ 变化比较剧烈(变化快),要把一些离散的点连起来又不失原来的曲线

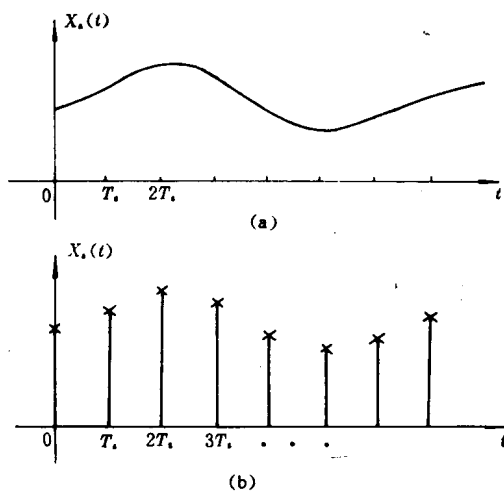


图 2-1 连续信号及其采样值

的形状,则这些点应靠得足够近,要用较高的 F_s 来采样。总之,信号 $X_a(t)$ 变化越快,为了不丢失原有信号中包含的信息,就应用更高的采样频率来采样,这就是采样的基本概念,不过这还只是一种定性的说明,要对采样进行定量的描述,就要研究信号的频域特性。

§ 2-2 信号的频谱

现实世界的绝大多数信号都是以随时间变化的状态出现,我们称之为时域函数并用 $X_a(t)$ 表示。 $X_a(t)$ 的傅里叶变换 $X(j\omega)$ 称为 $X(t)$ 的频谱,它表示构成 $X(t)$ 的频率成份。把原

始的时域信号 $X(t)$ 转换成它的频谱来进行分析和处理往往能使所研究的问题大大简化。关于傅里叶变换的论述在有关课程中已有较详细的说明, 现仅就后面多次用到的内容做一简单的叙述。

2-2-1 傅里叶变换的定义

设一时间函数为 $X(t)$, 其傅里叶变换为 $X(j\omega)$ 则它们之间有以下积分关系:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2-1)$$

$$X(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2-2)$$

式(2-1)称为傅里叶正变换, 它把时间函数 $X(t)$ 变换成它的频谱 $X(j\omega)$, 其中 $\omega = 2\pi f$ 是角频率。频谱函数 $X(j\omega)$ 是 ω 的函数, 而且是复数。为了明确频谱函数是复数这一点, 在它的变量 ω 之前冠以虚数符号 j 。在本书中 $X(j\omega)$ 与 $X(\omega)$ 含义相同。

式(2-2)称为傅里叶逆变换, 它是从频谱函数求时间函数的公式。

例 2-1 试求以下函数的频谱: $X(t) = \begin{cases} \beta e^{-\alpha t}, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$

其中 α, β 为常数, $\alpha > 0$ 。

由式(2-1)得

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= \int_0^{\infty} \beta e^{-\alpha t} \cdot e^{-j\omega t} dt = \beta \int_0^{\infty} e^{-(\alpha + j\omega)t} dt \\ &= \frac{-\beta}{\alpha + j\omega} \int_0^{\infty} e^{-(\alpha + j\omega)t} d(-\alpha - j\omega)t = \frac{\beta}{\alpha + j\omega} \\ &= \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} e^{j\theta(\omega)} = |X(j\omega)| e^{j\theta(\omega)} \end{aligned} \quad (2-3)$$

其中

$$|X(j\omega)| = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}$$

$$\theta(\omega) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)$$

$|X(j\omega)|$ 是 $X(t)$ 的幅频特性, $\theta(\omega)$ 是 $X(t)$ 的相频特性, 如图 2-2 所示。当 $X(t)$ 为实数时, $|X(j\omega)|$ 是 ω 的偶函数, 而 $\theta(\omega)$ 是 ω 的奇函数。

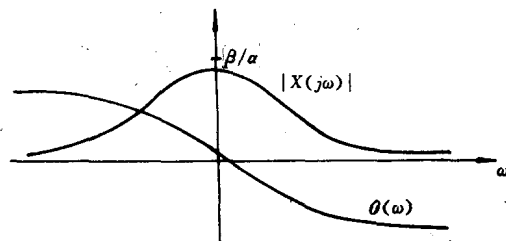


图 2-2 例 2-1 中函数幅频特性与相频特性

例 2-2 计算上例中频谱函数 $X(j\omega)$ 的反变换。

$$\text{已知 } X(j\omega) = \frac{\beta}{\alpha + j\omega} = \frac{\beta\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} - j \frac{\omega\beta}{\alpha^2 + \omega^2}$$

由式(2-2)有

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\beta\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} - j \frac{\omega\beta}{\alpha^2 + \omega^2} \right] e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\beta\alpha \cos \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{\omega\beta \sin \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} \right] d\omega \\ &\quad + \frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\beta\alpha \sin \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} - \frac{\omega\beta \cos \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} \right] d\omega \end{aligned}$$

上式中等式右边虚数部分的被积函数是 ω 的奇函数, 它在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 范围内的积分值为零。故上式可简化为

$$X(t) = \frac{\beta\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega + \frac{\beta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega \sin \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega$$

查积分表可知

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{b^2 + x^2} dx = \frac{\pi}{b} e^{-b|a|},$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(ax)}{b^2 + x^2} dx = \pi e^{-b|a|} \cdot \operatorname{sgn} a$$

