

# 斯芬克斯之谜

## —— 超级数学推理游戏

[美] 马丁·加德纳 著 叶发根 译



快乐学习  
书系

Riddles of the Sphinx  
And Other Mathematical  
Puzzle Tales

by Martin Gardner



游戏，  
也能玩出名堂来

W 世界图书出版公司

# 斯芬克斯之谜

## ——超级数学推理游戏

[美] 马丁·加德纳 著 叶发根 译



江苏工业学院图书馆  
游戏，  
也能玩出名堂来  
藏书章



R399.1/08

世界图书出版公司

上海·西安·北京·广州

## 图书在版编目(CIP)数据

斯芬克斯之谜:超级数学推理游戏/(美)加德纳著;叶发根译.  
—上海:上海世界图书出版公司,2004.5

ISBN 7-5062-5699-1

I. 斯... II. ①加... ②叶... III. 数学—普及读物  
IV. O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 012246 号

Riddles of the Sphinx And Other Mathematical Puzzle Tales(New  
Mathematical Library, Vol 32)

Copyright © 1987 by Martin Gardner

Chinese (Simplified Characters only) Trade Paperback copyright  
© 2004 by Bertelsmann Asia Publishing/上海世界图书出版公司

Published by arrangement with The Mathematical Association of  
America through Arts & Licensing International, Inc., USA

ALL RIGHTS RESERVED

## 斯芬克斯之谜

——超级数学推理游戏

[美] 马丁·加德纳 著 叶发根 译

---

上海世界图书出版公司出版发行

上海市尚文路 185 号 B 楼

邮政编码 200010

上海译文印刷厂印刷

如发现印刷质量问题,请与印刷厂联系

(质检科电话:021-56476712)

各地新华书店经销

---

开本:850×1168 1/32 印张:6.5 字数:112 000

2004 年 5 月第 1 版 2004 年 5 月第 1 次印刷

印数:1—10 000

ISBN 7-5062-5699-1/O·21

图字:09-2004-124 号

定价:18.00 元



## 序 数学游戏，也能玩出名堂来

阿西莫夫

在我这漫长的一生当中，很幸运地碰到一些相当理性的人，当然这种人不会太多，但我遇见的已经够了。在相互交往时，一个理性的人抵得上成千个糊涂蛋。

这些人之中，加德纳最沉默、也最内敛，但在碰到事情的时候也最有效率。早在 20 世纪 50 年代，他就写过一本很经典的书《披着科学外衣的流行误解》，是当时扫除科学界非理性歪风最有力的书籍，而且书里坚实的理性思考基础，也让够聪明的人不去惹他。

大部分的人是透过《科学美国人》(*Scientific American*)这份杂志与加德纳接触的。他在杂志里负责撰写“数学游戏”(Mathematical Games)专栏，每个月刊出一篇，连续达 25 年。专栏的内容海阔天空，无拘无束，相当迷人。

他文章写得很美，看起来赏心悦目。我发现自己在读他的专栏时常常很开心。虽然有时候里面谈到的



## 斯芬克斯之谜

数学细节已经超出我的能力。尽管有时候你不明白加德纳铺展在你面前的数学细节，但它情节的铺陈还是很吸引人的。

有人看到专栏的名称，可能会这么想：“所谓的数学消遣或数学游戏，只不过供大家茶余饭后玩玩罢了，有那么重要吗？”

有谁真的关心组成桥牌搭档的方法有几种？在某些限制条件之下，用几个颜色可以为地图着色？西洋棋的棋盘上，骑士能有几种走法？或者按照某种特别的路径，从甲地到乙地的最短路线是什么？

但数学真的永远关心这些问题。

事实上，有人就认为所有数学都是某种游戏，在发展的初期，乍看之下都没什么用处。

史前时代的某一天，一定有个天才对朋友说：“你看看吧，假如我有两把石刀，我可以把它们均分成两份。但如果再多一把石刀，我就没有办法分成一样多的两份。若再多一把，又可以均分成两份。再多一把又不行。你想这种情形是不是永远这样下去？”

他的朋友一定会有些吃惊，并老实回答：“谁管那么多。为什么你只会呆坐在那里把石刀分来分去？拿起石刀去猎点东西吧，做些实际一点的事。”

而这位未启蒙的数学家一定认为自己想的事很有趣，继续花时间思索如何把东西分成两等份，或者有没



有把东西分成三等份的方法……

当然这只是一种游戏,也没有什么实际用途。但这个分配问题,也就是把不同数量的东西合在一起再分成相等或不等的部分,或者排列起来的做法,最后会推广成计算系统,使得加、减、乘、除之类的运算得以建立。

