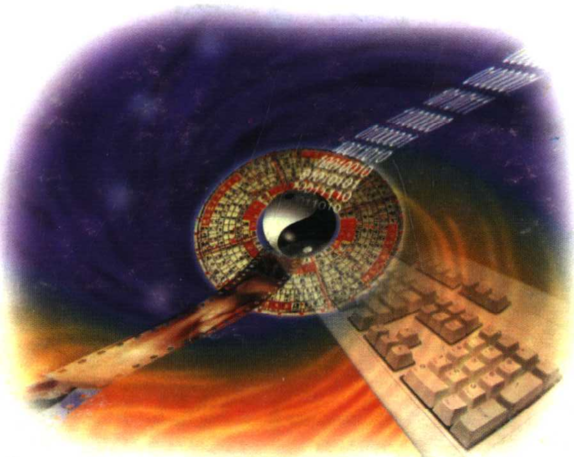
世界科技全景
百卷书
100

科技史话系列 2



数学与物理的发端

章志彪 张金方 主编

中国建材工业出版社

世界科技全景百卷书②

·科技史话系列·

数学与物理的发端

编写　王兴正

中国建材工业出版社

目　录

科学之王——数学

古印度数学的传说

数学是最集中、最深刻、最典型地反映了人类理性和逻辑思维所能达到的高度，所以，11世纪大数学家、物理学家和天文学家高斯说："数学是科学之王。"

话说在印度舍罕王时代，舍罕王发出命令：谁能发明一件让人娱乐，又要在娱乐中使人增长知识，使人头脑变得更加聪明的东西，本王就让他终身为官，并且皇宫中的贵重物品任其挑选。

于是乎，全国上下能工巧匠纷纷而动，发明创造的一件又一件东西被送到舍罕王的面前，但是没有一件让他满意。

这是一个风和日丽的早晨，舍罕王闲着无聊，便和众爱卿准备到格拉察湖去钓鱼。舍罕王忽然发现宰相西萨·班·达依尔没有同来，便问道："宰相干什么去了？"

"宰相因宫中有一件事未处理好，正在那里琢磨呢。"一个大臣答道。

舍罕王没有追问下去，便拿起鱼竿钓起鱼来，众爱卿均忙乎着，于是，一枝枝长竿便同指湖心。

这时，小湖起着微微的涟漪，湖面在阳光照射下，闪烁出金刚钻、绿宝石般的光芒，耀得人直眨眼。垂柳的枝条沐

浴在湖水之中，湖岸边长满了菖蒲。

不一会儿，薄云遮住了太阳，太阳仿佛骤然扭过脸去，不理睬小湖，于是湖泊、村庄和树林全都在刹那间黯淡下来；浮云一过，湖水便又闪闪发光，庄稼简直像镀上一层黄金。

舍罕王贪婪地吸着这乡野的新鲜空气，眼前的美景使他目不暇接，连鱼竿都横躺在湖面上了。正在这时，有人来报：宰相达依尔飞马来到。

达依尔匆匆下马，来到舍罕王的面前，禀道："陛下，为臣在家中琢磨了许多天，终于发明了象棋，不知大王满意否?"

舍罕王一听此言，连忙说道："什么象棋，赶快拿来看看。"

原来这位宰相有着超人的智慧和聪明的头脑，尤其喜爱发明创造以及严密的数学推理。他发明的象棋是国际象棋，整个棋盘是由 64 个小方格组成的正方形。

国际象棋共 32 个棋子，每方各 16 个，它包括王一枚、王后一枚、仕两枚、马两枚、车两枚、卒八枚。双方的棋子在格内移动，以消灭对方的王为胜。

舍罕王看到此物后，喜不胜收，连忙招呼其他大臣与他对弈，一时间，马腾蹄、卒拱动，车急驰，不一会，舍罕王大胜。

舍罕王于是打算重赏自己的宰相，便说道："官不能再封了，你已做到顶了，如再要封，恐怕只有我让位了。现在重赏你财物，你要些什么?"

