



陆月 主编



新课标
学习资源库

初中数学 学习手册 SHOUCE

丛书主编◎秦浩正
本书主编◎黄 华



华东师范大学出版社



初中数学 学习手册 SHOUCE

丛书主编◎秦浩正

本书主编◎黄 华

参编者◎王初宪 李晶洁
叶惠琴 李燕红



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学学习手册/秦浩正主编. —上海:华东师范大学出版社, 2004.

ISBN 7-5617-4104-9

I. 初... II. 秦... III. 数学课-初中-教学参考资料
IV. G634.204

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 120816 号

初中数学学习手册

丛书主编 秦浩正
本书主编 黄 华
丛书策划 阮光贞 王 焰 龚海燕
责任编辑 审校部编辑工作组
特约编辑 黎 雅
封面设计 卢晓红
版式设计 卢晓红

出版发行 华东师范大学出版社
市场部 电话 021-62571961
传真 021-62860410
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 华东师大校内先锋路口
业务电话 上海地区 021-62232873
华东 中南地区 021-62458734
华北 东北地区 021-62571961
西南 西北地区 021-62232893
业务传真 021-62860410 62602316
<http://www.ecnupress.com.cn>
社 址 上海市中山北路 3663 号
邮编 200062

印 刷 者 宜兴德胜印刷有限公司
开 本 787×1092 32 开
印 张 11.5
字 数 257 千字
版 次 2005 年 8 月第一版
印 次 2005 年 8 月第一次
印 数 5 100
书 号 ISBN 7-5617-4104-9/G·2341
定 价 18.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

