

公式圖解法

編著者 ■ 林伯信



新學誠友出版中心 編行

公式圖解法

編著者 ■

林 伯

藏書章

江苏工业学院图书馆



行政院新聞局出版事業登記證

■ 局版台業字第0980號 ■

公式圖解法

■ 編著者：林 伯 信
■ 發行人：李 咁
■ 出版者：新學識文教出版中心

臺北市新中街10巷7號

郵撥帳號：109262

■ 連絡處：臺北市民生東路 920-1 號
■ 編輯部：電話：7656502 • 7656992

■ 校勘者：林 伯 信
■ 印刷所：新學識文教出版中心

中華民國67年5月初版

基價 3 元 5 角

編輯大意

各行業界如能把經營管理上的各種常用公式計算予以圖解化，製成公式圖解圖來廣泛應用，不失為改進企業經營技術、增加工作效率的有效途徑之一。

公式圖解圖可用一直綫或一直尺於圖面上求取公式中各種變數量間之關係，對於經營管理決策者、或規劃設計核算者，均可節省不少寶貴的時間，並可防止錯誤之發生，極有益於常用而固定的公式計算及其核算；因而深覺有推廣應用之必要，爰編撰成書，公之於世，期達普及廣用之目的。

本書旨在啓導公式圖解法之智識與製作公式圖解圖之技術，第1章說明公式圖解圖之特點與類別；第2章簡述公式圖解圖有關之基本製圖；第3章就公式圖解圖之數學原理及製作法予以解析闡述；第4章列舉基本形公式圖解圖實用例題之製作要領；第5章列舉變形公式圖解圖實用例題之製作要領；第6章彙列練習題留供與讀者共同來商討；第七章介紹經驗公式推求法。

故本書堪稱為改進企業經營技術，增加工作效率之基本而實用之工具書，適用於各行業界各界層之工作人員，亦可供為提高人力素質訓練之基礎教材；除第3章祇要粗具中學基礎數學智識，第7章略悉微積分基礎，諒均可閱讀懂得。即能製作各式各類之公式圖解圖備用；至於使用者祇要具備一直尺並能閱讀公式圖解圖中標綫之標度，更可應用而發揮公式圖解圖之功能。

本書係作者初次出版，且有關圖幅均需按比例尺度繪製，為免錯誤均先用方格紙親自製作，但疏漏錯誤，在所難免，對於書中有待改進之處，尤懇明達隨時賜告卓見，以憑今後修訂之指針，是所至盼。

林伯信 謹識

六十七年五月

目 錄

第1章 緒 言 (1~6)

- 1—1 什麼叫做公式圖解圖？
- 1—2 公式圖解圖之特點
- 1—3 公式圖解圖之類別
 - I 基本形公式圖解圖
 - II 變形公式圖解圖
- 1—4 奇妙的公式圖解圖
 - I 平行圖解圖
 - II Z形圖解圖

第2章 基本製圖 (7~19)

- 2—1 等間隔標線製圖法
 - I 線段比直尺爲短時
 - II 線段比直尺爲長時
 - III 標線標度與間距之關係
- 2—2 對數標線製圖法

2 公式圖解法

I 利用常用對數表

II 利用對數標度尺

III 線段比對數標度尺爲短時

IV 線段比對數標度尺爲長時

2—3 一軸表示二種標線製圖法

I $y = \frac{ax + b}{x + c}$ 標線製圖法

II $y = \frac{b}{x + c}$ 標線製圖法

III $y = \frac{1}{x + c}$ 標線製圖法

IV $x = S^m$ 標線製圖法

2—4 圖標線製圖法

第3章 數學原理 (21~75)

3—1 三點在一直線上之條件

3—2 公式圖解圖設計行列式

3—3 公式圖解圖類形之判別

3—4 平行圖解圖之解析

3—5 一曲線圖解圖之解析

3—6 Z形圖解圖之解析

3—7 二曲線圖解圖之解析

3—8 幾何學之應用

3—9 公式形式之整理

第4章 基本形公式圖解圖之例題 (77 ~ 106)

