高压电器制造論文

(一)

应用于电器制造个别計算中的几何方法

Г. В. 霍略夫斯基著

沈 越 昭 譯

人 民 教 育 出 版 社

本书系根据苏联国立动力出版社（Государственное энергетическое издательство）1954年出版的А. М. 扎列斯基（А. М. Залесский）主编“高压电器制造論文集”（Высоковольтное аппаратостроение, сборник статей）中第三篇論文“应用于电器制造个別計算中的几何方法”（Геометрические методы в применении к отдельным расчетам в аппаратостроении）譯出的。这篇論文的作者是工程师Г. Б. 霍略夫斯基（Холявский）。

本篇叙述若干有关分析和作出表示各个不同的計算量間的关系曲綫的几何方法，这些关系曲綫例如具有任意冪次指数的冪次关系曲綫，电場梯度的曲綫，电器活动部件的加速度与速度曲綫等。

本书可供高等工业学校“电机与电器”和“高电压技术”专业师生閱讀，同时对从事电器制造的工程技术人員也有参考价值。

高压电器制造論文（一）
应用于电器制造个別計算中的几何方法

Г. Б. 霍略夫斯基著
沈　越　昭　譯

人民教育出版社出版 高等学校教材編輯部 北京宣武門内承恩寺7号
（北京市书刊出版业营业許可証出字第 2 号）
人民教育印刷厂印装　新华书店发行

統一书号15010·885　开本 787×1092 1/32　印张 1 1/16
字数21,000　印数0001—7,000　定价（8）￥0.13
1960年4月第1版　1960年4月北京第1次印刷

A. M. 扎列斯基主編"高压电器制造論文集"一书共包括九篇論文。第一篇为 Г. Б. 霍略夫斯基(Холявский)所著"确定断路器合閘电流的計算方法";第二篇为 Г. Б. 霍略夫斯基所著"具有电容式电屏的絕緣子的計算";第三篇为 Г. Б. 霍略夫斯基所著 "应用于电器制造个别計算中的几何方法"; 第四篇即为本文;第五篇为 С. Н. 扎哈罗夫(Захаров)和 С. А. 齐尔佐夫(Чирцов)合著"交流电磁鉄操作机构",第六篇为 И. С. 阿龙諾維奇(Аронович)所著"电器制造中杠杆連接机构的应用";第七篇为 Н. И. 巴楚林(Бачурин)所著"設計高压断路器的若干問題",第八篇为 А. М. 扎列斯基所著"支持和套管絕緣子的金属附件尺寸的确定";第九篇为 В. В. 阿范納斯也夫(Афанасьев)和 Н. А. 馬卡罗娃(Макарова)合著"用于空气断路器配电設备上的生产压縮空气的装置"。其中第一篇科学技术出版社于 1958 年已經翻譯出版,以单行本发行;第二篇譯文也在 1955 年出版的"电器工业"杂志第五期中发表过;第五、六、七篇科学技术出版社亦已翻譯出版,收集在它 1957 年出版的"高压电器論文集"中。为了避免重复,已出版的各篇譯文我社就不再出版了。其余的第三、四、八、九各篇譯文我社以单行本出版。

1960 年 3 月

应用于电器制造个别計算中的几何方法

Г. Б. 霍略夫斯基著

緒　　論

在設計电器，特別是高压电器时所进行的計算，大部分是以一些极不相同而又比較不大正确的准則为根据的。例如，在根据电器强度的各項条件来确定絕緣元件的尺寸，根据复杂的数据和机构的各个元件与操作元件的連結情形来确定机械性能，根据还沒有充分闡明了的电弧以及与它有关的电气和气体动力过程的規律来确定灭弧設备的尺寸时，情形就是这样的。在其他类似的不能保証高的精度、可是有时却要求复杂运算的各种計算中，情形也是这样。

