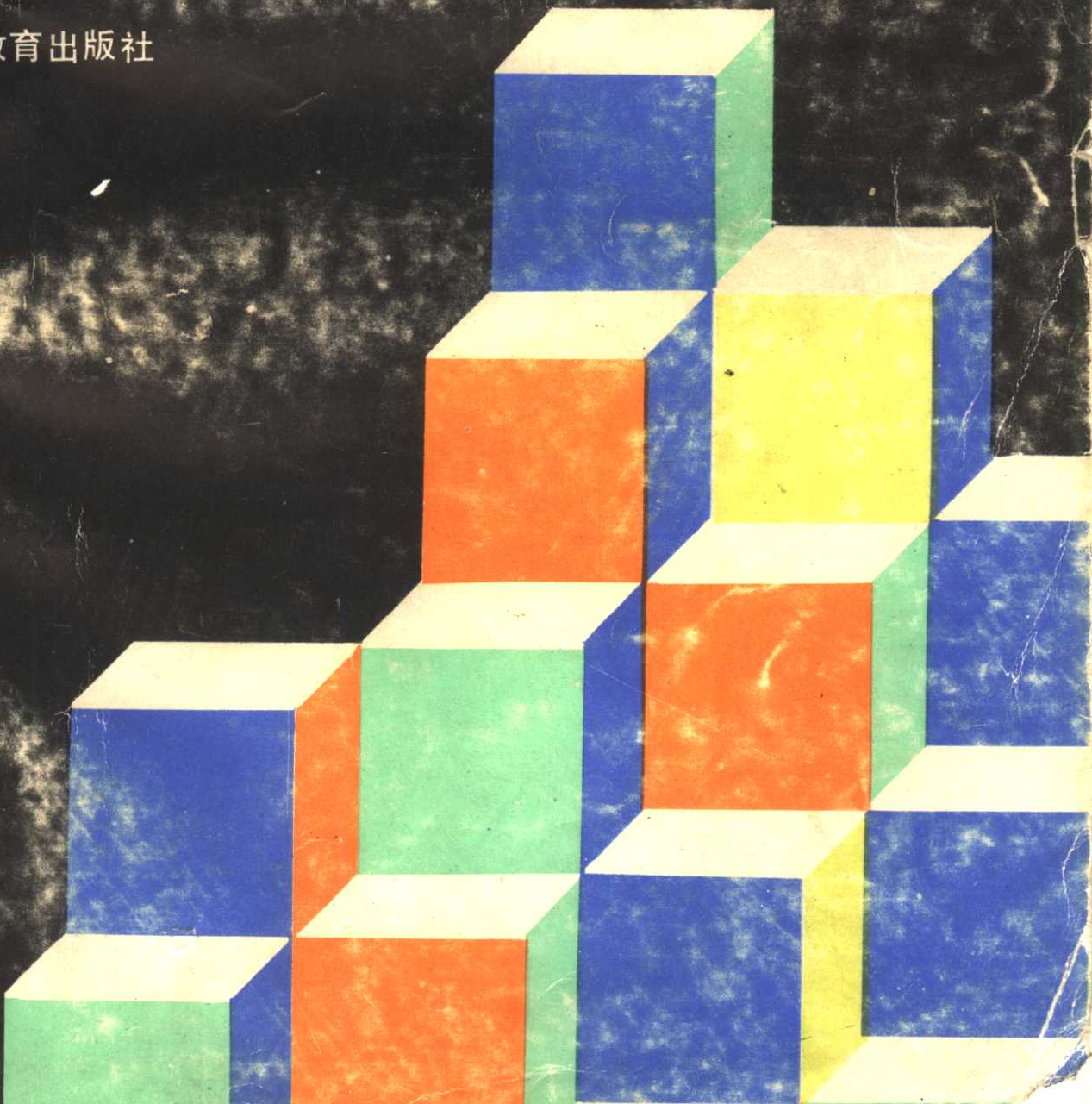
自学提高丛书

初中几何

（第二册）

CHUZHONG JIHE

上海教育出版社



自学提高丛书

初中几何

（第二册）

杨安澜　奚根荣　编

上海教育出版社

自学提高丛书

初 中 几 何

（第 二 册）

杨安澜　奚根荣 编

上海教育出版社出版发行

（上海永福路123号）

各地新华书店经销　　江苏启东市印刷厂印刷

开本787×1092　1/32　印张12.75　字数277,000

1995年9月第1版　1995年9月第1次印刷

印数1—10,300本

ISBN 7-5320-4026-7/G·3936　　定价：9.90元

前　言

编写《自学提高丛书》有两个目的．一是想通过本丛书使一批对自然科学有兴趣的、学有余力的学生适当提高理科的水平．现代社会需要不同专长、不同层次和不同规格的人才，一个人的兴趣、爱好和特长也是不一样的．因此，教育必须贯彻因材施教的原则，为学生提供不同层次的课外读物．二是想通过本丛书提高中学生的自学能力，因为自学能力是一个人适应未来信息社会生活所必需的一种终生受用的综合能力．