4—1 加法平行圖解圖

4—2 減法平行圖解圖

4—3 乘法平行圖解圖

4—4 除法平行圖解圖

4—5 乘除法Z形圖解圖

4—6 指數計算Z形圖解圖

4—7 一曲線圖解圖

4—8 $c = \frac{a}{1 + ab}$ 型圖解圖

4—9 組合形圖解圖

4—10 網形圖解圖

第5章 變形公式圖解圖之例題 (107 ~ 115)

5—1 $c = \frac{a}{a + b}$ 型圖解圖5—2 $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 型圖解圖5—3 $\frac{1}{e} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 型圖解圖

4 公式圖解法

5—4 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$ 型圖解圖

5—5 圓形圖解圖

第6章 練習題 (117~123)

6—1 三個變數之練習題

6—2 四個變數之練習題

第7章 經驗公式推求法 (125~140)

7—1 直線方程式

7—2 練習題

7—3 曲線方程式

7—4 練習題

附錄 I 數表 (141~146)

i) 平方、正方、開方表

ii) 三角函數表

iii) 常用對數表

iv) 自然對數表

v) 指數函數表

附錄 II 66年度綜合所得稅速算圖解圖 (147~149)

1

緒 言

1-1 什麼叫做公式圖解圖？

公式圖解圖英文叫做 Nomo graph，原則上公式中三種變數量間之關係，在圖上可以一直線或一直尺相連結，以表示此三種變數量間之關係，而所製成之圖叫做**公式圖解圖**（Nomo graph）；探討公式圖解圖之智識及製作技巧者，英文叫做 Nomo graphy，法文叫做 Nomo graphie，德文叫做 Nomo graphie；此字普通英文小字典不易找到，Nomo graph 有人把它譯為圖解圖，Nomo graphy 有人把它譯為諾謨術；Nomo graph 實係指**公式圖解圖**，而 Nomo graphy 作者擬譯為**公式圖解法**，似較適切實際。

茲先介紹公式圖解圖中常使用到的幾個主要的專用名詞；**標線**：公式圖解圖原則上需要具備三軸標線，此三軸標線可為垂直直線，水平直線，傾斜直線，曲線或為半圖形。標線上之**標度**：可為等分尺度，對數標度或為函數標度。一軸標線均可用以表示兩種標度。**標度間隔**：均需按照比例尺度繪製。標線標度間隔與**標線間距**間之關係，詳述於第2章 2-1-Ⅲ節。應用或使用公式圖

2 公式圖解法

解圖時，祇要具備一直尺，即可於公式圖解圖上，求出公式中各種變數量間的關係。

1-2 公式圖解圖之特點

如果我們已具備公式圖解圖，普通計算均從三個變數中，先假定已知其中之二個變數，即可由一直尺（一直綫）得知其第三個變數之值。

目前對於計算之方法及所使用之工具，可用筆算、算盤、計算尺、計算機、計算數表，及最近進展迅速的電算機等，均可協助我們得到計算之成果。

而過去對於加減法之計算，均認為以使用算盤者為最快，對於乘除法之計算，多認為以使用計算尺為最簡便；自從電算機出現後，算盤與計算尺之使用，頗受影響，然而公式計算圖解化，如使用公式圖解圖來計算，仍具有如下幾個特點：

I 普通之設計計算書，如能把常用之公式計算全部圖解化，製作成公式圖解圖，則設計計算者與核算者均可節約很多計算及核算所需時間與費用。

II 祇要不誤讀公式圖解圖之標度數字，諒不致有錯誤發生，而可防止避免錯誤發生之機會。

III 極有利於常用而固定式的公式計算及其核算。

IV 各種變數量間之關係均可在公式圖解圖上表明。

V 類似已有一次記憶程式（Programing）之電算機。

VI 製作者略為辛苦，使用者極為方便。

VII 惟一缺點為微標度不易表明，致精確之尾數不易讀出。

1-3 公式圖解圖之類別

最基本的數學演算為加減乘除，如以數式表示則如下：

$$a + b = c \dots\dots\dots (1)$$

$$a - b = c \dots\dots\dots (2)$$

$$a \times b = c \dots\dots\dots (3)$$

$$a \div b = c \dots\dots\dots (4)$$

一數 a 加減乘除另一數 b ，以得答數為 c 。故公式計算圖解化之公式圖解圖，原

則上應包括表示三個數之標綫；即表示一數 a 與另一數 b 及答數 c 三個數之標綫。

公式圖解圖之製作，尚可應用數學原理及幾何學原理加予擴充使用，而使其類形繁多，原則上公式圖解圖之類別可區分為基本形公式圖解圖與變形公式圖解圖兩大類，茲先行分類如下：