在所有这些計算中，所得結果的正确性主要决定于所应用的公式的結构的正确性和計算时所选擇的各种不同的經驗系数的正确性，以及它們与电器的眞实工作条件是否符合。

图解和图解分析方法的应用在提高这些計算的直观性和完成这些計算的速度方面起着很大作用。应用这些方法时所产生的不可避免的誤差，比起不正确地选擇各种常数和所应用的公式的近似結构所产生的影响，一般是不大显著的。在某些情形下，例如当計算直綫导体各段間的电动力时，引入附加的几何概念并不会减低計算的精度，而同时却能大大地簡化了大量公式的結构，并把所应用公式的数目縮减至最少。在另一些情形下，对某些經常碰到的关系进行近似运算的几何方法，使我們可以避免在按公式計算数値和按各别表格求出一系列数量等情况下所碰到的麻煩工作，以及給我們以更加清楚而明显的有关个别元件对計算結果所生影响的概念。

下面叙述若干几何方法，主要是有关分析和作出表示各个不同的計算量間的关系曲綫的几何方法。

1. 表示冪次关系的特性曲綫的繪制

在所有公式中实际上都包括整数指数的冪次函数，而更难于运算的分数指数冪次关系函数也是很經常地碰到的。

为了表述一般形式的这类关系：

$$y = Ax^{\alpha} \tag{1}$$

(式中 α 为某一常数，整数或分数，正数或負数)，大家都知道，我們往往利用对数坐标的图形，将这些关系曲綫在 $\lg x$，$\lg y$ 的坐标系統內作出，应用了这样的坐标系統，所有这些关系曲綫都变成了直綫。

虽然这种作图法具有很多优点，可是也还具有重大缺点。首先，它要求有专用的图表，不保証繪出和决定各点坐标的正

确性，并且由于曲綫形状与眞实形状不同而引起另一些不方便之处。

在通常的直角坐标系内作出这类关系曲綫的方法，例如作出热力学里面的多方曲綫等等，是大家知道的，但是更方便的是利用下面所叙述的很簡单的近似方法。

对方程(1)所表示的任意冪次函数来説，其在 x 軸上用 S_x 来表示的次切綫的长度等于

$$S_x=\frac{y}{\frac{dy}{dx}}=\frac{Ax^{\alpha}}{\alpha Ax^{\alpha-1}}=\frac{x}{\alpha}, \tag{2}$$

即不管常数 A 为何数，S_x 都为 x 坐标的直綫性函数。

我們用通过坐标原点而与横坐标軸成 $\beta=\operatorname{arctg}\frac{1}{\alpha}$ 角的

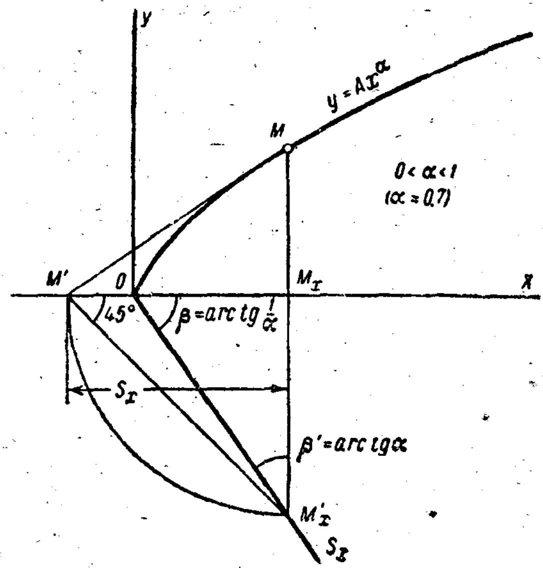

图 1. 冪次函数次切綫直綫的作出。

直綫来表示这个关系式，而[illegible]綫是在横坐标軸的下面(图1)。在曲綫 $y=Ax^{a}$ 的任意点 M 作一切綫并自 OX 軸向下在 OX 軸的垂直綫上截取相应的次切綫值 $M'M_x$，这样就可作出其縱坐标等于次切綫长度的直綫。此时所得到的点 M'_x 决定所有 $y=Ax^{a}$ 型冪次关系曲綫的通过坐标原点的次切綫 S_x 的直綫，在这里指数 α 为已給，系数 A 为任意值。M'_x 点也可以由作一半徑为 $M'M_x$ 的圓周或自 M' 点作一与横坐标軸成 45° 角的直綫使与 M 点的縱坐标相交而作出。