假设后来有个政府官员首次发现,这套计算系统使他更容易征税、控制各项开支时,会是多么兴奋。于是本来的游戏就不再只是游戏了,摇身一变成为最“务实”的人所使用的确确实实的技术。

但是数学家有一种倾向,总是会离开那些已经在日常生活中充分应用的领域。这样比较没有压力,不会当你在思考某些问题的时候,有人从你背后探过头来催促你:“还没有搞出来吗?我们下一季的利润全靠它呢!”那就太不好玩了。

要保持数学这种游戏一直这么好玩,是很难的。很多数学家以为自己考虑的问题对谁都没有用,因此不会有人注意到这么没有用的东西,而来打扰他,这就使他得以继续享受数学的乐趣。接着有一天,忽然有人发现这种“没有用的东西”,可用来增加电话交换系统的容量,或解释次原子粒子的神秘行为。数学家只好再去找一个避难所。

总而言之,加德纳提供了一个具有创造力的避难



## 斯芬克斯之谜

空间,给每个人(不只是数学家)发挥想像力。本书里的谜语绝非只是单纯的谜语而已,通常其中含有很深的数学原理,有些内涵其实我们还不太了解,无法应用在实际生活中。这些“游戏”可说是货真价实的数学,有的可能是未来数学的一种前兆,将来可能非常重要。

下面这些谜题都安排成科幻短篇故事的形式,这当然增加了谜题的娱乐效果,但并不是本书最重要的部分。科幻故事当然重要,它显示出尽管时间、风俗与技艺或有不同,数学关系的本质不论在过去、现在与未来都是不变的。或许在这个各方面都变动不已的宇宙中,数学关系是惟一确定、且不含感情成分的不变因素。

——本文作者阿西莫夫(Isaac Asimov, 1920~1992)是美国著名的科幻小说作家、也是举世闻名的通俗科学作家,一生编写过的书近500本,堪称著作等身。



## 缘起 大家来猜谜

加德纳

阿西莫夫、赛瑟斯(George Scithers)和我都是很奇怪的俱乐部成员,这个俱乐部叫做“陷门蜘蛛”(Trap Door Spiders)。1976年,他们两个人计划发行一本名为《阿西莫夫科幻杂志》(IASFM)的刊物时,赛瑟斯想在杂志里安排一个数学谜题的专栏。他问我:能不能把谜语编成像科幻故事般的小品文?也就是以科幻故事为主轴,表现出相关的数学谜题。如果可行的话,我愿不愿意为这本杂志编写这个专栏?

这个主意很不错,尤其我曾经利用拓扑学上的奇特性质,写过两篇科幻故事,一篇是《没有侧面的教授》,另一篇为《五色岛》。我整理出一些没有发表过的组合学问题,从1977年春杂志的第一期开始,负责这个数学谜题专栏。我写得很开心,而且从读者的来信看来,他们也很喜欢这些谜题。

本书收集了刊登在《阿西莫夫科幻杂志》上的36道谜题。许多谜题后面我都加了些附记,一来是让我





## 斯芬克斯之谜

有机会解释一些(并非全部)我所用的双关语,再来是借此感谢几位应该感谢的人;此外也讨论了某些读者的回函,或是提供和谜题有关的参考资料,以供进一步的阅读。

好的谜题常常是从严肃的数学论点跳出来的。从这些乍看之下很平凡的谜题当中,你会惊讶其中竟然牵涉到这么多不同领域的数学概念。



## 如何阅读这本书

加德纳

阅读一本附有答案的谜题书时,很多人都不愿意花太多时间去解谜题,总是急着翻阅答案,毕竟这容易得多。

不过我要鼓励大家还是先设法解答这些谜题。等到实在想不出来,再去看答案。这样最有乐趣,也最有收获。

每个谜题都有编号。在每个答案(*First Answer*)的最后,我又会提出衍生的新问题。同样的,新问题的答案(*Second Answer*)又可能引出更进一步的问题及最后的解答(*Third Answer*)。