I 基本形公式圖解圖

- i) 平行圖解圖：三個標綫互為平行之圖解圖。
- ii) Z形圖解圖：二個標綫互為平行，另一個標綫為對角直線之圖解圖。
- iii) $c = \frac{a}{1+ab}$ 型圖解圖：由一個垂直標綫與二個斜標綫所形成之圖解圖，實係由兩個 Z 形圖解圖所組合成之圖解圖。
- iv) 一曲綫圖解圖：二個標綫互為平行，另一標綫呈曲綫之圖解圖。
- v) 二曲綫圖解圖：二個標綫呈曲綫，另一標綫為直綫之圖解圖。
- vi) 三曲綫圖解圖：三個標綫均呈曲綫之圖解圖。
- vii) 組合形圖解圖：為前述各種基本形圖解圖所組合成之圖解圖，例如二組平行圖解圖，二組 Z 形圖解圖，一組平行圖解圖與一組 Z 形圖解圖或與一組一曲綫圖解圖組合所成之圖解圖便是。
- viii) 網形圖解圖：三個標綫互為平行，而其中之一標綫尚可以網狀形表示之圖解圖。

II 變形公式圖解圖

- i) $c = \frac{a}{a+b}$ 型圖解圖：參考 3-8-5 節。
- ii) $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 型圖解圖：參考 3-8-9, 3-8-10 節。
- iii) $\frac{1}{e} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 型圖解圖：參考 3-8-11 節。
- iv) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$ 型圖解圖：參考 3-8-12 節。
- v) 圓形圖解圖：一圓以直徑區分，以上半圓，下半圓及直徑各別表示三個標綫之圖解圖，參考 2-4, 3-8-13 節。

