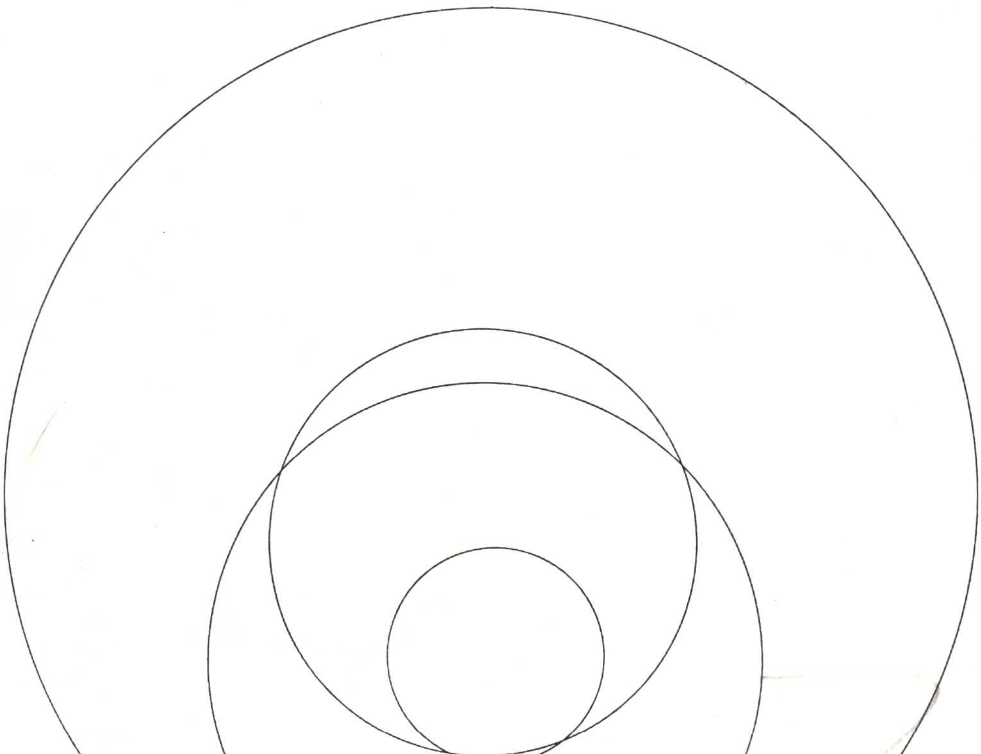
获全国高等学校机电类专业优秀教材一等奖

高等学校教材

机械优化设计

汪 萍 侯慕英 编著

第三版



中国地质大学出版社

高 等 学 校 教 材

机 械 优 化 设 计

第三版

汪 萍 侯慕英 编著

内 容 提 要

本书在前两版的基础上，根据近年来机械优化设计学科的发展和该门课程的教学需要，对部分章节的次序作了一些调整，同时增加了某些很有实用价值的内容。本书一方面阐明机械优化设计的基本概念、基本理论和数学基础，另一方面介绍了各种常用的优化方法。这些方法有：一维优化的格点法、黄金分割法、二次插值法和三次插值法；无约束优化的坐标轮换法、鲍威尔法、梯度法、牛顿法、DFP 变尺度法和 BFGS 变尺度法；约束优化的约束坐标轮换法、约束随机方向法、复合形法、可行方向法、惩罚函数法和拉格朗日乘子法；线性规划与单纯形法；多目标函数及离散变量问题的优化方法等。本书还列举了一些机械优化设计实例，主要章节均有例题和习题。书后附有常用优化方法的 BASIC 语言程序和 C 语言程序包。

本书主要用作高等工科院校有关专业的教材，也可供有关工程技术人员作自学教材或参考书。

图书在版编目（CIP）数据

机械优化设计/汪萍，侯慕英编著．—武汉：中国地质大学出版社，1998.10
ISBN 7-5625-0596-9

Ⅰ．机…
Ⅱ．①汪…②侯…
Ⅲ．优化-机械设计
Ⅳ．TH132

机械优化设计
第三版
汪 萍 侯慕英 编著

出　　版　中国地质大学出版社（武汉市喻家山·邮政编码 430074）
责任编辑　方　菊　责任校对　熊华珍
印　　刷　中国地质大学出版社印刷厂
发　　行　湖北省新华书店

开本 787×1092 1/16 印张 15.75 字数 400 千字
1986 年 7 月第 1 版 1998 年 10 月第 3 版 1998 年 10 月第 7 次印刷
印数 30 001－35 000 册
定价：16.00 元
ISBN 7-5625-0596-9/TH·5