目录

代数

代数式 / 001

列代数式 / 002

代数式的值 / 003

正数与负数 / 004

整数 / 005

分数 / 007

有理数 / 009

数轴 / 010

相反数 / 011

绝对值 / 012

绝对值的几何意义 / 014

有理数加法法则 / 016

有理数减法法则 / 017

有理数乘法法则 / 019

倒数 / 021

有理数除法法则 / 022

乘方 / 024

幂 / 025

科学记数法 / 026

近似数 / 027

有效数字 / 028

单项式 / 029

多项式 / 030

降幂排列 / 032

升幂排列 / 032

整式 / 033

同类项 / 034

去括号法则、添括号法则

/ 035

等式、等式性质 / 037

已知数与未知数、方程的元

/ 039

方程 / 040

方程的解 / 041

根 / 042

解方程 / 043

移项法则 / 044

一元一次方程 / 045

一元一次方程的标准形式

/ 046

方程的次数 / 047

二元一次方程 / 048

二元一次方程组 / 049

二元一次方程组的解 / 051

代入消元法 / 053

加减消元法 / 054

三元一次方程组 / 055

不等式 / 058

不等式基本性质 / 059

不等式的解集 / 060

解不等式 / 062

一元一次不等式 / 063

一元一次不等式组 / 065

解不等式组 / 067

同底数幂的乘法 / 068

幂的乘方 / 069

同底数幂的除法 / 070

积的乘方 / 071

单项式的乘法法则 / 072

单项式与多项式相乘

法则 / 073

多项式的乘法法则 / 074

平方差公式 / 075

完全平方公式 / 076

立方和与立方差公式 / 078

单项式除以单项式法则 / 079

多项式除以单项式法则

/ 080

因式分解 / 082

公因式 / 083

提公因式法 / 085

运用公式法 / 086

分组分解法 / 088

十字相乘法 / 089

分式 / 092

有理式 / 093

分式的基本性质 / 094

最简分式 / 096

分式的乘法法则 / 098

分式的除法法则 / 099

分式的乘方法则 / 100

最简公分母 / 101

分式的加减法法则 / 103

公式变形 / 104

分式方程 / 105

增根 / 107

平方根、开平方、算术平

方根 / 108

立方根、开立方 / 110

n 次方根、开 n 次方、 n 次算术
根 / 111

实数、无理数 / 113

二次根式、最简二次根式
/ 114

积的算术平方根、商的算术
平方根 / 115

分母有理化、有理化因式
/ 117

同类二次根式 / 119

整式方程 / 120

一元二次方程 / 121

直接开方法 / 122

配方法 / 123

一元二次方程的求根公式、
公式法 / 124

因式分解法 / 125

一元二次方程的根的
判别式 / 126

一元二次方程的根与系数的
关系 / 128

无理方程、有理方程 / 129

二元二次方程 / 131

二元二次方程组 / 132

平面直角坐标系 / 134

函数 / 136

函数的定义域 / 137

函数的值 / 139

解析法 / 140

函数的图象 / 141

一次函数 / 142

正比例函数 / 143

直线 $y = kx + b$ / 145

二次函数 / 146

抛物线 / 147

待定系数法 / 149

反比例函数 / 151

平均数、加权平均数、总体
平均数、样本平均数 / 152

总体、个体 / 154

样本、样本的容量 / 155

众数、中位数 / 156

方差 / 157

标准差 / 159

频数、频率、频率分布表
/ 161

平面几何

几何图形 / 164

平面几何 / 164

点与直线 / 165

射线 / 166

线段 / 168

角 / 170

角的度量 / 172

互为补角、邻补角 / 173

互为余角 / 174

对顶角 / 175

两条直线相互垂直 / 176

线段垂直平分线 / 177

同位角、内错角、同旁内角
/ 178

平行线的判定(公理) / 179

平行线的性质定理 / 181

命题、定理 / 182

证明 / 183

三角形 / 184

三角形的三边关系定理及
推论 / 187

三角形的分类 / 188

三角形内角和定理及其
推论 / 188

全等形、全等三角形
/ 190

三角形全等的判定 / 191

斜边、直角边定理 / 194

角平分线定理 / 195

互逆命题、互逆定理
/ 196

等腰三角形的定理及
推论 / 197

直角三角形的性质定理
及推论 / 198

轴对称、轴对称图形
/ 200

勾股定理 / 201

四边形 / 203

多边形内角和定理 / 205

平行四边形 / 206

平行四边形判定定理
/ 208

矩形 / 209

菱形 / 211

正方形 / 213

中心对称、中心对称图形
/ 216

梯形 / 217

等腰梯形性质定理和判定
定理 / 218

三角形的中位线及中位线
定理 / 220

梯形中位线和梯形中位线
定理 / 222

两条线段的比与成比例
线段 / 224

比例的性质 / 225

黄金分割 / 227

三角形一边平行线的判定和
性质 / 227

相似三角形 / 229

三角形相似的判定定理 / 230

三角形的重心 / 233

直角三角形相似的判定
定理 / 234

相似三角形的性质定理 / 235

相似多边形 / 237

圆 / 238

点的轨迹 / 239

垂径定理 / 241

圆心角、弧、弦、弦心距之间的
关系定理及推论 / 243

圆心角与圆周角的关系定
理及推论 / 244

圆内接四边形的性质定理
和判定定理 / 246

直线与圆的位置关系的
判定 / 247

切线的判定定理和性质
定理 / 248

三角形的内切圆 / 250

切线长定理 / 251

弦切角及弦切角定理
/ 254

和圆有关的比例线段定理
及推论(圆幂定理)
/ 255

两圆的位置关系及其
判定 / 257

两圆连心线的性质 / 259

公切线长定理 / 260

正多边形 / 262

圆、扇形及弓形面积 / 264

锐角三角函数(锐角的三角比)