基于上述两个目的，本丛书的编写有如下一些特点．一是可读性．力求通俗易懂、生动活泼，使学生爱读、会读，详略适度、坡度适当，突出重点、难点，以弥补教材之不足，能无师自通．二是系统性．为便于自学，注意知识之间的逻辑结构和相互关系，避免重复和脱节；注意培养学生分析、综合、比较、归纳等整理知识的能力．三是提高性．本书对象为中上水平的学生，根据提高学习兴趣、提高学习能力的需要，适当拓宽和提高对某些知识的要求．四是兼容性．本丛书充分兼顾到各套教材的要求和内容，就高不就低，以扩大它的适应性．本丛书也充分吸收各种教学经验，注意学法的传授、技能的训练和能力的培养，使课内与课外相互配合，相互促进．

《自学提高丛书》包括数学、物理、化学和计算机，分为初中版与高中版．读者从自己的实际出发，可以按顺序系统地自学，也可以有选择地自学；可以配合课堂教学同步学，也可

以提前自学，或在课堂教学之后再学.

虽然本书编者都是有丰富教学经验的特级教师或中学高级教师，但不足或欠妥之处在所难免，祈望读者能批评指正.

孙元清

1994年3月于上海

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

说　明

随着教育改革的不断深入，一个大纲、多本教材的局面已经出现．提高自学能力这个各类新编教材都提出的要求，也已成为广大学生的共同心声．学习人民教育出版社（以下简称人教社）新编教材的学生，希望有一本能帮助他们系统地提高自学能力，并且可望领略一点别种教材风貌的参考读物．学习其他教材的学生，则希望有一套指导丛书，能帮助他们通过自学，了解与学习人教社新编教材的基本内容．本丛书正是根据广大学员的这一要求而编写的．

我们以国家教委制订的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（试用）》为主线，着眼于中等学习水平以上的学生，强调重点，突破难点，发展技能，拓宽视野，以满足广大学员自修提高的需要．

本书的内容，以人教社新编教材为基础，适度地吸取了各地，特别是上海新编教材的精华，结合编写者的教学经验，着重在知识的发生与发展，有关技能、技巧的形成与熟练，教材内容的适当拓广与加深等几个方面展开．在内容的编排上，特别注意做到详略适度，坡度恰当，使本书既不同于教材，又有利于学好教材．在书写行文时，特别注意可读性、趣味性与知识性的有机结合．在习题配置方面，根据本书内容与要求，合理确定了形成性、巩固性、技巧性与发展性等不同类型习题的份量和比例，并适度介绍了一些国外常见的开放性习题．

本丛书的初中数学，可供初中学生，同等程度的自学者使用，也可供初中数学教师教学时参考.

这几册书的主要编写者，虽然大多是特级教师，编写者也都有丰富的教学经验，并对所撰写部分的内容有过专门的研究，但难免有欠妥之处. 我们恳切希望读者能提出宝贵意见，帮助作者进一步完善本书.

唐盛昌

1994年2月

目　　录

第五章 相 似 形

一 比 例 线 段

5.1 比例

前面，我们学习了线段和角的相等关系，图形的全等关系．本章将研究线段的比例关系和图形的相似关系．

在日常生活中，我们经常会遇见大小不同而形状相同的图形．例如，我们伟大祖国的两幅大小不同的地图，等等．研究这样一种图形之间的关系，在绘图、测量、照相等方面有着十分广泛的实用意义．为了研究它们，我们需要先研究比例和比例线段．

1．比

两数或两同类量相除，称为这两数或两量的**比**．相比两数或两量称为**比的项**．两项间用比号“:”连结．如 a 与 b 的比，记为 $a:b$，也可写成 $\frac{a}{b}$.

比号左边的项称**前项**，右边的项称**后项**，后项除前项的商称为**比值**(或**比率**)．比号的意义和除号及分数线的意义相同．因此，比具有分数的性质．例如：

$a:b=ac:bc \quad (c\neq 0)$;

若 $a:b=k$，则 $a=bk$.