宰相"扑通"跪在国王面前说："陛下，为臣别无他求，只请您在这张棋盘的第一个小格内，赏给我一粒麦子，在第二个小格内给二粒，第三格内给四粒，第四格内给八粒。总之，每一格内都比前一格加一倍。陛下啊，把这样摆满棋盘

上所有 64 格的麦粒，都赏给我，我就心满意足了。”

看来，这位聪明的宰相胃口并不大，于是国王说道：“爱卿，你所求的并不多啊，你当然会如愿以偿的。”

国王心里为自己对这样一件奇妙的发明，所许下的慷慨赏诺不致破费太多而暗喜。便令人把一袋麦子拿到宝座前。

计数麦粒的工作开始。第一格放一粒，第二格两粒……，还不到第 20 格，袋子已经空了。一袋又一袋的麦子被扛到国王面前。

但是，麦粒数一格接一格地增长得那样迅速，开始是人扛，后来是马车拉，再后来，干脆一个粮库也填不满一个小格。很快就可以看出，即便拿来全印度的粮食，国王也兑现不了他对宰相许下的诺言了。

这到底是怎么回事，让我们来算一算这位宰相到底要多少麦粒：

$$1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots\cdots+2^{62}+2^{63}$$

上面这个算式就是宰相所需要的麦粒，让我们用现代的数学方法算出其结果，即：

$$\frac{2^{64}-1}{2-1}=2^{64}-1=18，446，744，073，709，551，615。$$

这个数字不像宇宙间的原子总数那样大，不过也已经够可观的。1 蒲式尔（约 35.2 升）小麦约有 500 万颗，照这个数，那就得给宰相拿来四万亿蒲式尔才行。

这位宰相所要求的，竟是全世界在 2000 年内所生产的全部小麦！

这样一来，舍罕王觉得自己金言一出，又不能兑现，怎么办？一大臣献计，找个原因杀他的头。宰相西萨·班·达

依尔的头就这样被献上数学的祭坛。

上面这个故事可能是前人所编，只是传说。但它说明一个问题，就是说古印度在数学科学方面，已有相当大的成就。

中国古代的数学

中国古代从“结绳记事”时起，就有了初步的数学。古代甲骨文、金文中就有了记数的符号。如有“1”、“11”、“十”等记数法，这些记号可从出土的彩陶上得到证实。

中国古代的进位制主要是十进位。无论是进位制还是长度都与古人的生理结构直接有关，如人的手指、脚趾都是十个等。

中国古代对“几何学”的认识也非常早，如他们使用的石器、骨器、陶器以及住宅、坟墓等，都具有一定的几何形状。

中国古代原始社会晚期对数和形的初步认识，以及他们制做各种形状并有一定比例的用具时，就出现了初等数学的萌芽。

到了夏、商、周时期，我国的记数方式以十进位的方式从一记到万。如用一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万等的组合来记十万以内的自然数。

在这一时期，商代的数学系统比古巴比伦、古埃及同时代更先进、更科学。

大约在西周时期，出现了一种十分重要的计算方法——筹算。筹算是用算筹来进行的。算筹是圆形竹棍，直径约 0.2 厘米，长约 14 厘米，以 271 根为一“握”。

在这一时期，还出现了简单的四则运算，这在数学史上，应该说是一件非常了不起的事情，是一个创举。

而春秋战国时期数学的进步主要表现在四则运算的完善和计算工具的进步方面。如在出土的战国楚墓里，有一个竹筒，内装毛笔、铜削、天平、砝码、算筹等。

总之，当时在数学上既有工具，又有符号，还有部分口诀，如把这些成就和其他地区比较，可以明显看出是处于先进地位。

到了秦汉时期，我国的数学科学有了重大进步，这表现在许多数学专著的出现。这一时期，有我国最早的天文数学专著《周髀算经》、《九章算术》等。

在《周髀算经》中，有一段被尊为古代圣人的周公同一个名叫商高的数学家的对话，在对话中就提到了勾股弦定理，也即毕达哥拉斯定理。

这个定理，就是“直角三角形斜边平方等于两个直角边平方之和”，这个定理在中国也被称作是“商高定理”。

下面简要介绍商高定理部分，周公和商高的部分对话：

周公：“我听说你很精通数的艺术。可否请您谈谈古人是怎样测定天球度数的？没有一种梯子可以使人攀登上天，地也无法用尺来测量。这些数据从何而来？”