正弦 / 266

余弦 / 267

正切、余切 / 268

特殊角的三角函数值 / 270

同角三角函数的关系 / 271

解直角三角形 / 272

仰角、俯角、坡度、坡角 / 273

数学符号

运算符号 / 275

关系符号 / 276

几何符号 / 277

其他符号 / 277

数学问题、数学猜想和数学定理

哥德巴赫猜想 / 280

四色猜想 / 281

希腊几何三大问题 / 282

海伦公式 / 283

黄金分割 / 284

费马大定理 / 284

勾股定理(毕达哥拉斯定理) / 285

蝴蝶定理 / 287

正弦定理 / 288

余弦定理 / 289

中外数学家

欧几里得 / 291

阿基米德 / 292

毕达哥拉斯 / 293

费马 / 294

欧拉 / 295

笛卡儿 / 296

刘徽 / 297

祖冲之 / 299

华罗庚 / 300

陈省身 / 301

答案 / 302

代 数

代数式 (algebraic expression)

定义

用基本运算符号将数和字母组成的式子,如 $5x+2y^2$ 等,

点拨

(1) 基本运算符号包括:加、减、乘、除、乘方、开方六种;

(2) 字母可以表示任何数;

(3) 代数式中出现的乘号,通常写成“ $\times$ ”、“ $\cdot$ ”或省略不写,

例: $5 \times a$ 写成 $5 \cdot a$ 或 $5a$;

(4) 数字与字母相乘,一般将数字写在字母前面, $y \times 3$ 写成 $3y$;

(5) 单独一个数或一个字母也可看作是代数式,例: 5 , x , z .

拓展

(1) 代数式并不是都有意义的,若对于字母的任意取值都没有意义的式子则认为无意义的,如 $\sqrt{-x^2-1}$,因为 $(-x^2-1)$ 小于等于 -1 ,而负数开方无意义;

(2) 有一些有意义的代数式,会对字母的某些特殊取值或取值范围无意义,如 $\frac{1}{x}$,当 $x=0$ 时,无意义,又如 $\sqrt{-x}$,当 $x \geq 0$ 时,无意义;

(3) $2x-1=0$ 与 $5x+21 < 0$ 不是代数式.

练习



(1) 下列式中哪些是代数式?

1) $2x + 3y$; 2) 2 002; 3) K_2

4) $a(3m - 2n + 4p)$; 5) $6a - 5b = 2$.

(2) 求下列式中 x 的取值范围.

1) $\frac{1}{x-1}$; 2) $\sqrt{x-1}$; 3) $\frac{x}{x^2}$.

列代数式 (making algebraic expression)

练习

把问题中与数量有关的词语用含有数、字母和运算符号的式子表示出来.

点拨

(1) 列代数式, 正确理解词语中的和、差、积、商、多少等数学关系是关键;

(2) 正确分析数量间的关系之后, 要找出运算顺序, 添加括号时特别要注意运算符号的变化;

(3) 带分数与字母相乘时, 若省略乘号, 则应将带分数写成假分数, 如 $2\frac{1}{2} \times x$ 写成 $\frac{5}{2}x$, 因为不这样做, 会与 $2 \times x \times \frac{1}{2}$ (即 x) 相互混淆.

练习



(1) 用代数式表示:

1) x 与 y 的立方差;

2) x 的 3 倍的平方与 y 的 4 倍的立方和;

3) 比 x 除以 y 的商的 4 倍小 6;

4) x 与 y 的平方和除以 x 与 y 的差的平方.

(2) 若甲数为 $2a$, 乙数比甲数的 2 倍多 3, 丙数比乙数的一半少 3, 则丙数是多少?

(3) 一个两位数, 十位数为 x , 十位数字比个位数字大 1, 写出这个两位数.

代数式的值 (value of algebraic expression)

释义

用数值代替代数式里的字母, 按代数式指明的运算, 计算所得的结果.

注意

(1) 代数式里字母的取值必须确保代数式有意义, 同时要确保字母本身所表示的数量也有意义, 例: $\frac{1}{x}$ 中的 x 不能取 0.