第 三 版 序

本书是在前两版的基础上，根据近年来机械优化设计学科的发展和该门课程的教学需要修订而成的。

此次修订对部分章节的次序作了一些调整。首先，线性规划与单纯形法一章，在内容上相对于其他各章比较独立，且在机械优化设计的实际问题中应用又较少，原第二版把它放在前面的第二章不大相宜，因此本版将它移到非线性优化方法之后的第六章来讲述，作为优化问题及其方法的一种延伸。其次，原第二版将某些优化设计的理论问题与数学基础分散在相关优化方法的叙述中，但它们又是各种优化方法的共同理论基础，为了教学上的需要，本版将这些内容单列在第二章中集中阐述。此外，在某些章内的节次安排上也按教学的方便作了适当的调整。

随着专家学者和科技人员在机械优化设计学科领域内的研究不断深入，以及针对机械优化设计中所遇到的一些实际问题，近年来又陆续提出了一些新的、很有实用价值的优化方法。本书在此版中将其中的一部分研究成果充实进来，例如无约束优化方法中的共轭梯度法等。特别是由于工程优化设计中问题的复杂性以及对优化设计的要求越来越高，人们期望能通过优化达到多方面目标的提高，并且遇到大量的离散参数问题。因此，本版增加了第七章的内容，较为详细地介绍了关于优化数学模型的尺度变换、多目标函数的优化求解方法，以及几种常用的离散变量优化方法等，以便读者在这方面获得更为广泛的知识，更好地利用它们解决实际工程中的优化设计问题。

由于我们的水平所限，漏误及不当之处在所难免，热忱欢迎读者不吝指正。

作　者

1998. 7. 于呼和浩特

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

绪　论

优化设计是近代一支较新的学科。随着计算机技术的发展，在工程设计理论以及设计技术方面出现了某些新的领域和新的设计方法，最优化技术就是一种新的现代设计方法。

人们做任何一件事情都力求收到最好的效果，而所花的时间和所消耗的物质又要最少，这是人们具有的最普遍的广义优化概念。在工程设计中，为得到最优的设计方案，即所设计的产品具有最好的使用性能而消耗的时间和物质又最少，成本最低，总的愿望是要获得最佳的经济效益和社会效益。每一设计工作者必须具有这样的优化意识。在常规的设计中，对一项工程设计一般要提出几种设计方案，经过比较分析后选出其中好的方案作为选定的方案。但在实际工作中，由于受到设计周期及工作量的限制，所提出供选择的方案毕竟是为数不多的，所谓“择优”也只能是在有限的几个方案中选出其中较好的方案，而不可能把所有的一切方案全部提出来供择优，所以在常规设计中所选出来的即使认为最优方案也不一定是真正的最优方案。

最优化技术是在60年代发展起来的，它建立在近代数学、最优化方法和计算机程序设计的基础上，已成为解决复杂问题的一种有效工具，并成为计算机辅助设计应用中的一个重要方面。优化设计是属于创新设计，它使设计工作从过去的完全经验设计及类比设计中解放出来，从理论上建立设计对象的优化数学模型，按现代的设计方法进行计算，设计出符合人为要求的新产品。创新的设计可能是零件、部件、整机以及各行业的工程。现存的产品中，不论是通过经验设计还是类比设计而产生的，实践证明，这样的产品大部分存在继续改进提高的余地。优化设计提供了一次设计成功的基础。所谓“一次设计”当然指的是最优方案，而又不需要反复地使用、试验及改进，这样的创新设计，其方案又是最优的。在设计上力图一次成功，这是设计上的一次飞跃，具有重要意义，对设计工作者的设计方法及习惯都引起重大的变化。不必说航空、航天等工程设计力求一次成功，即使是各行业的民用产品，一次设计成功也将大大缩短设计周期、降低成本以提高竞争力。因此，为了适应科技发展以及经济建设的需要，采用新的设计方法是很必须的。

