

国家重点图书

林群 著

微分方程与三角测量



清华大学出版社
暨南大学出版社



林群 著

微分方程与 三角测量



清华大学出版社
北京



暨南大学出版社

内 容 简 介

这是一本有关微分方程的启蒙读物,一位数学家仅仅用了初等三角学的知识,通过三角测量的实际例子,把微分方程的基本特征一步一步地展现出来。语言浅显,图例丰富,启发性强,非常值得孩子们和家长共同阅读。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678
13801310933

图书在版编目(CIP)数据

微分方程与三角测量 / 林群著. —北京:清华大学出版社;广州:暨南大学出版社,2005.4

(院士科普书系 / 路甬祥主编)

ISBN 7-302-10723-8

I. 微… II. 林… III. 微分方程—普及读物 IV. O175

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 023933 号

出版者:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦
<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084
社总机:010-62770175 客户服务:010-62776969

责任编辑:宋成斌

印装者:北京昌平环球印刷厂

发行者:新华书店总店北京发行所

开 本:140×203 印张:2.5 插页:1 字数:35千字

版 次:2005年4月第1版 2005年4月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-10723-8/O·453

印 数:1~3000

定 价:6.00元

《院士科普书系》编委会(第三届)

编委会名誉主任 周光召 宋 健 朱光亚

编委会主任 路甬祥 徐匡迪

编委会委员 (两院各学部主任、副主任)

贺贤土	张恭庆	白以龙	艾国祥	甘子钊	白春礼
朱道本	张礼和	佟振合	周其凤	陈宜瑜	许智宏
朱作言	强伯勤	唐守正	孙 枢	吴国雄	张弥曼
苏纪兰	陈 颢	周炳琨	王阳元	戴汝为	刘永坦
徐建中	朱 静	张 泽	杨叔子	周锡元	程耿东
张彦仲	顾国彪	王兴治	杜善义	李国杰	毛二可
陈良惠	李德毅	周 廉	于 勇	汪燮卿	薛群基
陈毓川	何多慧	何继善	杨奇逊	陈肇元	宁津生
傅熹年	韩其为	石玉林	周国泰	魏复盛	戴景瑞
赵 铠	桑国卫	顾玉东	高润霖	殷瑞钰	郭重庆

王礼恒

编委会执行委员 郭传杰 沈保根 白玉良 罗荣兴

编委会办公室主任 罗荣兴(科学时报社)

副主任 陈 丹(中国科学院院士工作局)

刘峰松(中国科学院院士工作局)

高中琪(中国工程院学部工作局)

李仁涵(中国工程院学部工作局)

蔡鸿程(清华大学出版社)

周继武(暨南大学出版社)

总 策 划 罗荣兴 周继武 蔡鸿程

总 责 任 编 辑 周继武 蔡鸿程 宋成斌

提高全民族的科学素质

——序《院士科普书系》

人类走到了又一个千年之交。

人类的文明进程至少已有六千余年。地球上各个民族共同创造了人类文明的灿烂之花。中华文明同古埃及文明、古巴比伦文明、古印度文明、古希腊文明等一起，是人类文明的发源地。

十五世纪之前，以中华文明为代表的东方文明曾遥遥领先于当时的西方文明。从汉代到明代初期，中国的科学技术在世界上一直领先长达十四个世纪以上。在那个时期，影响世界文明进程的重要发明中，相当部分是中华民族的贡献。

后来，中国逐渐落后了。中国为什么落后？近代从林则徐以来许多志士仁人就不断提出和思索这个历史课题。但都没有找到正确的答案。以毛泽东同志、邓小平同志为代表的中国共产党人作出了唯一正确的回答：中国落后，是由于生产力的落后和社会政治的腐朽。西方列强对中国的欺凌，更加剧了中国经济的落后和国家的衰败。而落后就要挨打。所以要进行革命，通过革命从根本上改变旧的生产关系和政

治上层建筑,为解放和发展生产力开辟道路。于是,就有了八十多年前孙中山先生领导的辛亥革命,就有了五十年前我们党领导的新民主主义革命的胜利,以及随后进行的社会主义革命的成功。无论是革命还是我们正在进行的社会主义改革,都是为了解放和发展生产力。