2．比例

(1) 比例的定义

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

若两个比的比值相等，如 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（或 $a:b=c:d$），则称 a、b、c、d **成比例**.

在比例式中，第一项（a）和第四项（d）称为比例的外项；第二项（b）和第三项（c）称为**比例的内项**；d 叫做 a、b、c 的第四比例项.

如果比例中两个比例内项相等，即比例为

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c} \quad 或 \quad a:b=b:c$$

时，我们把 b 叫做 a 和 c 的**比例中项**.

（2）比例的性质

比例的基本定理

在一个比例式中，两个内项的积等于两个外项的积；反之也成立.

用字母表示为

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad=bc.$$

推论

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c} \Leftrightarrow b^2=ac.$$

（这里所有字母的值都大于零）

基本定理是很容易证明的.

$$\because \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}, \quad \therefore \quad bd\cdot\frac{a}{b}=bd\cdot\frac{c}{d}.$$

$$\therefore \quad ad=bc.$$

由上面结论逆推，就可得

$$ad=bc \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{c}{d}.$$

运用比例的定义和基本定理，不难推出以下各个定理：

反比定理

在比例中，两个比的前项和后项可以互相交换.

即
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}.$$

证明 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ad=bc\Rightarrow\frac{bc}{ac}=\frac{ad}{ac}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}.$

更比定理

在比例中，两个内项或两个外项都可以交换.

即
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\quad\text{或}\quad\frac{d}{b}=\frac{c}{a}.$$

证明由读者自已完成.

合比定理

在比例中，第一个比的两项之和与后项的比，等于第二个比的两项之和与后项的比.

即
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}.$$

证明 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}+1=\frac{c}{d}+1\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}.$

分比定理

在比例中，第一个比的两项之差与后项的比，等于第二个比的两项之差与后项的比

即
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}.$$

证明由读者自已完成.

合分比定理

在比例式中，如果比值不等于1，第一个比的两项之和与两项之差的比，等于第二个比的两项之和与两项之差的比.

即 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\neq 1 \Rightarrow \frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$.

注意　合分比定理的条件是 $a\neq b$ 或 $c\neq d$.

读者可运用合比、分比定理推出合分比定理.

等比定理

几个相等的比的前项和与后项和(不为零)的比，等于其中的每一个比.

即 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}=k \quad (b+d+\cdots+n\neq 0)$

$$\Rightarrow \frac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}=\frac{a}{b}=\cdots=\frac{m}{n}=k.$$

证明　$\because \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}=k,$

$$\therefore \quad a=bk,\ c=dk,\ \cdots,\ m=nk,$$

$$a+c+\cdots+m=(b+d+\cdots+n)k.$$

又　$b+d+\cdots+n\neq 0,$

$$\therefore \quad \frac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}=k=\frac{a}{b}=\cdots=\frac{m}{n}.$$

连比定理

几个相等的比的各前项的比，等于各后项的比. 反之也成立.

即 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n} \Leftrightarrow a:c:\cdots:m=b:d:\cdots:n.$

证明 设 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}=k$, 则

$$a=bk,\ c=dk,\ \cdots,\ m=nk,$$

$$\therefore\quad a:c:\cdots:m=bk:dk:\cdots:nk=b:d:\cdots:n.$$

以上逆向推理也成立.

注意 连比定理在数式变形中是一个常用定理. 连比是指, 如果有若干个比, 从第二个比开始, 其前项与前一个比的后项相同, 那么就可以把这些比一并用连比表达出来. 若 $a:b$, $b:c$, $c:d$, 则一并可记为 $a:b:c:d$.

例如, 若 $a:b=2:1$, $b:c=1:3$, $c:d=5:2$, 求 $a:b:c:d$. 其解法如下:

由已知, 得

$$a=2b,\ \ b=\frac{1}{3}c,\ \ c=\frac{5}{2}d.$$

将 $c=3b$ 代入 $c=\frac{5}{2}d$ 中, 得 $d=\frac{6}{5}b$. 所以

$$a:b:c:d=2b:b:3b:\frac{6}{5}b=10:5:15:6.$$

例 1 (1) 已知 $a:b=x:y$, 写出所有以 b、x 为外项的比例式.

(2) 把 $x=\frac{ab}{c}$ 写成比例式, 并使 x 为第四比例项;

(3) 已知 $mx=ny$, 写出所有的比例式;

(4) 如果 x 是 m、n 的比例中项, 写出它的比例式.