在50年代以前处理优化问题的数学方法是用古典的微分法和变分法。由于工程实际问题中所需要考虑的因素通常很多，往往使问题很复杂，所以上述的数学理论与方法在解决工程优化问题上存在一定的局限性，不能适应工程设计的需要。虽然如此，它仍然给近代的优化方法奠定了坚实的理论基础。特别是在第二次世界大战期间，由于军事上的需要产生了运筹学，其中的数学规划部分，包括线性规划、非线性规划以及动态规划等，从理论和实践上充实和加强了最优化技术的基础与功能。很多场合，优化问题也称线性、非线性规划问题。60年代以后，由于计算机的出现更加促使优化方法的理论和技术得到蓬勃的发展，使其在许多技术领域中得到广泛的应用。如机械设计、建筑结构、航空航天、交通运输、控制工程、轻工化工、企业管理等均已大量应用，在各部门的设计、制造以及管理中取得了重大成果，收到了显著的社会效益和经济效益。

优化方法在机械设计中有着广泛的应用，构成了机械优化设计体系。机械设计领域涉及的

面很宽，如机械结构设计、零件设计、部件设计以及整机等产品设计，所需考虑的方面也很多，如结构组成与分析、机构运动学及动力学等问题。作为一项好的设计，要使产品具有好的性能，又要满足工艺性要求，要达到预期的精度要求，并使用安全可靠，特别是当设计的参数很多，各参数之间的关系很复杂的情况下，势必需要采取现代设计手段，使设计者从大量繁琐的计算中解脱出来。因此，优化设计已成为当今机械设计中一个重要方面，并在大量工作的基础上已取得了丰硕的成果。如考虑运动学、精度及成本各因素的机构设计，包括连杆机构、凸轮机构、齿轮机构、间歇运动机构以及各种组合形式机构；考虑动力学方面的设计，如惯性力的平衡，机器力矩波动最小及约束反力最小等问题；各种部件及整机优化设计方面，如各种型式规格的减速装置、机床主轴箱、进给箱以及汽车、飞机、各种起重运输设备等都做了大量的工作。

工程中的最优化设计，是在考虑诸多影响因素的条件下，以得到最佳的设计方案，即最佳设计参数值。其设计原则是欲得到最佳方案，以电子计算机为计算工具，所用设计方法采用最优化设计方法。因此，优化设计工作包含以下三个内容：

第一，建立优化数学模型。将工程实际问题以数学模型表示。为此要恰当选取设计变量，将设计问题所追求的最佳设计指标与设计变量之间的关系用函数式或其他的方式表示出来，即为优化问题的目标函数；列出约束条件，即设计问题所受到诸多方面制约的关系式，以上三方面构成了优化问题的数学模型。

第二，选取优化方法。目前可供优化设计工作使用的优化方法很多，其中包括无约束优化方法和约束优化方法，要根据不同设计类型、不同的设计规模选用恰当的优化方法，以使得达到计算的高效率，以期具有预期的设计精度。

第三，用计算机进行求解。

优化设计是综合有关各方面的因素，按优化原理进行求解，是建立在近代数学及计算机广泛应用基础上的一项新技术，其计算过程繁杂而量大，所以以计算机为工具，以人机配合的方式进行自动搜寻最优值，以搜寻出在现有条件下的最佳设计参数，取得最优设计方案。

第一章　机械优化设计的基本问题

1.1　机械优化问题示例

1.1.1　工程结构件优化设计

图 1.1 为由两根钢管组成的对称桁架。点 A 处垂直载荷 $P=300\,000$ N，$2L=152$ cm，空心钢管厚度 $T=0.25$ cm，材料弹性模量 $E=2.16\times10^7$ N/cm²，屈服极限 $\sigma_s=70\,300$ N/cm²。求：在满足强度条件和稳定性条件下，使体积最小的圆管直径 d 和桁架高度 H。