图 2 表示如何应用作出切綫各段的方法，来近似地作出与 x^{a} 成比例并通过某一給定点 K 的曲綫(作图自 K 点开始)。

当 $\alpha=1$ 时，$\mathrm{arctg}\frac{1}{\alpha}=45°$，函数 $S_x(x)$ 为与横坐标軸成 45° 的直綫，而函数 $y=f(x)$ 則为通过坐标軸原点而与坐标軸成任意角度的直綫。

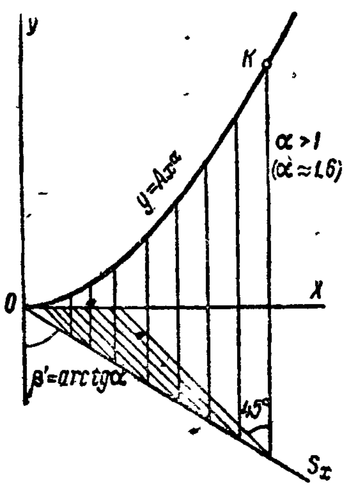

图 2　按次切綫法作出冪次函数 $y=Ax^{a}$。

曲綫 $y=f(x)$ 成凸形，当 $\alpha>1$ 时轉向下，而当 $\alpha<1$ 时轉向上。

当 α 值为負数时($\alpha<0$)，可以利用相应于 α 絕对值的次切綫 S_x 的直綫，但是在这样情况下在横坐标軸上截取相应于次切綫各长度的綫段时，不是向左，而是向右(图 3)。

除了簡便以外，上引作图法之优点为：可以在

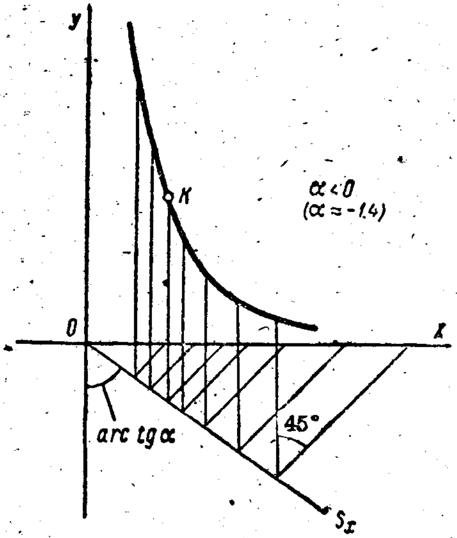

图 3. 按次切綫法作出幂次函数 $y=Ax^{-\alpha}$。

曲綫各处取得任意不同的点間間隙，以提高作图的正确性。

对于由幂次关系式表示的曲綫，我們将不仅研究它們在横坐标軸上的次切綫值 S_x，而且也将研究它們在縱坐标軸上的次切綫值 S_y。

由方程(1)，可用 y 表示 x 如下：

$$x=\left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}. \tag{3}$$

Y 軸上的次切綫值可以写成

$$S_y=\frac{x}{\dfrac{dx}{dy}}=\frac{\left(\dfrac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}{\dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}-1}\dfrac{1}{A}}=\frac{\dfrac{y}{A}}{\dfrac{1}{\alpha A}}=\alpha y. \tag{4}$$

方程(4)确定了 S_y 同样也是通过坐标原点，但与縱坐标軸成 $\operatorname{arctg}\alpha$ 角之直綫。

如果自縱坐标軸向左作一直綫 S_y，則不难发現这两条次切綫直綫具有十分有趣而且重要的性能，卽半直綫 S_y 为半直綫 S_x 的延續。

因此，对于給定的冪次指数 α，我們有一根共同的直綫，这根直綫通过坐标原点，并且它的一部分給出在横坐标軸上的次切綫值，而另一部分則給出縱坐标軸上的次切綫值。

冪次关系式(1)所表示的曲綫的次切綫的这个重要特性，第一，使我們能在曲綫与横坐标軸所成的傾角很小时，也卽次切綫 S_x 的数值极大时便于作出各曲綫；第二，給我們控制作图正确性的方法，因为在所作出的曲綫 $y=f(x)$ 的各点，曲綫傾角应与在此点的两个次切綫值 S_x 和 S_y 相适应。