解 (1) $b:a=y:x$; $b:y=a:x$;

$$x:a=y:b;\ \ x:y=a:b.$$

(2) $c:a=b:x$ 或 $c:b=a:x$.

(3) $m:n=y:x$; $m:y=n:x$;

$$x:n=y:m;\quad x:y=n:m;$$
$$n:m=x:y;\quad n:x=m:y;$$
$$y:m=x:n;\quad y:x=m:n.$$

(4) $m:x=x:n$ 或 $n:x=x:m$.

说明　由等积式 $ad=bc$ 可以变形成等价的八种形式的比例式．把 $x=\dfrac{ab}{c}$ 写成使 x 为第四比例项的比例式，可以直接根据比例基本定理，由 x 为第四比例项，确定 c 为第一比例项，再确定 a、b 为比例内项．把等积式化为比例式是证明比例问题的一种重要的技能．

此外，若 $x^2=ab$，则 x 就是 a、b 的比例中项．反之，若 a、b 的比例中项为 x，则可写出 $x^2=ab$.

例 2　填空：（填写成比例式）

(1) 若 $3x-4y=x$，则 $x:y=$ ____；

(2) 若 $\dfrac{2x-y}{x+y}=\dfrac{1}{2}$，则 $x:y=$ ______；

(3) 若 $(x+y):y=5:4$，则 $x:y=$ ______；

(4) 若 $y:(x-y)=5$，则 $x:y=$ ______；

(5) 若 $(x+y):(x-y)=9:5$，则 $x:y=$ ______.

解　(1) $3x-4y=x \Rightarrow 2x=4y \Rightarrow x:y=2:1$.

(2) $\dfrac{2x-y}{x+y}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow 4x-2y=x+y \Rightarrow x:y=1:1$.

(3) $(x+y):y=5:4 \Rightarrow x:y=1:4$.

(4) $y:(x-y)=5 \Rightarrow (x-y):y=1:5 \Rightarrow x:y=6:5$.

(5) $(x+y):(x-y)=9:5 \Rightarrow 2x:2y=14:4 \Rightarrow x:y=7:2$.

说明　由 $(mx+ny):(mx-ny)=p$，求出 $x:y$ 的方法有两种：其一，先化为等积式，再求出 $x:y$；其二，灵活地应用合分比定理．

例 3 已知 $a:b:c=3:4:5$.

(1) 求 $\dfrac{a+2b+3c}{b}$ 的值; (2) 求 $\dfrac{a+2b+3c}{3b+c}$ 的值;

(3) 若 $a-b+c=16$, 求 $\sqrt{abc}$ 的值.

解 (1) $a:b:c=3:4:5 \Rightarrow \dfrac{a}{3}=\dfrac{b}{4}=\dfrac{c}{5} \Rightarrow \dfrac{a}{3}=\dfrac{2b}{8}$

$$=\frac{3c}{15} \Rightarrow \frac{a+2b+3c}{26}=\frac{2b}{8}=\frac{b}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a+2b+3c}{b}=\frac{26}{4}=\frac{13}{2}.$$

(2) 因 $a:b:c=3:4:5$, 故可以设 $a=3k$, $b=4k$, $c=5k$ $(k\neq 0)$, 则

$$\frac{a+2b+3c}{3b+c}=\frac{3k+8k+15k}{12k+5k}=\frac{26}{17}.$$

(3) 同 (2), 将 $a=3k$, $b=4k$, $c=5k$ 代入 $a-b+c=16$, 得

$$3k-4k+5k=16. \quad \therefore \quad k=4.$$

$$\therefore \quad a=12, \ b=16, \ c=20, \ \sqrt{abc}=16\sqrt{15}.$$

说明 利用等比定理解本例 (1) 时, 要防止产生如下错误: $\dfrac{a+2b+3c}{12}=\dfrac{b}{4}$. 解 (2) 时, 通过设 $\dfrac{a}{3}=\dfrac{b}{4}=\dfrac{c}{5}=k$ 的方法, 求得结果. 这是一种常用而简便的方法, 但须防止如下错误: 设 $a:b:c=3:4:5=k$, $\therefore a=3k$, $b=4k$, $c=5k$.

此外, 若本例(1)用(2)的解法, 则显得更简捷.

例 5 已知 $\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{10}{3}$, 求 $\dfrac{x}{y}$.

解法一 将比例式化为等积式, 得

$$3x^2+3y^2=10xy,$$

即

$$3x^2-10xy+3y^2=0,$$

$$(3x-y)(x-3y)=0.$$

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com