解：为保证桁架可靠地工作，就必须要求杆件具有足够的抗压强度和稳定性。

抗压强度：杆件截面上产生的压应力不超过材料的屈服极限；稳定性：杆件截面上的压应力不超过压杆稳定的临界应力。

杆件由圆管制成，截面面积 $F=\pi dT$

桁架为对称静定，按 A 点的平衡条件得杆内力

$$N=\frac{P}{2\cos\theta}$$

式中，　$$\cos\theta=\frac{H}{\sqrt{L^2+H^2}}$$

杆截面压应力　$$\sigma=\frac{N}{F}=\frac{P\sqrt{L^2+H^2}}{2\pi dTH}$$

具有足够的抗压强度而不发生压缩破坏的条件为

$$\sigma\leqslant\sigma_s$$

满足稳定性不发生屈曲破坏的条件为

$\sigma\leqslant\sigma_e$，　σ_e 为压杆屈曲极限。

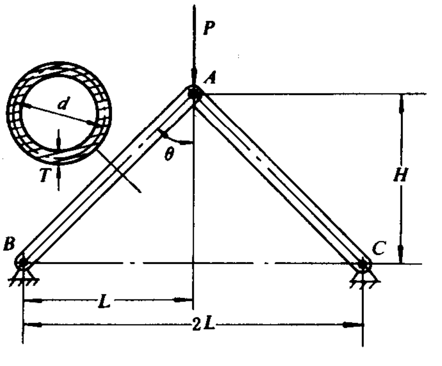


图 1.1　桁架

按欧拉公式

$$\sigma_e=\frac{\pi^2EI}{F(L^2+H^2)}$$

式中，I 为圆管的剖面惯性矩，

$$I=\frac{\pi dT}{8}(d^2+T^2)$$

要求在具有足够的抗压强度和稳定性的条件下，求总体积最小的杆件尺寸参数 H 和 d，则表达式如下：

结构总体积：$W=2\pi Td\sqrt{(L^2+H^2)}$

要求满足：

(1)抗压强度

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$$\sigma_s - \frac{P\sqrt{L^2+H^2}}{\pi T d H} \geqslant 0$$

(2)稳定性强度

$$\frac{\pi^2 E(d^2+T^2)}{8(L^2+H^2)} - \frac{P\sqrt{L^2+H^2}}{\pi T d H} \geqslant 0$$

以上所述是以 d、H 为设计变量的具有不等式约束优化问题。该优化问题的解见图 1.2。

K 点为最优点：$d=47.7$ cm

$H=51.31$ cm

最优点的桁架体积 $W=686.73\ \text{cm}^3$

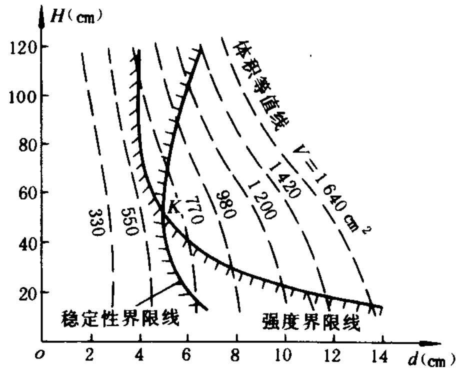


图 1.2 桁架最优解

1.1.2 机械零件优化设计

螺栓紧固件在机械设计中大量存在，零件虽不很大，但有些产品用量很多，例如波音 747 飞机，仅钛制螺栓 7 万个，价值 18 万美元，还需 40 万个精密螺栓价约 25 万美元。这些螺栓的尺寸规格及数量，对保证产品的可靠性、提高寿命及降低成本很有意义。

图 1.3 所示压力容器，内径 $D_0=0.12$ m，内部气体压强 $p=12.75\times10^6\ \text{N/m}^2$，置螺栓的中心圆直径 $D=0.2$ m，要求选择螺栓的直径 d 和数量 n，使螺栓组的总成本最低。