商高：“数的艺术从圆形和方形开始，圆形出自方形，而方形又出自矩形，矩形出自 $9\times9=81$ 这个事实。

“假如把矩形的对角线切开，让宽等于 3 个单位长，长等于 4 个单位，那么对角线的长度就是 5 个单位。古代大禹用来治理天下的方形，就是从这些数字中发展出来的。”

周公感叹地说：“数学这门艺术真是了不起啊！我想再请

教怎样应用直角三角尺？”

商高：“使直角三角尺平卧在地上，可以用绳子设计出平直的和方形的工程。把直角三角尺竖立起来，可以测量高度。倒立的直角三角尺可以用来测量深浅，而平放着就可以测量距离。让它旋转，就可以画圆；把几个合起来，就可以得到正方形和长方形。”

周公：“这真是太奇妙了！”

《周髀算经》的伟大不仅仅在于对数学知识的阐述，更重要的是在占星术和卜筮占支配地位时，他们在讨论天地现象时，却丝毫不带有迷信色彩！

这部数学专著还谈到日影、不同纬度上日影的长度差、用窥管测量太阳直径等等，还列出了一年中各个节气的日影长度表。

《九章算术》

和《周髀算经》几乎同时，还有一部数学专著，科学史上称它为《九章算术》，这是我国第一部最重要的数学专著。

《九章算术》大约成书于东汉初年，书中载有246个应用题目的解法，涉及到算术、初等代数、初等几何等多方面内容。

其中所载述的分数四则运算、比例算法、用勾股定理解决一些测量中的问题等，都是当时世界最高科学水平的工作。而关于负数的概念和正负数加减法则的记载，也是世界数学科学史中最早的。

书中还讲述了开平方、开立方、一元二次方程的数值解

法、联立一次方程解法等许多问题。《九章算术》在我国古代数学史上有很大影响，在世界数学史上也占有重要地位。

《九章算术》大致可分为9个方面内容：

（1）土地测量。书中列有直角三角形、梯形、三角形、圆、弧与环形等，并给出计算这些形状面积的方法。

（2）百分法和比例，根据比例关系来求问题答案。

（3）算术级数和几何级数。

（4）处理当图形面积及一边长度已知时，求其他边长的问题。还有求平方根、立方根等问题。

（5）立体图形体积的测量和计算，实际计算的有墙、城墙、堤防、水道和河流等。

（6）解决征收税收中的数学问题。像人们从产地运送谷物到京城交税所需的时间等有关问题，还有按人口征税的问题。

（7）过剩与不足的问题。也就是解决 $ax+b=0$ 的问题。

（8）解方程和不定方程。

（9）直角三角形的性质。

在“直角三角形的性质”这一章中，有这样一个问题：

一个水池，长宽各一丈，有棵芦苇生在池中央，芦苇出水面一尺高，让芦苇倒向池边，正好芦苇尖与池边平齐。问水有多深？

这个问题后来又见于印度的数学著作中，又传到了中世纪的欧洲。解决此问题只有利用相似直角三角形来完成。

《九章算术》对中国古代数学发生的影响，正像古希腊欧几里得《几何原本》对西方数学所产生的影响一样，是非常深刻的。

在此后的一千多年的时间里，它一直被直接作为教科书使用。日本、朝鲜也都曾用它作教科书。各代学者都十分重视对这部算书的研究，在欧洲和阿拉伯的早期数学著作中，过剩与不足问题的算法，就被称为“中国算法”，可见其独创性。

我国古代杰出的数学家

到了三国两晋南北朝时代，我国的数学科学已闪烁着耀眼的光芒，出现了历史上杰出的数学家刘徽和祖冲之。这两个不朽的人物为我国数学奠定了牢固的基础。

先说刘徽，他是三国时代魏国人。关于他的身世和生平事迹，由于资料有限，我们了解得很少。他的活动区域大致在山东半岛和江苏北部一带。

刘徽自幼熟读《九章算术》，在魏陈留王景元四年(263)前后，为我国古代数学经典著作《九章算术》作注，做了许多创造性的数学理论工作，对我国古代数学体系的形成和发展影响很大，在数学史上占有突出的地位。