1-4 奇妙的公式圖解圖

I 平行圖解圖

4 公式圖解法

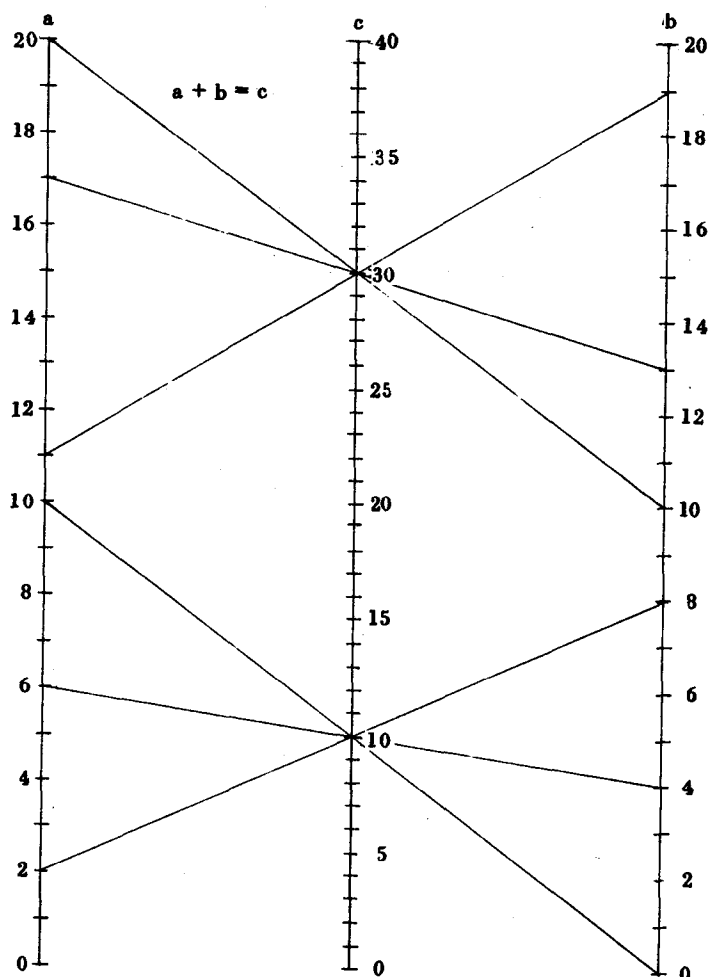


圖 1-1 平行圖解圖

如圖1-1有三個標綫，a與b表示標綫長度相等，方向相同，尺度一樣互為平行的二個標綫，c表示a與b之和的標綫，則可發現如下之奇妙點：

- i) 同和值之連結直綫必通過同一點。
- ii) a與b之和值，均在一直綫上；即其和值之標綫亦成一直綫。
- iii) 標綫c與a,b標綫為同方向。
- iv) 標綫c與a,b標綫互為平行。因而稱為平行圖解圖。

v) 標綫 c 之尺度，亦成等分間隔。

明瞭前述各項特點，標綫 c 之尺度刻劃，即不難製作出來。圖 1-1 雖表示 $a+b=c$ 之公式圖解圖，同時亦表示 $c-b=a$ 與 $c-a=b$ 之公式圖解圖；故平行圖解圖不祇是加法之公式圖解圖，亦是減法之公式圖解圖矣。

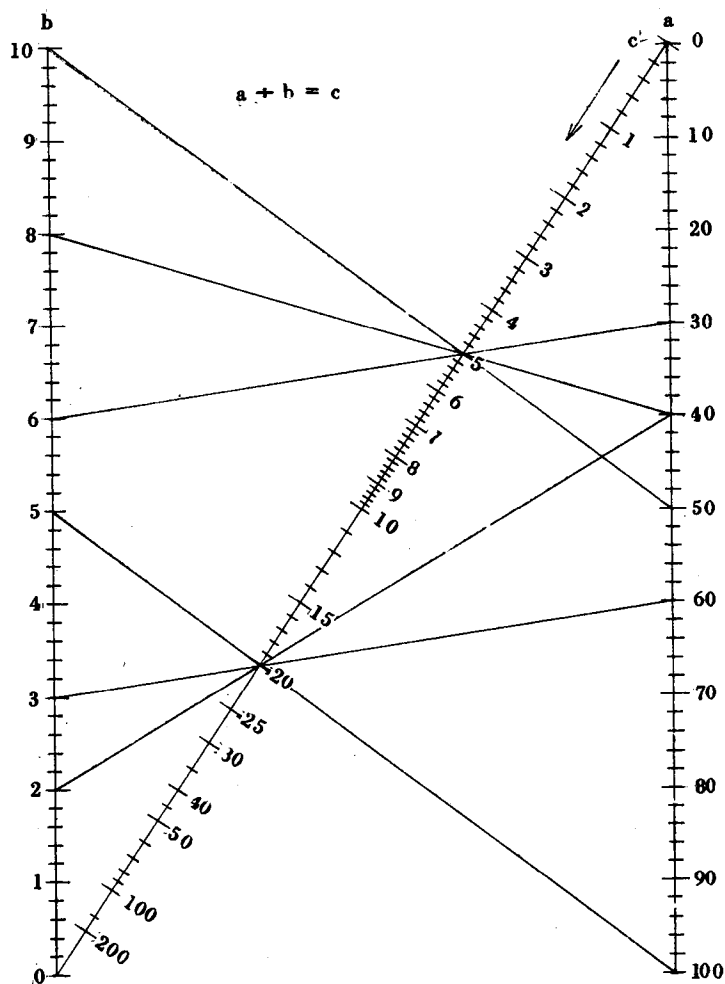


圖 1-2 Z形圖解圖

II Z形圖解圖

圖 1-2 也有 3 個標綫， a 與 b 表示標綫長度相等，方向相反，尺度不一樣

6 公式圖解法

，互為平行的二個標綫， c 表示 a 除 b 之商值的標綫，則可發現如下之奇妙點：

- i) 同商值之連結直綫必通過同一點。
- ii) a 除 b 之商值，均在一直綫上，即其商值之標綫亦成一直綫。
- iii) 其商值標綫之延長綫，通過 a, b 標綫之起點，即通過 $a=0$ 與 $b=0$ 之點。
- iv) 其商值標綫為 a, b 標綫之對角綫。
- v) 標綫 c 之尺度，非等分間隔，亦非對數標度。