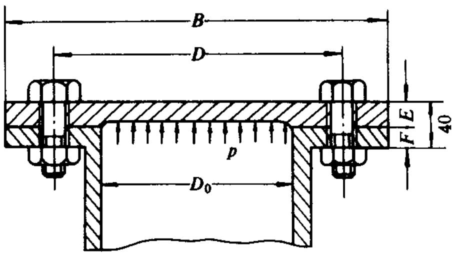


图 1.3 气缸螺栓组

解：首先螺栓要满足强度要求，所用螺栓数量要考虑密封要求，又要兼顾装拆的扳手空间。

螺栓组的总成本

$$C_n = C \cdot n$$

式中，C 为螺栓单价；n 为螺栓个数。

单价 C 与螺栓材料、直径 d、长度 l 以及加工状况有关。本组螺栓取 35[#] 钢，长度 $l=50$ mm 的六角头半精制螺栓，单价见表 1.1。

表 1.1 长度为 50 mm，35[#] 钢半精制六角螺栓单价

直径 d(mm)	10	12	14	16	18	20
单价 C(元)	0.052	0.091	0.142	0.174	0.228	0.251

按表 1.1 数据初步画 $C=f(d)$ 曲线，见图 1.4 用线性回归法求得方程为

$$C = 0.020\,2\,d - 0.148$$

于是 $$C_n = n(0.020\,2\,d - 0.148)$$

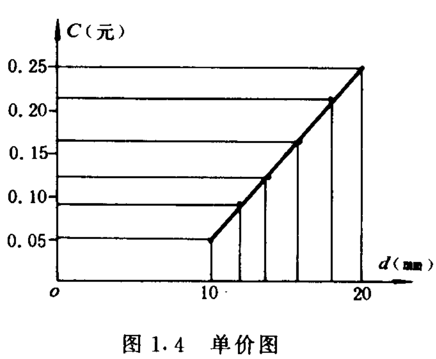


图 1.4 单价图

所受到的限制为

(1)螺栓强度限制

单个螺栓的许用载荷为[F]，用回归分析法得

$$[F] = 64 \cdot d^{2.13},$$

取安全系数 $\alpha=1.1$，则螺栓强度条件为

$$n[F]-\alpha\frac{\pi D_0^2}{4}p\geqslant 0$$

将已知数据代入得

$$64nd^{2.13}-158\ 614.335\ \mathrm{m}\geqslant 0$$

(2)扳手空间条件

为保证装拆时有足够的扳手空间，螺栓的周向间距要大于 $5d$，则有条件

$$\frac{\pi D}{n}-5d\geqslant 0 \quad 或 \quad \frac{0.628\ 318\ 5\ \mathrm{m}}{n}-5d\geqslant 0$$

(3)密封条件

为保证容器密封，压力均匀且不漏气，据经验，螺栓周向间距要小于 $10d$，则约束函数为

$$10d-\frac{\pi D}{n}\geqslant 0 \quad 或 \quad 10d-\frac{0.628\ 318\ 5}{n}\geqslant 0$$

该问题属于二维约束优化问题。

1.1.3 连杆机构优化设计

图 1.5 所示六杆机构。它是铰链四杆机构 $ABCD$ 和带有滑块 5 的摆杆 6 由连杆 BE 连接而成的。原动件 AB 逆时针转动使从动件 6 绕 F 点往复摆动。机架 AD 水平置放，F 点已选定。要求当原动件 AB 转角 φ_0 在 180°～300°范围内，摆杆 6 处于 LM 位置不动，即从动件摆杆产生间歇运动。试设计六杆机构尺寸参数 l_1、l_2、l_3、l_4、l_5 及 α。

原动件 AB 逆时针转动，连杆上 E 点通过滑块 5 使摆杆 6 实现往复摆动，只有当连杆上 E 点的轨迹是定点 L 与 M 所连的直线时，摆杆 6 即在 L、M、F 位置停歇，即实现从动件的间歇，显见本问题实质是连杆点 E 的轨迹问题。

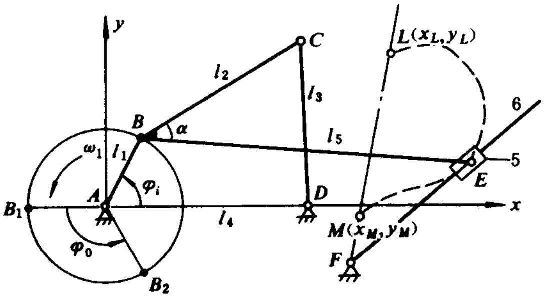


图 1.5 六杆机构

解决此类问题可以采用实验法，这种方法要反复实验、试凑，非但繁琐费时，且很难得到一个较理想的方案；还可以借助四连杆图谱试图得到近似解的方案；如采用解析法，则需解高阶非线性方程组，但求解又十分困难。因此，用以上各方法，不能全面满足多方面的限制。此类问题用优化方法设计将是十分有效的。

见图 1.5，以点 A 为坐标原点建立 xAy 直角坐标系。

期望的 LM 直线轨迹用两点 $M(x_M,y_M)$、$L(x_L,y_L)$ 写出，方程为

$$\frac{y-y_L}{x-x_L}=\frac{y_M-y_L}{x_M-x_L}$$

令：$a=y_M-y_L$，$b=x_L-x_M$，$c=(x_H-x_L)y_L-(y_M-y_L)x_L$，则 LM 直线方程为 $ax+by+c=0$

由于四杆机构尺寸的缩放不影响连杆 E 点轨迹的形状，只取决于机构待求参数：l_1、l_2、l_3、l_5 及 $\alpha(l_4=1)$，于是连杆上 E_i 点的坐标 (x_i,y_i) 以下面函数表示：

$$\begin{cases}x_i=X(l_1,l_2,l_3,l_5,\alpha,\varphi_i)\\ y_i=Y(l_1,l_2,l_3,l_5,\alpha,\varphi_i)\end{cases}$$