图 4 为利用两个次切綫值 S_x 和 S_y 作出 α 值很小时的冪

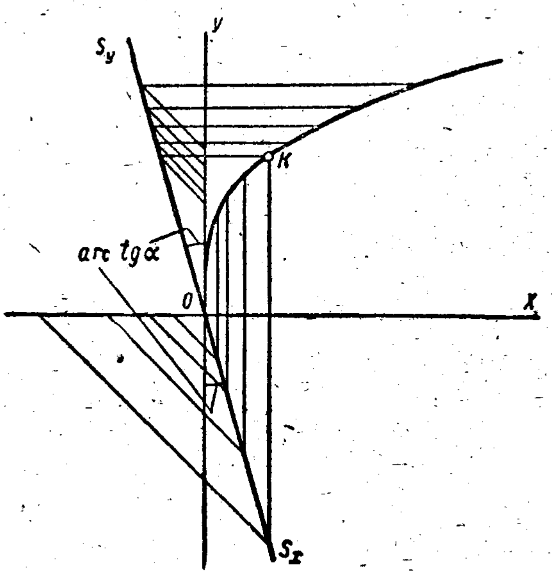

图 4. 作出 α 值很小时的冪次函数。

次函数曲綫的例子。如果只利用直綫S_x,作图就很难完成,并且需要改变超出图紙范圍的次切綫的比例尺。

上述冪次函数曲綫作图法,对于分析实驗所得的假設为冪次函数的关系曲綫来說,也即是对求出这类曲綫的指数α来說,同样也是有利的。为此,人們通常将所研究的曲綫重新在对数坐标系統中作出,在对数坐标系統中直綫的斜度决定冪次的指数。

在利用上述方法时,无須任何重复作图卽可求出可以由方程(1)表示的冪次曲綫的指数。用图解方法对所分析的曲綫的若干点求出两坐标軸上的次切綫值,在与巳知点相应的垂直綫上截取这些縱横坐标軸上的次切綫值,并且选出一根通过上述次切綫的各点和坐标原点的直綫,就足以求出冪次曲綫的指数。如果这一根直綫可以画出,那末,根据以上所述,它的斜度就决定α值。

如果次切綫各点并不处在这根直綫上,那末,这就是說:所研究的关系曲綫不能用方程(1)来表示。

利用S_x和S_y两直綫互为另一直綫之連續这一特性,也大大有利于正确选擇次切綫直綫的斜度。卽使画出切綫的正确性不高,以及次切綫各点对两坐标軸来說散开得很显著,仍旧可以足够正确地画出通过相应于直綫S_x和S_y各点和通过坐标原点的平均直綫,即找出直綫S_x和S_y的正确的斜度,这可在图5中看出。比較少的点数,就使我們可以得到足够正确的冪次指数α的平均值,而几乎与作出切綫的正确性无关。