《九章算术》体现了中国古代自先秦到东汉以来的数学成就。但当时没有发明印书的方法，这样好的书也只能靠笔来抄写。

在辗转传抄的过程中，难免会出现很多的错误，加上原书中是以问题集的形式编成，文字过于简单，对解法的理论也没有科学的说明。这种状况明显地妨碍了数学科学的进一步发展。

刘徽为《九章算术》作注，在很大程度上弥补了这个重大的缺陷。在《九章算术注》中，他精辟地阐明了各种解题

方法的道理，提出了简要的证明，指出个别解法的错误。

尤其可贵的是，他还做了许多创造性的工作，提出了不少远远超过原著的新理论。可以说，刘徽的数学理论工作为建立具有独特风格的我国古代数学科学的理论体系，打下了坚实的基础。

刘徽在《九章算术注》中，最主要的贡献是创立了“割圆术”，为计算圆周率建立了严密的理论和完善的算法，开创了圆周率研究的新阶段。

圆周率即圆的周长和直径的比率，它是数学上的一个重要的数据，因此，推算出它的准确数值，在理论上和实践上都有重要的意义和贡献。

在世界数学史上，许多国家的数学家都曾经把圆周率作为重要研究课题，为求出它的精确数值作了很大努力。在某种意义上说，一个国家历史上圆周率精确数值的准确程度，可以衡量这个国家数学的发展情况。

《九章算术》原著中，沿用自古以来的数据，即所谓“径一周三”取 $\pi=3$，这是很不精确的。到了后来，三国时期的王蕃（230～266）采用了3.1566，这虽然比“径一周三”有了进步，但仍不够精密，而且也没有理论根据。

怎样才能算出比较精密的圆周率呢?刘徽苦苦地思索着。

一天，刘徽信步走出门去，去大自然呼吸新鲜的空气。在他的眼前，群山绵绵不断地伸展开去，好像数学哲理似的奥妙莫测。

刘徽的思路仿佛进入群山的巍峨中，鉴证着大自然的不可思议的创造。刘徽抬眼望去，远处一个高耸入云的顶峰上，有一座小小的庙宇，他猜测着，数学的殿堂是不是也和这庙

字一样，风光而又曲折。

一阵叮叮当当的响声引起了刘徽的注意，他朝着响声走去，原来这是座石料加工场。这里的石匠师傅们正把方形的石头打凿成圆柱形的柱子。

刘徽颇感有趣，蹲在石匠师傅的身边认真地观看着。只见一块方石，经石匠师傅砍去四角，就变成一块八角形的石头，再去掉八角又变成十六角形，这样一凿一斧的干下去，一方形石料加工成光滑的圆柱了。

刘徽恍然大悟，马上跑回家去，认真地在地上比划着，原来方和圆是可以互相转化的。

他把一个圆周分成相等的6段，连接这些分点组成圆内正六边形，再将每一分弧二等分，又可得到圆内接正12边形，如此无穷尽地分割下去，就可得到一个与圆完全相合的正“多边形”。

刘徽由此指出：圆内接正多边形的面积小于圆面积，但“割之弥细，所失弥少。割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣。”