机构上 E 点所能实现上述的函数关系的具体表达式应按图 1.5 的几何关系推导，此处从略。

为提高设计精度，应使机构欲实现的轨迹点 $E_i(x_i, y_i)$ 到给定直线 ML 的垂直距离 d_i 最小，d_i 为设计偏差，有数学公式

$$d_i = \left| \frac{ax_i + by_i + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

为使机构连杆点 E 所实现的一段轨迹以最高的精度接近期望的线段$\overline{LM}$，所以要求在曲柄转角 $\varphi_i = 180° \sim 300°$范围内，分点数 $i = 1 \sim n$ 的 n 个点上的偏差平方和达到最小，即

$$\min\Delta = \min\sum_{i=1}^{n} d_i^2$$

为保证连架杆整周转、传动角满足许用值要求等，提出以下限制条件：

(1)AB 是曲柄的条件：

$$\begin{cases} l_1 \leqslant 1, \quad l_1 \leqslant l_2, \quad l_1 \leqslant l_3 \\ l_1 + 1 \leqslant l_2 + l_3 \\ l_1 + l_2 \leqslant 1 + l_3 \\ l_1 + l_3 \leqslant 1 + l_2 \end{cases}$$

(2)传动角满足许用值条件：

$$\cos\gamma_1 = \frac{l_2^2 + l_3^2 - (1 - l_1)^2}{2l_2 l_3} \leqslant \cos[\gamma_1]$$

$$\cos\gamma_2 = \frac{(1 + l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3} \leqslant \cos[\gamma_2]$$

(3)其他限制条件：

$$\alpha_{\min} \leqslant \alpha \leqslant \alpha_{\max}$$

$$l_1 \geqslant 0$$

按给定轨迹设计四杆机构的问题可归结为这样一个优化设计问题：求一组机构参数 l_1、l_2、l_3、l_5、α，在满足曲柄条件、传动角条件以及其他限制条件下，当曲柄转角 φ_i 在某给定范围内，连杆上 E 点的轨迹偏差平方和 Δ 达到最小。

1.1.4 生产管理优化

例题 某车间有四台机器，每台拟生产3种类型零件，每小时各零件获利润见表1.2；生产不同零件之速率示于表1.3；本月对1、2、3种零件的需求量分别为700、500、400个；四台机器可提供的工作时间分别为90、75、90、80 h。如何安排生产方可月获利最大？

表1.2 每小时生产各零件利润额 (元/件)

零件种类	机器序号			
	1	2	3	4
1	5	6	4	3
2	5	4	5	4
3	6	7	2	8

表1.3 各机器生产零件速率 (件/h)

零件种类	机器序号			
	1	2	3	4
1	8	2	4	9
2	7	6	6	3
3	4	8	5	2

解：为获利润最大，需合理确定每台机器生产某种零件若干。设 x_{ij}表示第 j 台机器生产第 i 种零件的件数。

一个月内获总利润为

$$W = 5x_{11} + 6x_{12} + 4x_{13} + 3x_{14} + 5x_{21} + 4x_{22} + 5x_{23} + 4x_{24} + 6x_{31} + 7x_{32} + 2x_{33} + 8x_{34}$$

且要满足以下约束条件：

(1)数量需求限制

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 700$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 500$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 400$$

(2)工时需求限制

$$\frac{x_{11}}{8} + \frac{x_{21}}{7} + \frac{x_{31}}{4} \leqslant 90$$

$$\frac{x_{12}}{2} + \frac{x_{22}}{6} + \frac{x_{32}}{8} \leqslant 75$$

$$\frac{x_{13}}{4} + \frac{x_{23}}{6} + \frac{x_{33}}{5} \leqslant 90$$

$$\frac{x_{14}}{9} + \frac{x_{24}}{3} + \frac{x_{34}}{2} \leqslant 80$$

(3)非负条件

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34} \geqslant 0$$

本题是以 $x_{ij}(i=1,2,3,j=1,2,3,4)$共 12 个设计变量的约束优化问题。

1.2 优化设计的数学模型

由 1.1 中的示例可以看出，把一般的机械设计描述为一个优化设计问题时，有下面三部分内容：一是需求解的一组参数，这组参数在设计中作为变量来处理，称为设计变量；二是有一个明确的追求目标，这个目标以设计变量的函数来体现，称为目标函数；三是有若干必须的限制条件，设计变量的取值必须满足这些限制条件，它们称为设计约束。按照具体机械设计问题拟定的设计变量、目标函数及约束条件的总体组成了优化设计的数学模型。下面对它们分别做介绍。