(2) 代数式的值在它的字母表示的数值确定后, 它的值也应惟一确定. 当 $x=2$ 时, 代数式 $4x^2-3$ 的值为 13, 当 $x=0$ 时, 代数式 $4x^2-3$ 的值为 -3, 但在 $|a|=b$ 中, 当 $b=4$ 时, a 的值不惟一.

拓展

当 $x=-2$, $y=3$ 时, 求代数式 $3x^2-2xy+y^2$ 的值.

解: $3x^2-2xy+y^2=3 \cdot (-2)^2-2 \cdot (-2) \cdot 3+3^2=12+12+9=33$.

挑战

- (1) 当 $x=0, -2, 3$ 时, 求 x^2-5x+4 的值.
- (2) 当 $x=4, y=-3$ 时, 求 $2x^2-8xy-3y^2$ 的值.
- (3) 当 $m_1=\frac{1}{4}, m_2=\frac{1}{2}$ 时, 求 $m_1m_2-m_1-m_2$ 的值.
- (4) 当 $a=-3, b=-5$ 时, 求 $|a+b|+|a-b|$ 的值.
- (5) 当 $a=-2, b=-1$ 时, 求 $-3(a-2b)-2(2a-b)^2$ 的值.



正数与负数 (positive number and negative number)

释义

大于0的数叫做正数, 小于0的数叫做负数. 正数在数值前用“+”表示, 大多数情况下“+”可省略; 负数在数值前用“-”表示.

点拨

- (1) “ $-x$ ”是负数吗?

像 $\frac{1}{5}, 3.26, 2\,002$ 这样的数都是正数, 但 $+x$ 不一定是正数, 例: 当 $x=-7$ 时,

像 $-\frac{11}{25}, -31.59, -2\,008$ 这样的数都是负数, 但 $-x$ 不一定是负数, 例: 当 $x=-2$ 或 0 时,

- (2) 下面哪些代数式的值是正数, 哪些是负数?

$$a^2+1, |-a|+1, -a^2-1, -|a+1|-0.1$$

由于 a^2 、 $|-a|$ 和 $|a+1|$ 的值必定是非负数, 所以 a^2+1 、 $|-a|+1$ 的值一定为正数; $-|a+1|-0.1$ 一定是负数.

而 $-a^3-1$ 的值在 a 不同的取值范围内可能是正, 可能是负, 也可能是零.

当 $a > -1$, $-a^3-1$ 是负值; 当 $a < -1$, $-a^3-1$ 是正值; 当 $a = -1$, $-a^3-1$ 是零.

辨析

(1) 下列各数中:

$+16$, $0.001\ 55$, 122 , 0 , $\frac{12}{17}$, $-5\ 678$, 55.09 , $-0.033\ 4$,

$0.101\ 01\dots$

哪些是正数, 哪些是负数?

(2) 写出三个大于 -10 的负数, 三个小于 -100 的负数.

(3) 下面四种说法是否正确.

- ① 在 $+1$ 与 $+2$ 间没有正数;
- ② 在 -2 与 -1 间没有负数;
- ③ 在 $+1$ 和 $+3$ 间有一个正数 $+2$;
- ④ 在 0 与 $+1$ 间有正数.

整数(integer)

释义

正整数、零、负整数统称整数.

点拨

(1) 有没有最大的正整数? 请观察数轴上的整数, 数轴的

两端可以无限延长,所以,最小的正整数是 1,最大的负整数是 -1. 没有最大的正整数,也无最小的负整数. 零是没有正负的.

(2) 整数和自然数

正整数与自然数有区别,自然数是整数的一部分,包括正整数和零.

(1) 整数可以分成奇数,偶数两大类: $\cdots -3, -1, 1, 3, 5, 7 \cdots$ 是奇数; $\cdots -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8 \cdots$ 是偶数.

