

结构振动力学

(第二版)

张相庭 王志培 编著
黄本才 王国砚

同济大学出版社

结构振动力学

(第二版)

张相庭 王志培 黄本才 王国砚 编著



同济大学出版社

内 容 提 要

本书是作者根据振动力学课程教学要求,结合教学和科研实践,参考多种现有教本归纳编写而成的。

全书共分十章,前七章阐述振动力学基础及确定性振动,包括自由度和单、多、无限自由度体系的振动;后三章阐述随机振动,包括随机振动理论基础,单、多、无限自由度体系的振动和可靠性分析。

本书可作为高等院校振动力学课程教材,也可作为部分专业本科生和研究生的选修教材,还可作为从事土木工程、机械工程等有关工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

结构振动力学/张相庭 等编著. —2 版. —上海:同济大学出版社,2005. 8
ISBN 7-5608-1348-8

I. 结… II. 张… III. 结构振动—结构动力学—高等学校—教材 IV. O327

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 049713 号

结构振动力学(第二版)

张相庭 王志培 黄本才 王国砚 编著

责任编辑 司徒妙龄 责任校对 徐春莲 封面设计 李志云

出 版	同济大学出版社
发 行	(上海四平路 1239 号 邮编 200092 电话 021-65985622)
经 销	全国各地新华书店
印 刷	同济大学印刷厂印刷
开 本	787mm×1092mm 1/16
印 张	17.75
字 数	454000
印 数	1—3100
版 次	2005 年 8 月第 2 版 2005 年 8 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 7-5608-1348-8/TK·7
定 价	25.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换

第一版前言

任何结构都承受载荷作用。绝大部分载荷,实际上都是动力载荷,使结构产生惯性力,引起程度不同的振动。只是有些载荷,它所产生的惯性力甚小可以忽略不计时,才可视作静力载荷。所以,从广义上讲,静是相对的,动是绝对的。因此,结构振动及其力学问题,是工程上经常碰到和迫切需要研究的问题。结构振动力学就是研究这类课题力学问题的学科,是工程力学专业以及工科各有关专业重要的必修课之一。

同济大学是全国第一批于1958年建立工程力学专业(原名应用力学专业)的学校,一开始就开设了结构振动力学,大力开展了这方面的教学和科学研究工作,承担了几十个与振动有关的研究课题,并写出了百余篇论文。改革开放以后,于1979年、1981年、1983年、1985年、1988年多次编写本教材,并在教学实践中不断地进行修改补充。这次我们根据多年来的教学实践经验和研究成果,重新编写了这本教材。

本书共分十章,前七章为结构确定性振动力学,后三章为结构随机振动力学。第一章重点介绍振动概念及与力学计算有关的自由度、运动方程等有关问题。第二、三、四章分别具体分析单、多自由度和无限自由度体系振动的力学问题。第五章介绍工程上常用的实用计算方法和近似计算方法。为了应用计算机计算振动问题,第六章介绍动力有限元法。由于很多振动是非线性的,实际上,线性是相对的,非线性是绝对的,前面几章线性结构的振动仅是非线性结构振动的一个特殊情况,第七章就为非线性振动作一些基本的介绍。第八章是结构随机振动基础,介绍概率密度函数及统计特征等有关内容,是随机振动入门的必经之路。第九章则具体地对单、多自由度和无限自由度体系的随机振动作出分析。第十章则是动力可靠性分析,是衡量结构动力可靠度的理论基础。

经过几十年的教学和科研实践,在编写本书时,我们力求系统地、完整地阐述振动力学的基础理论和计算方法,同时也注意工程实践上的需要,引进以工程实际中抽象出来的结构振动力学实例和问题,使理论与实践相结合。在参阅国内外同类教材、专著的基础上,也引进了最近十几年研究的最新成果,例如,第五章等效团聚质量法中的能量原则,就是我们的研究成果,并已应用于实际工程计算上,取得了很好的结果,是获得国家教委科技进步一等奖的成果之一。在建立运动方程及有关问题时,除了一般的按达伦伯原理建立以外,还突出其在振动力学的应用功能,对拉格朗日方程的应用也作了详细的叙述。在注意提高学生基本理论和计算训练的同时,还注意配合电子计算机的应用,在“动力有限元法”一章中,应用电算和程序,计算工程结构振动问题。本教材注意从简单到复杂、由浅入深,全面讲述振动力学中的基本问题。

本书由张相庭编写第一、二、八、九、十章,王志培编写第三、六、七章,黄本才编写第四、五章。由于认识和实践的限制,本书定有很多需要改进之处,敬请读者和有关专家批评指正。

编者

1992. 8. 10

第二版前言

《结构振动力学》一书自 1994 年 5 月第一版出版以来,受到普遍欢迎,被许多学校选为本科生教材。

多年来,此书一直作为同济大学工程力学专业本科生教材。我们在教学中对一些内容有了新的认识和体会,也发现原书中存在一些印刷错误,遂对原《结构振动力学》第一版进行修订。