因为用这方法作出由冪次关系式表示的曲綫,是以将曲綫的各段用切綫的綫段来替换为根据的。所以,这种作图法显然具有一定的誤差,可是这些誤差是可以縮减至比較小的数

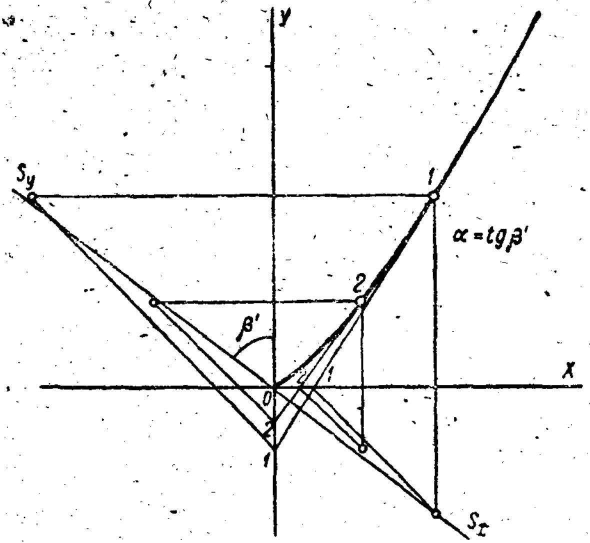

图 5. 精确作出幂次函数的次切綫直綫以求 α。

值的。

作图的不正确性的主要来源之一是这样一种情况：在曲綫的各段上，切綫的方向是决定于相当于各段始点次切綫值的射綫，这就随着离开曲綫上已知点的程度的增加而增加了不正确性。这种不正确性可以由不同的方法来减小，例如：

a) 作成曲綫的分支后（从已知点到最远点），利用各段始点之次切綫，从已知的极限点向后退，根据各段終点的次切綫作出相反的曲綫（图 6）。曲綫对两坐标軸的眞正斜度将位于两已作出之曲綫分支間，并且可以由位于它們中間的曲綫来求出。利用了这一平均曲綫，可以自已知点作出一校正过的曲綫；

б) 可以計算曲綫的第二点（輔助点），利用这一点，可以校正已知曲綫；

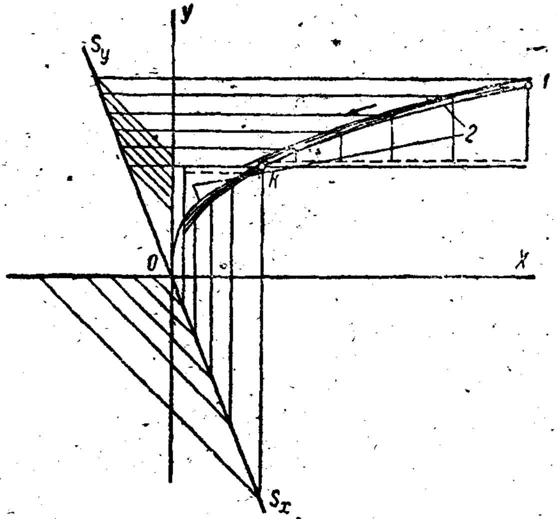

图 6. 按次切綫法精确作出冪次函数:
1—計算点; 2—校正曲綫。

в) 給出横坐标(或縱坐标)的一定的相等各分段后,可以取得各該分段中点的次切綫斜度; 同时第一段应該取得等于其余各段之半。

我們能够在曲綫的不同各点取出分段的各种长度, 这也就使我們有可能找到对作图的正确性最为有利的曲綫各段的长度。我們能够利用已知曲綫各点次切綫直綫的任意部分——半直綫 S_x 和 S_y, 这也使作图更加方便。