这段话包含有初步的极限思想，思路非常明晰，为我国古代的圆周率计算确立了理论基础。

综合上面的论述，刘徽实际上建立了下面的不等式：

$S_{2n}<S<S_{2n}+(S_{2n}-S_n)$

这里S是圆面积，S_{2n}、S_n是圆内接正多边形的面积，n是边数。

刘徽使用了这个方法，从圆内接正6边形算起，边数依次加倍，直到正192边形的面积，得到的圆周率π的近似值是157/50，这相当于π≐3.14。

他还继续计算，直到求出了正3072边形的面积，进一步得到π的近似值是3927/1250，这相当于π≐3.1416。

3.14和3.1416这两个数据的准确程度比较高，在当时世界上是很先进的数据。

刘徽还明确地概括了正负数的加减法则，提出了多元一次方程组的计算程序，论证了求最大公约数的原理，对最小公倍数的算法也有一定的研究。

这些都是富有创造性的成果，因此可以说，刘徽通过注解《九章算术》，丰富和完善了中国古代的数学科学体系，为后世的数学发展奠立了基础。

刘徽撰写的《重差》，原是《九章算术注》的第十卷，后来单独刊行，被称作《海岛算经》。这是一部说明各种高度或距离的测量和计算方法的著作。就是关于几何测量方面的著作。

有一次，刘徽和朋友们到海边去散步，刘徽抬眼望去，那是一片伟丽而宁静的、碧蓝无边的海。它在眼光所及的远处，与淡蓝色的云天相连。

微风爱怜地抚摸着海的绸缎似的胸膛，太阳用自己的热烈的光线温暖着它。而海，在这些爱抚的温柔力量之下睡梦似的喘息着，使沸热的空气充满了蒸发的盐味。

淡绿的波浪跑到黄沙上来，抛掷着雪白的泡沫，吻着刘徽及朋友们的脚，刘徽心旷神怡，索性坐在沙滩上，让那微咸的海水润湿着裤脚。

这时，一个朋友指着茫茫大海中耸立着的一座孤岛问道："谁知道小岛有多高？多远？"另一朋友想了想："只要准备一只小船和足够的绳子，我就能量出小岛的距离和高度。"

众人哄地笑了起来，这得需要多少绳子，即使给你绳子，你也量不出小岛的距离和高度。因为绳子有伸缩性，而小岛有斜坡。再说，这办法也太笨了。

这时，刘徽在一旁沉默不语，有人请他发表意见。刘徽说：“我根本不需要到小岛去，只需两根竹竿，即可量出它的高和远。”

朋友们睁大双眼愣愣的望着刘徽，刘徽见朋友不相信他，便在水滩上画出图来。

然后解释道：“在岸边垂直竖立两根一样长的杆子GH和EF，使它们与小岛AB位于同一方向上，然后分别在与两杆顶E、G与岛尖A成一直线的地面C和D点作记号，便可以了。

这样一来CF、DH、HF、EF的长度我们都可量出来，现在来算出岛的距离BF和岛的高度AB，刘徽算出的结果是：

$$AB=\frac{EF\times HF}{DH-CF}+EF;$$

$$BF=\frac{CF\times HF}{DH-CF}。$$

具体怎样计算，我们就不再一一赘述了，读者诸君如有兴趣的话，不妨一试，来证明刘徽的公式。

刘徽在《九章算术注》的自序中说：“事类相类，各有攸归。故枝条虽分，而同本干者，知发其一端而已。”

刘徽的研究方法和研究成果对我国古代数学的发展产生了非常深刻的影响，为我国数学科学史增添了光辉的一页。

近年来，国内外出版了许多种关于研究的专集和专著，他的《九章算术注》和《海岛算经》被翻译成许多国家的文字，向世界显示了中华民族灿烂的古代文明。

刘徽之后约200年，我国南北朝时期又出现了一位大科学家祖冲之。他认为刘徽采用割圆术只算到正3072边形就停止了，得出的结果还是不够准确。

如果能在刘徽3072边形的基础上割之又割，作出6144、12288……边形，不就可以求出更精确的圆周率吗？

祖冲之不满足于前人的成就，决定攀登新的高峰。他通过长期刻苦钻研，在儿子祖暅的协助下，反复测算，终于求得了精确度更高的圆周率。

《隋书·律历志》记载了他的成就：

“宋末，南徐州从事史祖冲之更开密法，以圆径一亿为一丈，圆周盈数3丈1尺4寸1分5厘9毫2秒7忽（3.1415927丈），朒数3丈1尺4寸1分5厘9毫2秒6忽（3.1515926丈），正数在盈朒之间。密律：圆径113，圆周355。约律：圆径7，周23。”

从上述文字记载来看，祖冲之对圆周率贡献有3点：

1. 计算出圆周率在3.1415926到3.1415927之间，即 $3.1415926<\pi<3.1415927$，在世界数学史上第一次把圆周率推算准确到小数点后7位。

这在国外直到1000年后，15世纪阿拉伯数学家阿尔·卡西计算到小数16位，才打破祖冲之的纪录。

2. 祖冲之明确地指出了圆周率的上限和下限，用两个高准确度的固定数作界限，精确地说明了圆周率的大小范围，实际上已确定了误差范围，这是前所未有的。

3. 祖冲之提出约率20/7和密率355/113。这一密率值是世界上第一次提出，所以有人主张叫它“祖率”。在欧洲，德国人奥托和荷兰人安托尼兹得到这一结果，已是16世纪了。