(2) 整数按除以 3 所得余数可分为三类: 一类为被 3 整除的整数,表示为 $3n$, 像 $18 = 3 \times 6, 108 = 3 \times 36$ 等; 另一类为被 3 除, 余数为 1 的整数, 表示为 $3n+1$, 像 $19 = 3 \times 6 + 1, 37 = 3 \times 12 + 1$ 等; 第三类为被 3 除, 余数为 2 的整数, 表示为 $3n+2$, 像 $20 = 3 \times 6 + 2, 74 = 3 \times 24 + 2$ 等. 因此, 可以把整数按除以某非零自然数所得的余数分类. 如除以 7, 其余数为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 这七种情况, 可写成 $7n, 7n+1, 7n+2, 7n+3, 7n+4, 7n+5, 7n+6$, 所以可以把整数分成七类.

(3) 整数也可以分成质数, 合数与 1 三类. 其中质数是只能被 1 和本身整除, 像 2, 3, 11, 13, 79 等都是质数; 合数是除了能被 1 和本身整除以外, 还能被另外的正整数整除, 像 6 可以被 2 或 3 整除, 9 可以被 3 整除, 87 可以被 3 或 29 整除, 111 则可以被 3 或 37 整除, 都是合数.

(1) 填空题:

1) 绝对值小于 5 的整数是_____.

2) 绝对值大于 7 小于 10 的负整数是_____.

3) 绝对值大于-5, 1 小于 6.3 的正整数是_____.

4) 绝对值最小的整数是_____.

5) 最小的正整数与最大的负整数之和是_____.

(2) 你能发现生活中整数的例子吗?

(3) 请买一张今天的报纸, 在第三版中数一下有多少个整数?

分数(fraction)

定义

正分数、负分数统称分数.

一般地, 分数与整数的除法有以下关系:

$a \div b = \frac{a}{b}$ (a, b 是整数且 $b \neq 0$). 被除数 a 作分子, 除数 b 作分母.

分数可分为真分数与假分数. 真分数的分子比分母小, 如 $\frac{3}{5}, \frac{7}{12}$ 等, 真分数比 1 小; 而假分数的分子大于或等于分母, 如 $\frac{3}{3}, \frac{7}{4}$ 等, 假分数大于 1 或等于 1.

应用

(1) 有时为了研究的需要, 整数也可看作是分母为 1 的分数, 如 $3 = \frac{3}{1}, -4 = -\frac{4}{1}$, 这时分数也包括整数.

(2) 分数也有正分数与负分数, 如 $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, 3\frac{4}{17}, \frac{123}{19}$ 都是正

分数, $-\frac{12}{31}$, $-\frac{2}{15}$, $-3\frac{2}{17}$, $-\frac{103}{9}$ 都是负分数.

(3) 整数与真分数的组合叫带分数, 如 $2\frac{1}{3}$, $-3\frac{3}{4}$ 等. 假分数可以化成带分数, 带分数也可以化成假分数, 如 $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$, $\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$.

例题

(1) 所有的有理数都能写成分数形式, 例: $0.\dot{2} = \frac{2}{9}$, $-1.12 = -\frac{28}{25}$; 而无理数不能写成分数形式, 我国古代科学家祖冲之就把圆周率 π 这个无理数, 近似用 $\frac{22}{7}$ 与 $\frac{355}{113}$ 来表示.

(2) 所有的分数都可化成有限小数或无限循环小数; 而有限小数或无限循环小数也一定可以化成分数. 如 $\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, $0.23 = \frac{23}{100}$, $0.\dot{4} = \frac{4}{9}$, $0.\dot{32}1 = \frac{321}{999} = \frac{107}{333}$.

练习

填空题:

1) 小于 $\frac{9}{11}$ 且分母是 11 的最简正分数有_____.

2) 将 $\frac{10}{11}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$ 按从小到大的顺序排列是_____.

3) 将小数 1.3 和 $1.\dot{3}$ 写成分数形式是_____.

4) 在 -1 和 -2 间各写出一个分母为 5, 6, 7 的分数