利用 45° 角的三角板可使作图速度加快; 将三角板作平行移动,使其一角沿次切綫直綫移动,就求得已知曲綫切綫的方向(图 7)。

上述方法在若干情形下, 即当必須对冪次函数作近似而迅速的評价时是有用的, 特别是当冪次的指数为分数时更为

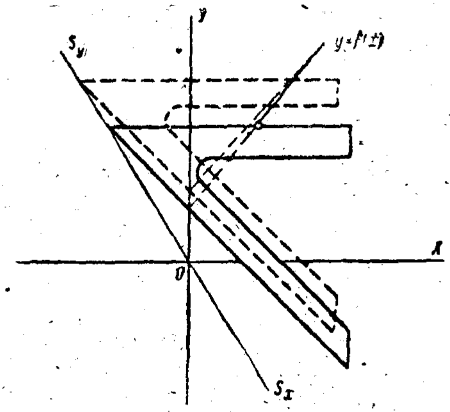

图 7. 按次切綫法作冪次函数的曲綫时三角板之使用法。

有用，因为这时候不經过計算要对函数的变化进行評价是有困难的。

2. 有关該項图解方法的若干一般的意見

在上面所建議的冪次关系曲綫的近似作图法，是以一般的原理为出发点的，其他基于利用曲綫的次切綫和次法綫的特性的作图法在一定程度上也是根据这些一般原理的。尤其是，应用次法綫和次切綫的特性来解技术問題，在苏联电工学者 B. A. 托尔文斯基 (B. A. Толвинский) 和 M. B. 柯斯秦珂 (M. B. Костенко) 的著作中常常可以碰到。B. A. 托尔文斯基教授在許多确定电机内損耗的著作中，应用了次法綫的方法，而 M. B. 柯斯秦珂利用了具有恒值的横坐标軸上次切綫的指数曲綫的特性，来解应用于防止过电压問題中的常系数綫性微分方程。

由于 M. B. 柯斯秦珂所建議的方法可以应用来解一系列

技术問題，其中也包括关于电器制造的問題。因此，在这里我們将簡短地叙述这个方法的实質，这个方法是根据

$$y = Ae^{-\frac{t}{T}} \tag{5}$$

形式的曲綫在横坐标軸上的次切綫具有等于常数T的值。

假定有一个一阶微分方程

$$\frac{dy}{dt} + \frac{y}{T} = f(t), \tag{6}$$

式中 T——常数，而 $f(t)$——給定的 t 的函数。

这一方程，可以写成下列形式:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{Tf(t) - y}{T}. \tag{6a}$$

如果作出 $Tf(t)$ 的函数，把它沿横坐标軸自縱坐标軸移动一量 T，那末，根据方程(6a)，联接曲綫 $Tf(t)$ 和自此曲綫移动一横坐标差为T的曲綫 $y=f(t)$ 上的点的直綫的斜度等于未知曲綫 $y=f(t)$ 上切綫的斜度。如果在縱坐标軸上截取 $t=0$ 时的 y 的起始值(等于 y_0)，并且把所得点和曲綫 $Tf(t)$ 的原点联接起来，那末，在某一段 Δt 上，我們得到未知曲綫 $y=f(t)$ 的綫段。

我們再轉到以后各点，即可得到曲綫的以后各段。

取在含有恒定电阻R和恒定电感L的电路内电流增长的方程为例，在該电路內加上一个随时間而变化的交变电压 $U(t)$，則

$$U(t) = Ri + L\frac{di}{dt} \tag{7}$$

或

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\frac{L}{R}} = \frac{U(t)}{L}. \tag{7a}$$

作出一自縱坐标軸移动一横坐标值 $T=\frac{L}{R}$ 的曲綫

$$\frac{L}{R}\frac{U(t)}{L}=\frac{U(t)}{R},$$

并且考慮到 $|i|_{t=0}=0$，我們就可以对給定的 $U(t)$，L 和 R 作出电流曲綫 $i(t)$（图 8）。

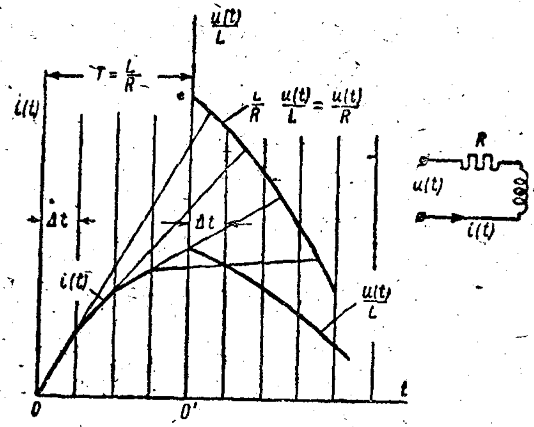

图 8. 应用 M.B.柯斯秦珂法作出在加有交变电压的电路中的电流曲綫。

M.B.柯斯秦珂也将他的方法应用于較高阶的微分方程，显然，他的方法可以使我們对一系列計算問題得到适宜的近似解。

在下面我們将轉过来研究在作次切綫和次法綫时經常遇到的个别几何要素間的若干共同关系。

假定我們有（图 9）曲綫 $y=f(x)$ 的某一段，在此段曲綫的 $M(x,y)$ 点，作出曲綫的切綫和法綫。如以 S_x 和 n_x 来表示 X 軸上次切綫和次法綫的长度，以 S_y 和 n_y 来表示 Y 軸上次切綫和次法綫的长度，則由初等几何上的相似关系，可以看出 M 点坐标 x、y 与 S_x、S_y、n_x、n_y 各量間的下列关系是正确的：