1.2.1 设计变量

机械优化设计是欲对某机械设计项目取得一个最优方案。所谓一个设计方案一般是用一组参数来表示。设计参数在优化设计中分成两种类型，一类参数是可以根据设计的具体情况或成熟的经验预先给定，这些参数称为设计常量，例如在零件结构设计中材料的弹性模量、许用应力等常作为设计常量，或对设计结果影响不大的参数也常作为设计常量处理；而另一类参数在设计过程中需优选的参数，把它作为优化设计中的设计变量。即在设计过程中作为变量处理以供选择，并最终必须确定的各项独立参数，称为设计变量。优化设计是研究怎样合理地优选这些设计变量值的一种现代设计方法，所以在设计计算过程中它们是变量，在优化过程中，这些变量最终确定以后，则设计方案也即完全确定了。例如 1.1.1 中可以选择的参数是桁架高度 h 和圆管直径 d，则 h、d 为该设计中的设计变量，而已经给定的支架水平距离 b 及所用钢管厚度 t 在此优化设计中即为设计常量；1.1.2 中的螺栓直径 d 和所需的数量 n 为设计变量。另外，

有一些参数与其他参数之间存在一定的依赖关系，表面上看来虽都是变量，但并不都是独立的，在这种情况下，要从互相依赖的参数中把真正独立的参数分解出来，被分解出的独立参数才是设计变量。例如二级圆柱齿轮减速器的设计，已给定总传动比 i，要恰当选择高速级及低速级传动比 i_1、i_{I}，因为要满足 $i_1 \cdot i_{\text{I}}=i$，所以 i_1、i_{I} 是互相依赖的，如选 i_1 作为独立变量，则 i_1 即为非独立变量，设计者可从互相依赖的两参数 i_1、i_{I} 中取其一个为设计变量。若参数之间存在依赖关系，其表现形式也多种多样，设计者要按具体情况恰当分解出独立参量作为设计变量。又如 1.1.3 中的四杆机构 $ABCD$，由于四杆长度 l_1、l_2、l_3、l_4 按同一比例缩放不影响连杆 E 点轨迹，则以 l_4 去缩放各杆长度，即取 $l_4=1$，而其余各长度均是与 l_4 的比值。此处理后的设计变量为 l_1、l_2、l_3。

设计变量按取值是否连续分为连续变量和离散变量。若变量在其取值范围内取任何连续值均有意义，则是连续变量，如 1.1.1 中的桁架高度 h；1.1.3 中的 l_1,l_2,l_3,l_5 及 α 等。如设计变量间断跳跃式的值才有意义，它就是离散值。机械设计中的离散变量很多，如齿轮的齿数必须是正整数，齿轮的模数、螺纹的名义直径 d、滚动轴承的内径等必须符合国家标准，这些都是离散变量。离散变量的选取在优化设计中尚处于发展阶段，按实际情况恰当进行选择处理。

一个设计方案是以一组设计变量来表示，一组中所包含设计变量的个数因问题而异。设计变量的数目称为优化问题的维数。如一个设计问题有 n 个设计变量，则称为 n 维设计问题（$n=1,2,\cdots$）。

当 $n=1$ 时，称为一维优化问题，则设计变量 x_1 沿一个数轴上选取。

当 $n=2$ 时，称为二维设计问题，表示为：

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=[x_1 \quad x_2]^{\mathrm{T}}$$

二维问题可在平面直角坐标系中表示，见图 1.6(a)，设计变量 x_1,x_2 分别在坐标轴 ox_1、ox_2 上取值，当 (x_1,x_2) 分别取不同值时，则在 x_1ox_2 坐标平面上得到不同的相应点，每一个点表示一种设计方案。在图 1.6(a)中，$\boldsymbol{x}=[x_1 \quad x_2]^{\mathrm{T}}$ 代表由原点 o 为始点，设计点 (x_1,x_2) 为终点的矢量，所以一个设计方案也常称为设计矢量，矢量端点称设计点。所以从设计角度、数的表达以及图形描绘各方面看，设计方案、设计变量、设计点、设计矢量都是相对应的。