邓小平同志提出的“科学技术是第一生产力”的著名论断,使我们对科学技术在经济和社会发展中的地位与作用的认识,有了新的飞跃。我们应该运用这一真理性的认识,深刻总结以往科学技术发展的历史经验,把我国科技事业更好地推向前进。中国古代科技有过辉煌的成果,但也有不足,主要是没有形成实验科学传统和完整的学科体系,科学技术没有取得应有的社会地位,更缺乏通过科技促进社会生产力发展的动力和机制。为什么近代科学技术首先在文艺复兴后的欧洲出现,而未能在中国出现,这可能是原因之一吧。而且,我国历史上虽然有着伟大而丰富的文明成果和优良的文化传统,但相对说来,全社会的科学精神不足也是一个缺陷。鉴往开来,继承以往的优秀文化,弥补历史的不足,是当代中国人的社会责任。

在新的世纪中,中华民族将实现伟大的复兴。在一个占世界人口五分之一的发展中大国里,再用五十年的时间基本实现现代化,这又是一项惊天动地的伟业。为实现这个光辉

的目标,我们应该充分发挥社会主义制度的优越性,坚持不懈地实施科教兴国战略。

科教兴国,全社会都要参与,科学家和教育家更应奋勇当先,在全社会带头弘扬科学精神,传播科学思想,倡导科学方法,普及科学知识。科教兴国也要抓好基本建设。编辑出版高质量的科普图书,就是一项基本建设,对于提高全民族的科学素质,是很有意义的。在《院士科普书系》出版之际,写了上面这些话,是为序。

A handwritten signature in black ink, reading '江泽民' (Jiang Zemin), written in a cursive style.

一九九九年十二月二十三日

人民交给的课题

——写在《院士科普书系》出版之际

世界正在发生深刻的变化。这一变化是20世纪以来科学技术革命不断深入的必然结果。从马克思主义的观点看来,生产力的发展是人类社会发展与文明进步的根本动力;而“科学技术是第一生产力”,因此,科学技术是推动社会发展与文明进步的革命性力量。从生产力发展的阶段看,人类走过了农业经济时代、工业经济时代,正在进入知识经济时代。

知识经济时代,知识取代土地或资本成为生产力构成的第一要素。知识不同于土地或资本,不仅仅是一种物质的形态,知识同时还是一种精神的形态。知识,首先是科学技术知识,将不仅渗透到生产过程、流通过程等经济领域,同时还渗透到政治、法律、外交、军事、教育、文化和社会生活等一切领域。可以说,在新的历史时期,一个国家、一个民族能否掌握当代最先进的科技知识以及这些科技知识在国民中普及的程度将决定其国力的强弱与社会文明程度的高低。科技创新与科普工作是关系到一个国家、一个民族兴衰的

大事。

对于我们科技工作者来说,我们的工作应当包含两个方面:发展科技与普及科技;或者说应当贯穿于知识的生产、传播及应用的全过程。我们所说的科普工作,不仅是普及科学知识,更应包括普及科学精神和科学方法。

我们的党和政府历来都十分重视科普工作。党的十五大更是把树立科学精神、掌握科学方法、普及科技知识作为实施科教兴国战略和社会主义文化建设的一项重要任务提到了全党、全国人民和全体科学工作者的面前。

正是在这样的背景下,1998年春由科学时报社(当时叫“中国科学报社”)提出创意,暨南大学出版社和清华大学出版社积极筹划,会同中国科学院学部联合办公室和中国工程院学部工作部,共同发起《院士科普书系》这一重大科普工程。

1998年6月,中国科学院与中国工程院“两院”院士大会改选各学部领导班子,《院士科普书系》编委会正式成立,各学部主任均为编委会委员。编委会办公室在广泛征求意见的基础上拟出150个“提议书目”,在“两院”院士大会上向1000多名院士发出题为《请科学家为21世纪写科普书》的“约稿信”,得到了院士们的热烈响应。在此后的半年多时间里,有176名院士同编委会办公室和出版社签订了175本书的写作出版协议,开始了《院士科普书系》艰辛的创作过程。

《院士科普书系》的定位是结合当代学科前沿和我国经济建设与社会发展的热点问题，普及科技知识、科学方法。科学性、知识性、实用性和趣味性是编写的总要求。

编写科普书对我国大多数院士来说是一个新课题。他们惯于撰写学术论文。如何把专业的知识和方法写成生动、有趣、有文采的科普读物，于科技知识中融入人文教育，不是一件容易的事。不少院士反映：写科普书比写学术专著还难。但院士们还是以感人的精神完成自己的书稿。在此过程中，科学时报社和中国科学院学部联合办公室、中国工程院学部工作部以及清华大学出版社、暨南大学出版社也付出了辛勤的劳动。