解答的后面,多会有一小段附记(*Postscript*),这是有关这个问题更进一步的讨论。有时候我会介绍一些书或特定读物,提供有兴趣的读者深入探讨相关的主题。



## 目 录

序 数学游戏,也能玩出名堂来·····	I
缘起 大家来猜谜 ·····	V
如何阅读这本书 ·····	VII
谜题 1 斯芬克斯之谜 ·····	1
谜题 2 先知与神秘数字 7 ·····	8
谜题 3 第十颗行星 ·····	12
谜题 4 威兹格思的科技 ·····	18
谜题 5 失物山谷 ·····	22
谜题 6 漫游太阳系 ·····	29
谜题 7 理发师行星 ·····	37
谜题 8 往曼德勒之路 ·····	43
谜题 9 加尔各答黑洞 ·····	49
谜题 10 科幻测验 ·····	55
谜题 11 理发师行星的理发师 ·····	59
谜题 12 都和镜子有关 ·····	64
谜题 13 撒旦与苹果 ·····	71
谜题 14 “然后又怎么了”先生 ·····	77
谜题 15 相对而言 ·····	80

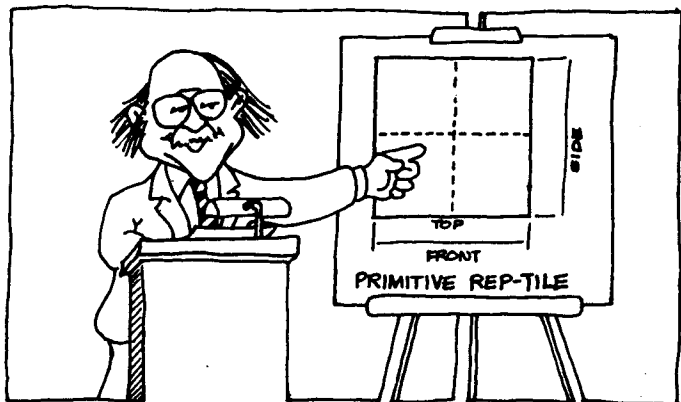


## 斯芬克斯之谜

谜题 16	贝格尔号酒吧间的小赌 .....	85
谜题 17	追捕虫眼怪 .....	89
谜题 18	动物棋戏 .....	94
谜题 19	贝格尔号的保险箱 .....	98
谜题 20	共轭的方格菌 .....	102
谜题 21	行星测验 .....	106
谜题 22	一条龙方格棋 .....	110
谜题 23	狄拉克的剪刀 .....	117
谜题 24	一翻两瞪眼的预测 .....	122
谜题 25	弗拉帕掷硬币 .....	127
谜题 26	夜半蓝人 .....	132
谜题 27	你怎么又来了? .....	137
谜题 28	爱丽丝漫游蜜蜂奇境 .....	143
谜题 29	往布法罗之旅 .....	150
谜题 30	帕尔默奇幻商店 .....	156
谜题 31	火星殖民地的旗帜 .....	161
谜题 32	消失的长板 .....	171
谜题 33	987654321 .....	176
谜题 34	时间逆行的世界 .....	184
谜题 35	在卡普拉迷路 .....	189
谜题 36	吃行星的阿修罗 .....	193



## 谜题 1 斯芬克斯之谜



三松博士是世界著名的遗传学家，也是第一个制造出二维生命形式的人。当然不能说是绝对的二维，但已经很接近了。它是一种像结晶构造的微生物，只以单层的群落在培养皿里繁殖。也就是说，菌业的厚度只有一层。

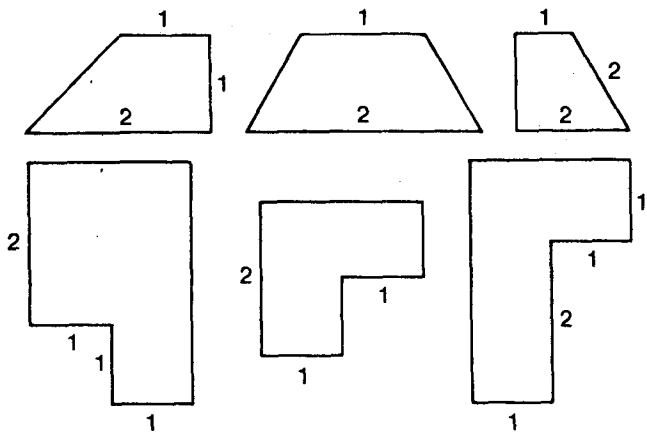
三松博士把这种微生物称为“瓷砖”。它们的形状很像多边形的瓷砖，而且会复制出一模一样的东西。这种微生物实在太小了，只有在强力的电子显微镜下才看得见。它们利用身体外部的纤毛在培养皿里游来



## 斯芬克斯之谜

游去,并且利用表皮吸收养分。当生长到关键大小的时候,也会分裂,但不像阿米巴变形虫那样分裂成2个,而是分裂成4个,每个都保持原来的多边形——不过有可能是镜像的,也就是左右颠倒。4个之中可能有1个以上是原来的镜像。