標綫 c 之尺度刻劃，需先連結 a, b 兩標綫起點之對角綫，為 c 之標綫，擬求其商值為 $1, 2, 3 \dots$ 等值之刻劃，祇要連結 $b=10$ 之點與 a 標綫各值如 $a=10, 20, 30, \dots$ 各值之連結直綫與對角綫之交點即可；如擬求其商值為 $11, 12, 13, \dots$ 等值之刻劃，祇要連結 $b=5$ 之點與 $a=55, 60, 65, \dots$ 各值之連結直綫與對角綫之交點即得；不過其商值將漸趨愈大，即自 0 增至 ∞ (無限大)。

圖 1-2 表示 $a \div b = c$ 之公式圖解圖製作法，因呈 Z 形，故叫做 **Z 形圖解圖**。由圖 1-2 知該圖亦可表示 $b \times c = a$ 之公式圖解圖，故 Z 形圖解圖不祇是除法之公式圖解圖，亦是乘法之公式圖解圖。

如前所述，最基本的數學演算為加減乘除，圖 1-1 為平行圖解圖，表示加減法計算之公式圖解圖；圖 1-2 為 Z 形圖解圖，表示乘除法計算之公式圖解圖；嚴格言，基本形之公式圖解圖，即指平行圖解圖與 Z 形圖解圖二種而言。

2

基本製圖

標綫長度，原則上儘可能愈長愈佳，**標度**刻劃愈詳細愈好，一般可利用方格紙來決定適宜的所需長度，並刻劃所需的**標度**；茲再介紹製作公式圖解圖有關之基本製圖如下。

2-1 等間隔標線製圖法

I 綫段比直尺爲短時

如圖 2-1 與圖 2-2， AB 爲已知綫段比直尺 $CD = 10\text{ cm}$ 爲短，擬區分 AB 綫段爲 20 等分。普通可利用方格紙，如無方格紙，自 A 、 B 點各繪 AB 之垂直綫 AC 與 BD ， AC 與 BD 互爲平行，於此二平行綫間，求一恰等於 $CD = 10\text{ cm}$ 綫段之斜綫，在此斜綫上照每一等分爲 5 mm 刻劃標度，再自斜綫上所刻劃標點，引 AB 之垂直綫或作 AC （或 BD ）之平行綫，即可區分 AB 綫段爲 20 等分。

II 綫段比直尺爲長時

如圖 2-3， AB 爲已知綫段比直尺 $CD = 10\text{ cm}$ 爲長，擬區分 AB 爲 20

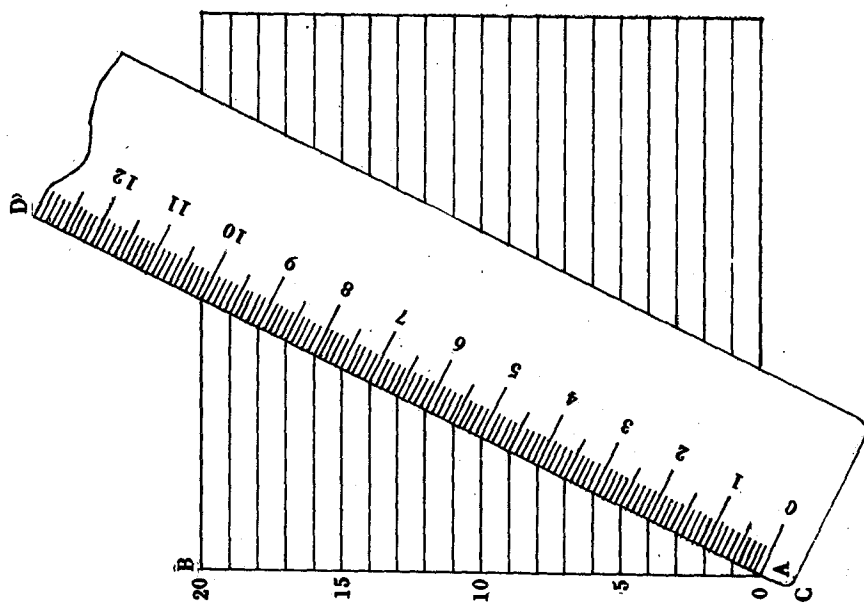


圖 2-1 線段比直尺爲短時(一)