所以有

$$X(t) = \frac{1}{2} \beta e^{-\alpha|t|} (1 + \operatorname{sgn} t)$$

其中

$$\operatorname{sgn} t = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$

这样可得原函数为

$$X(t) = \begin{cases} \beta e^{-\alpha}, & t > 0, \alpha > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2-4)$$

与例 2-1 中的原函数完全一致。

2-2-2 几个重要函数的傅里叶变换

在本书中有几个函数的傅里叶变换是经常用到的, 应该对它们很熟悉。

1. 矩形脉冲函数的傅里叶变换

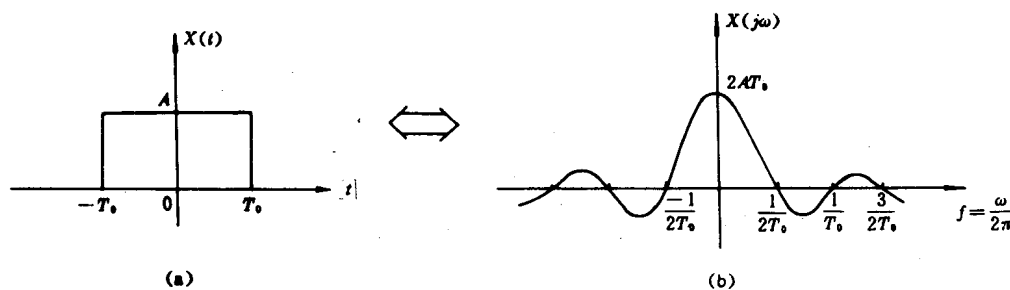


图 2-3 矩形脉冲的傅里叶变换

设矩形脉冲函数或门函数为

$$X(t) = \begin{cases} A, & |t| \leq T_0 \\ 0, & |t| > T_0 \end{cases} \quad (2-5)$$

其波形如图 2-3(a) 所示。其傅里叶变换为

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} X(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-T_0}^{T_0} A e^{-j\omega t} dt = A \int_{-T_0}^{T_0} e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{A}{-j\omega} (e^{-j\omega T_0} - e^{j\omega T_0}) = 2AT_0 \frac{\sin \omega T_0}{\omega T_0} \end{aligned}$$

$$= 2AT_0 S_a(\omega T_0) \quad (2-6)$$

$X(j\omega)$ 的形状如图 2-3(b) 所示, 这是一个可表示为 $\sin x/x$ 的函数。函数 $\sin x/x$ 在通讯与数据处理理论中有重要的作用, 常称之为抽样函数, 记以符号 $S_a(x)$, 即

$$S_a(x) = \sin x/x \quad (2-7)$$

抽样函数 $S_a(x)$ 的形状像一个衰减正弦函数, 它在 $x=0$ 时有最大值 1, 而在 $x=\pm n\pi$ 时与横轴相交(过零点)。因而幅度为 A , 脉宽为 $2T_0$ 的脉冲函数的频谱的主瓣宽(在最靠近原点的两个过零点之间的频谱)为 $1/T_0$, 也就是脉冲函数的能量主要分布在这个频率范围内, 它的频宽 B 是 $1/T_0$ 。从这里可以注意到 T_0 愈小, 脉冲的频宽越宽, 当 $T_0 \rightarrow 0$ 时, 带宽 $B \rightarrow \infty$ 。

反过来, 如果 $X(t)$ 是抽样函数, 即设

$$X(t) = 2Af_0 \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0 t}, \quad \omega_0 = 2\pi f_0 \quad (2-8)$$

如图 2-4(a) 所示。

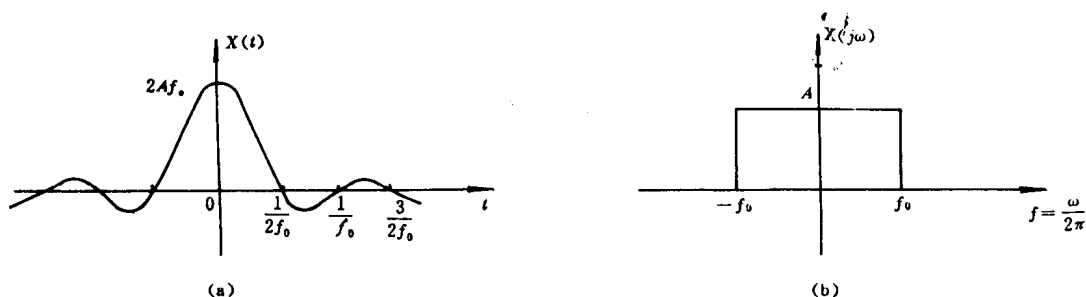


图 2-4

则 $X(t)$ 的傅里叶变换 $X(j\omega)$ 为门函数,

$$X(j\omega) = \begin{cases} A, & |f| \leq f_0 \\ 0, & |f| > f_0 \end{cases} \quad (2-9)$$

如图 2-4(b) 所示。

2. $\delta(t)$ 函数的傅里叶变换

$\delta(t)$ 函数的定义是:

$$\begin{cases} \delta(t) = 0, & \text{当 } t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases} \quad (2-10)$$

它用图 2-5(a) 中位于原点的单位长垂线表示。根据式(2-1)可得 $\delta(t)$ 的傅里叶变换为

$$\Delta(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) e^0 dt = 1 \quad (2-11)$$

也就是 $\delta(t)$ 函数的频谱是一条水平线, 其带宽是无穷大, 如图 2-5(b) 所示。

3. 余弦函数的傅里叶变换

如 $X(t)$ 为一余弦函数, 即