《院士科普书系》首辑终于出版了。这是人民交给科学家课题，科学家向人民交出答卷。江泽民总书记专门为《院士科普书系》撰写了序言，指出科普是科教兴国的基础工程，勉励科学家、教育家“在全社会带头弘扬科学精神，传播科学思想，倡导科学方法，普及科学知识”，充分表达了党的第三代领导集体对科普的重视，对提高全民族科技素质的殷殷期望。

《院士科普书系》将采取滚动出版的模式。一方面随着院士们的创作进程，成熟一批出版一批；另一方面随着科学技术的进步和创新，不断有新的题材由新的院士作者撰写。因此，《院士科普书系》将是一个长期的、系统的科普工程。

这一庞大的工程，不但需要院士们积极投入，还需要各界人士和广大读者的支持——对我们的选题和内容提出修订、完善的建议，帮助我们不断提高《院士科普书系》的水平与质量，使之成为国民科技素质教育的系统而经典的读本。在科学家群体撰写科普书方面，我们也要以此为起点为开端，参与国际竞争与合作，勇攀世界科普创作的高峰。

中国科学院院长
《院士科普书系》编委会主任

路甬祥

2000年1月8日

自 序

公众对于数学的认识,多半来自初等的算术、三角之类。如何让公众也能认识高等的微积分或微分方程?又有什么方法能认识它们呢?其实,它们早在初等三角测量中就已经见过:一个微分方程所做的不过是一系列三角测量的总和。因此,用三角测量便能认出微分方程,所谓温故知新。这种认识方法曾在1997年《光明日报》和《人民日报》上宣传过,逐渐有同行采纳了这种方法,特此致谢。

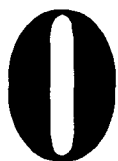
林 群

2005年3月

目 录

0 概述	1
1 看图识字	12
1.1 由测量树高到三角公式	12
1.2 由测量山高到曲斜边正切公式	13
1.3 曲斜边是否会有正切公式	15
1.4 微元法:构造曲斜边的正切公式	20
1.5 欧拉折线方法	25
2 看图求证	27
2.1 直观图形的代数表达	27
2.2 精确的代数证明	30
2.3 面积测量	34
2.4 微积分小结	36
2.5 积分回到微分	36
2.6 分部积分	37
2.7 弧长测量	38
2.8 更一般的微分方程	41
2.9 人文精神	42

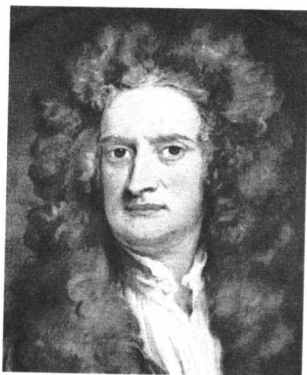
2.10	现实社会	45
2.11	多元函数的积分公式	46
2.12	结束语	49
附录 A	函数和向量	50
附录 B	微分方程求解和圆周率算法	57
参考文献	61



概述

数学的实用目的便是测量。最古老的一个例证是三角测量，还有一个便是微分方程。后者是干什么的？其实它所做的不过是一系列三角测量的总和。因此，认识三角测量，便能认识微分方程，所谓温故知新，只是两者的复杂性稍有区别：前者只做一次测量，后者要做一系列测量。

每一门学科都对应着一个微分方程。



牛顿



莱布尼茨

图 0.1

微分方程被牛顿、莱布尼茨两人(图 0.1)创造以来,就被许多科学家所继承使用,甚至每一门学科都对应着一个微分方程。

例如,电磁学对应着麦克斯韦方程(图 0.2),量子力学对应着薛定谔方程(图 0.3),即使人工学也对应着马尔萨斯方程(图 0.9)。

微分方程对大众的生活也有切身的影晌。



Maxwell 方程:

$$\begin{aligned} \epsilon E_t + \sigma E - \nabla \times H &= -J \\ \mu H_t + \nabla \times E &= 0 \end{aligned}$$

图 0.2

Schordinger 方程:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\sum_{i=1}^N \frac{\hbar^2}{2\mu_i} \nabla_i^2 \Psi + U\Psi$$

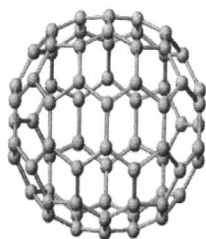


图 0.3

2002 年暑期,西方几位专家来华访问演讲,不约而同的是,他们的讲题要么是电磁波中的微分方程,要么是量子力学中的微分方程。这是为什么?他们回答:无论是手机制造公司,还是纳米研究公司,都要他们解出这些微分方程。

微分方程对大众的生活也有切身的影晌,比如手机(图 0.2)或纳米(图 0.3),据说都有微分方程在里头。