最初,三松博士能培养出三角形与正方形的瓷砖菌。一个大三角形很容易变成4个与原来形状一模一样的小三角形。平行四边形也很容易做到。几个月之后他又培养出几种不同外型的瓷砖菌,三种是四边形,三种是六边形,外型如下图:



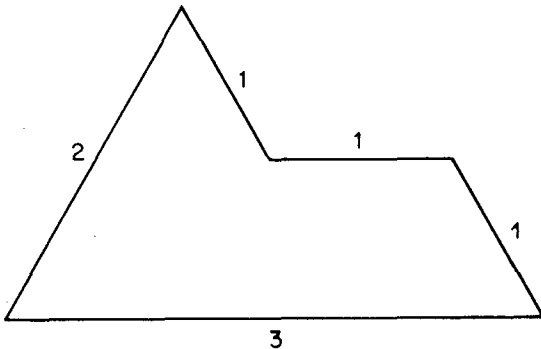
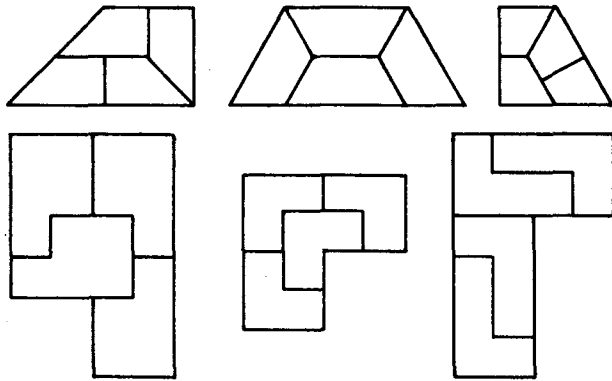
这些菌怎么分裂成4个新菌体,外型完全相同?

### First Answer

三松博士花了一整年时间想培养出五边形的瓷砖



菌,但是都没有成功。他有个助理叫闵斯,是专程从费城跑到东京跟随他做实验的,有一天终于培养出五边形的瓷砖菌来。这个新菌种的形状如下:



当两人看着这个微小的生物在高倍显微镜的荧光屏上游来游去时,三松博士不禁赞叹:“真是漂亮极了,



## 斯芬克斯之谜

我们为它取什么名字好呢？”

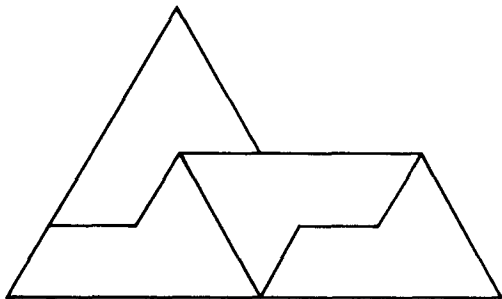
闵斯建议：“叫它斯芬克斯如何？它的外形有点像很久以前大金字塔附近的人面狮身像的侧面图。而人面狮身的怪兽就叫斯芬克斯(Sphinx)。”

三松说：“不错不错，就用这个名字。斯芬克斯毁于 2019 年的中东大战，真是可惜。”

请试试看，能不能把这个不可思议的斯芬克斯，分成四个同形的图案？

### *Second Answer*

下图就是斯芬克斯的分裂方式。



注意原来的斯芬克斯是向左的，因此我们称它为左型斯芬克斯。至于 4 个小的斯芬克斯中，只有 1 个是左型，另外 3 个都向右，称为右型斯芬克斯。

在出生 24 小时之后，斯芬克斯就成熟了，分裂成这 4 个部分。假定 24 小时之前是第零天，当时培养皿中只有 1 个左型，那么这第一天的时候，便会有 1 个左





型,3个右型。第二天会有10个左型与6个右型……我们不难看出,左右两型的数目永远不相等。在每个世代结束的时候,数目较多的型会转变成另一型,而领先型多出来的数目一直在增加。请问在第七天,左右两型的斯芬克斯各有多少?

### *Third Answer*

下面这个表是1个左型斯芬克斯从第零天开始,在一星期之内的增殖表。最下面那一行就是我们要的答案。在第七天中午,共有16,384个克芬克斯,其中8,128个是左型,8,256个是右型。斯芬克斯的总数永远是 $4^n$ ,而两型之间的差永远是 $\pm 2^n$ 。

天数	左型	右型	总数	相差
0	1	0	1	1
1	1	3	4	2
2	10	6	16	4
3	28	36	64	8
4	136	120	256	16
5	496	528	1024	32
6	2080	2016	4096	64
7	8128	8256	16384	128

现在有个更难的问题来了。你能不能找出,在第