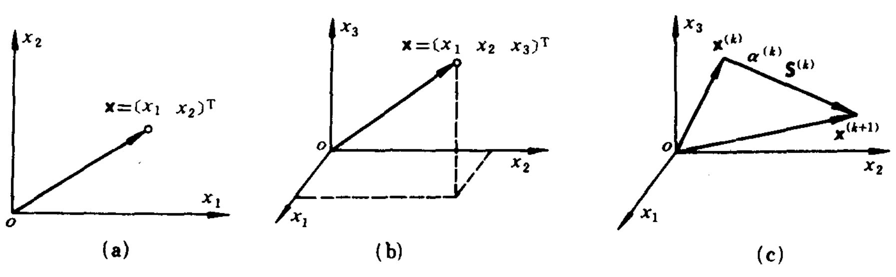


图 1.6 设计变量

当 $n=3$ 时，称为三维设计问题，表示为

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=[x_1 \quad x_2 \quad x_3]^{\mathrm{T}}$$

三维问题在空间直角坐标系中表示，见图 1.6(b)，各维设计变量分别在 ox_1, ox_2, ox_3 坐标轴上选取，当(x_1, x_2, x_3)分别取不同值时，可有三维空间的不同点与之对应，所以 $\boldsymbol{x}$ 代表三维设计问题的设计方案、设计点、设计矢量。

在一般情况下，若有 n 个设计变量，把第 i 个设计变量记为 x_i，则一组设计变量用 n 维向量以矩阵形式表示为

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_i \quad \cdots \quad x_n]^{\mathrm{T}} \tag{1.1}$$

当 $n>3$ 时，其各设计变量 $x_i(i=1,2,3,4,\cdots)$仍以其对应的各坐标轴上取值，可想象成抽象的高维空间表示出各设计点 $\boldsymbol{x}$。

设计点的集合称为设计空间。以 n 个独立变量为坐标轴组成的 n 维向量空间是一个 n 维实空间，用 R^n表示。工程设计中的设计变量均为实数，且任意两矢量有某种计算，则这样的空间又称为 n 维实欧氏空间。当 $n=2,3$ 时，则设计点用平面直角坐标系及三维空间直角坐标系表示。当 $n\geqslant 4$ 时，很难用图象表示，这时的 n 维空间又称为超越空间。

式(1.1)设计变量表示着一个设计方案，$\boldsymbol{x}^{(k)}$为第 k 个方案，由此方案调整到第 $k+1$ 方案，是由设计点 $\boldsymbol{x}^{(k)}$移向 $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$点，设计变量之间的关系为

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)}=\boldsymbol{x}^{(k)}+\alpha^{(k)}\boldsymbol{S}^{(k)} \tag{1.2}$$

向量 $\boldsymbol{S}^{(k)}$为移动方向，$\alpha^{(k)}$为移动步长，见图 1.6(c)。

设计空间的维数体现着设计的自由度，设计变量越多，则设计的自由度就越大，可供选择的方案可扩大，设计更灵活；但维数多则设计复杂，运算量也增大。当 $n\leqslant 10$ 称为小型设计问题；当 $10<n\leqslant 50$ 称为中型问题；当 $n>50$ 称为大型设计问题。

例如 1.1.1 节问题的设计变量 $\boldsymbol{x}=[d \quad h]^{\mathrm{T}}=[x_1 \quad x_2]^{\mathrm{T}}$ 是二维优化问题。1.1.3 节的 $\boldsymbol{x}=[l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad l_5 \quad \alpha]^{\mathrm{T}}=[x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5]^{\mathrm{T}}$，维数 $n=5$。以上两设计均属小型设计问题。1.1.4 节的设计变量为：

$\boldsymbol{x}=[x_{11} \quad x_{12} \quad x_{13} \quad x_{14} \quad x_{21} \quad x_{22} \quad x_{23} \quad x_{24} \quad x_{31} \quad x_{32} \quad x_{33} \quad x_{34}]^{\mathrm{T}}$ 或

$\boldsymbol{x}=[x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^{\mathrm{T}}$

其维数 $n=12$，属于中型优化设计问题。

1.2.2 目标函数

优化设计是在多种因素下欲寻求使设计者最满意、最适宜的一组参数。“最满意”、“最适宜”是针对某具体问题，人们所追求的某一特定目标而言。在机械设计中，人们总希望所设计的产品具有最好的使用性能、体积小、结构紧凑、重量最轻和最少的制造成本以及最多的经济效益，即有关性能指标和经济指标方面最好。

在优化设计中，一般将所追求的目标(最优指标)用设计变量的函数形式表达，称该函数为优化设计的目标函数。目标函数的值是评价设计方案优劣程度的标准，也可称为评价函数。建立这个函数的过程称为建立目标函数。一般的表达式为

$$F(\boldsymbol{x})=F(x_1,x_2,\cdots,x_n) \tag{1.3}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com