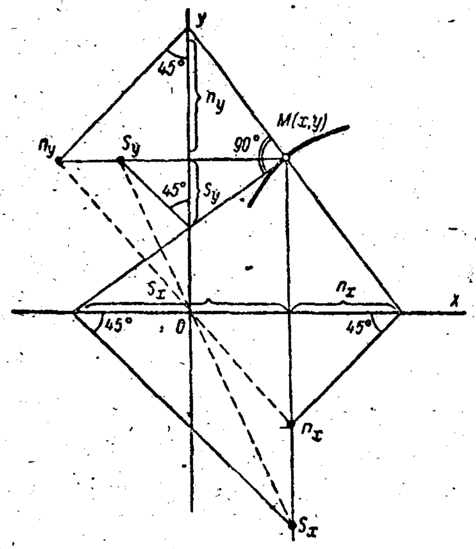

图 9. 曲綫的次切綫和次法綫間共同关系的确定。

$$S_x S_y = n_x n_y = xy; \tag{8}$$

$$S_x n_x = y^2; \tag{9}$$

$$S_y n_y = x^2 \tag{10}$$

由这些关系式可知：不可能为任意的 S_x 和 S_y（或 n_x 和 n_y）値找出相应曲綫的綫段。但是，如果已有給定曲綫 $y=f(x)$，和曲綫 $S_x=\varphi_1(x)$，則无須作出各切綫就可以找出曲綫 $S_y=$ $=\varphi_2(y)$。

如果象我們从前所做的一样，在紁横坐标軸的外面作出曲綫 $S_x=\varphi_1(x)$ 和 $S_y=\varphi_2(y)$，那末，可以引伸出这些曲綫的有趣的特性，即联接相应于曲綫 $y=f(x)$ 上同一点的 S_x 和 S_y 曲綫上的点的直綫，总是通过坐标原点（图 9）。

次切綫（或次法綫）曲綫的这种重要的特性，使我們可以

在具有給定曲綫和一条次切綫(或次法綫)曲綫的情况下很簡单地作出第二条次切綫曲綫。这样，为要根据曲綫 $y=f(x)$ 的一点和曲綫 S_x 的一点找出曲綫 S_y 相应的一点，只要通过 S_x 点作一通过坐标原点的直綫，并找出它与通过曲綫 $y=$ $=f(x)$ 相应点而平行于横坐标軸的直綫的交点就可以了。

此外，已知 S_x 和 S_y 两曲綫，用类似的方法同样也可以很簡单的对冪次函数以外的各种函数作出所求曲綫 $y=f(x)$，无須作出切綫；在冪次函数的情形下，两曲綫 S_y 和 S_x 轉变成共同的一根直綫。

在两坐标軸上作出次切綫曲綫，使我們在一系列情形下可以另外得到一些在实用上很是方便的作图法。

以下我們将研究一种个别的情形，即研究上面提到过的极常用的(在发热，短路电流，絕緣及許多其他問題內常碰到的)指数函数曲綫：

$$y=Ae^{-\frac{t}{T}}$$

此曲綫之 $S_x=T=$ 常数。

为求出 S_y 我們将以 y 来表示 t

$$-\frac{t}{T}=\ln\frac{y}{A};\quad t=-T\ln\frac{y}{A}.$$

由此

$$S_y=\frac{t}{\frac{dt}{dy}}=\frac{-T\ln\frac{y}{A}}{-\frac{T}{y}}=y\ln\frac{y}{A}. \tag{11}$$

由表示式(11)可知：指数函数之曲綫 S_y 与常数 T 无关，因而，具有給定函数幅值 A 的 S_y 曲綫当 T 为任意值时都具有不变的形式。如果将 S_y 用标么値来表示，这就变得很清楚