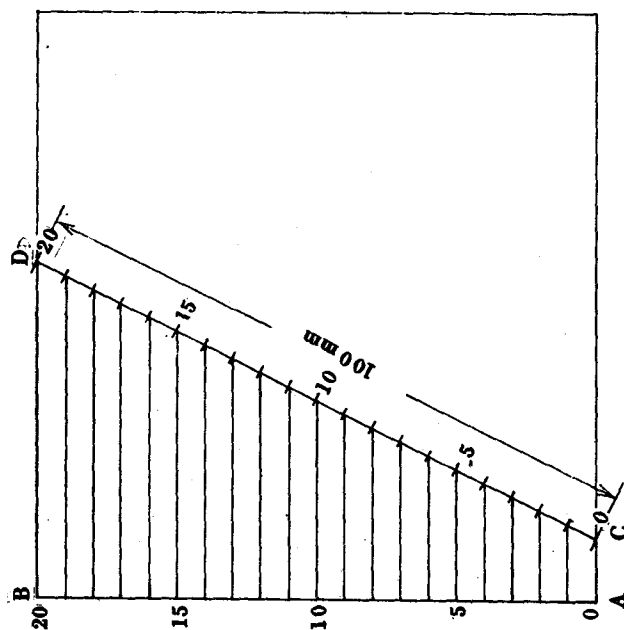


圖 2-2 線段比直尺爲短時(二)

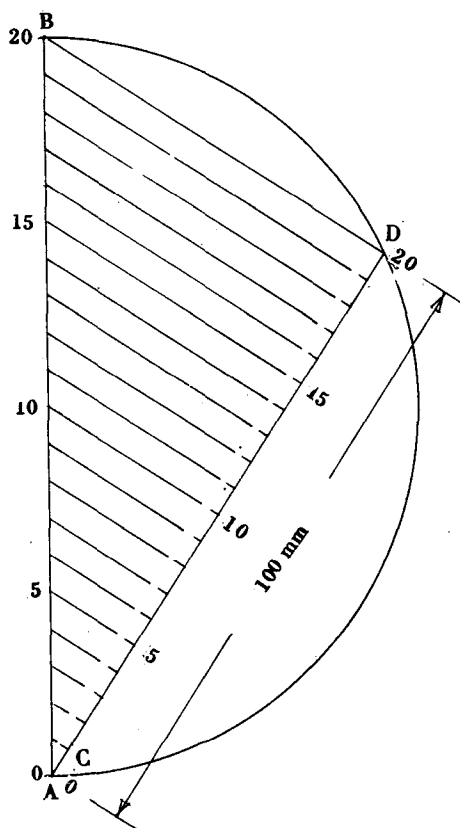


圖 2-3 線段比直尺為長時

等分，可以AB 綫段為直徑作一半圓，固定C于A點，於此半圓上求一恰等於CD = 10 cm 之弦，連結BD，在此弦上按每一等分為5mm 刻劃標度，自所刻劃標點作BD 之平行綫，即可區分AB 綫段為20 等分。

Ⅲ 標綫標度與間距之關係

一般先決定了a 與b 標綫之位置與標度，則c 標綫之位置與其標度，可謂均被限制而固定；有時為了製圖及使用時方便，需先決定c 標綫之位置。

如圖 2-4 為 $a + b = c$ 之公式圖解圖，假定a 與b 標綫之標度為已定，擬使c 標綫位置距a 標綫L cm 處出現，則b 標綫宜安排在何處；由圖 2-4 可知 $\triangle APC$ 與 $\triangle BPD$ 為相似三角形，即

$$AC : BD = L : x$$

$$\therefore x = \frac{BD}{AC} \cdot L$$