本次修订注意保持原书的特点,即贯彻少而精、符合认识规律、便于教学等,力求做到有所改进和提高。具体体现如下:第一,保证结构振动力学的基础内容和基本训练。例如,对单、多和无限自由度体系,由于内容比较成熟,只作了部分文字上的修改;第二,对比较经典的具体方法内容,适当作了删减。例如,删去了第五章中的伽辽金法;第三,对第六章中的结构动力有限元法,原书中的内容过于繁杂,本次删改较大,使其与本门课程的要求更为接近;第四,在非线性振动部分,将渐近法置于等线性法之前,并在渐近法中增加了摄动法的基本内容;第五,对随机振动部分的表达形式等作了适当的梳理。例如,将随机变数的提法改为随机变量、对第十章中的概率分布式更明确了随机变量和概率分布之间的关系等;第六,结合近几年的教学实践,对前五章中的习题内容作了增删。

本次修订由黄本才教授、王国砚副教授执笔,其中,黄本才教授负责第一至第六章,王国砚副教授负责第七至第十章。研究生汪丛军、周大伟、徐再根和曾锴等帮助整理书稿,本科生郑越之帮助修改插图。

本教材是同济大学“十五”规划教材,得到了同济大学教材、学术著作出版基金委员会资助,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平所限,书中不足之处,望读者批评指正。

编 者
2005. 4

目 录

第一章 概述	(1)
§ 1-1 振动	(1)
§ 1-2 自由度	(1)
§ 1-3 结构振动运动方程的建立	(3)
§ 1-4 振动的分类	(6)
习题	(7)
第二章 单自由度体系的振动	(9)
§ 2-1 运动方程的建立	(9)
§ 2-2 无阻尼体系的自由振动	(13)
§ 2-3 有阻尼体系的自由振动	(20)
§ 2-4 无阻尼体系的强迫振动	(24)
§ 2-5 有阻尼体系的强迫振动	(31)
习题	(38)
第三章 多自由度体系的振动	(41)
§ 3-1 无阻尼自由振动	(41)
§ 3-2 在简谐力作用下的稳态强迫振动	(70)
§ 3-3 用振型分解法计算强迫振动	(73)
§ 3-4 拉格朗日运动方程*	(85)
习题	(89)
第四章 无限自由度体系的振动	(93)
§ 4-1 单跨梁的横向弯曲自由振动	(93)
§ 4-2 考虑轴力、剪力和转动影响时梁的弯曲自由振动*	(100)
§ 4-3 杆件的剪切、轴向和扭转自由振动	(104)
§ 4-4 主振型的正交性	(107)
§ 4-5 无限自由度体系的强迫振动	(109)
习题	(117)

第五章 自振频率和振型的近似计算方法	(119)
§ 5-1 能量法	(119)
§ 5-2 集中质量法	(129)
§ 5-3 等效团集质量法	(133)
§ 5-4 矩阵迭代法	(137)
习题.....	(142)
第六章 结构动力有限元法	(144)
§ 6-1 单元运动方程	(144)
§ 6-2 坐标变换和结构整体运动方程	(153)
§ 6-3 振型分解法计算强迫振动	(161)
第七章 非线性振动	(166)
§ 7-1 非线性振动的基本概念	(166)
§ 7-2 直接积分法	(170)
§ 7-3 摄动法和 KBM 法	(175)
§ 7-4 等线性法	(182)
§ 7-5 数值解法——逐步积分法	(184)
§ 7-6 威尔逊 θ 法	(193)
§ 7-7 纽马克法	(195)
习题.....	(197)
第八章 随机变量和随机过程的统计特征	(199)
§ 8-1 随机振动的基本概念	(199)
§ 8-2 随机变量的概率统计特征	(201)
§ 8-3 多维概率分布和概率密度函数	(210)
§ 8-4 正态分布的统计特征	(212)
§ 8-5 常用的随机过程	(215)
§ 8-6 随机过程的概率统计特征	(218)
习题.....	(234)
第九章 结构随机振动响应	(237)
§ 9-1 线性结构干扰与响应的关系	(237)
§ 9-2 单自由度结构的随机响应	(243)
§ 9-3 多自由度和无限自由度结构的随机响应	(251)

习题.....	(258)
第十章 响应峰值分布及可靠性分析.....	(260)
§ 10-1 穿越分析	(260)
§ 10-2 响应峰值分布(极大值分布)	(266)
§ 10-3 极值的概率分布	(269)
习题.....	(271)

第一章 概 述

结构除承受静力载荷应进行静力分析以外,还常常承受动力载荷,它使结构产生振动,从而需要进行动力分析。实际上,动力载荷是普遍存在的,只不过有些载荷引起的振动很小,可以作为静力载荷来处理。结构振动力学就是对动力载荷引起结构振动的理论和应用进行分析研究,从而提出解决工程振动问题的方法。本章着重就一些最基本的概念,如振动、自由度、运动方程的建立和振动分类等进行详细地介绍,是结构振动力学的基础和入门。

§ 1-1 振 动

在静力分析中,我们假定作用在结构物上的是静力载荷,这种载荷的大小、方向和作用点都不随时间而变化,加载过程非常缓慢,因而使结构的质量不产生加速度,也就不产生惯性力。静与动是相比较而言的,通常,若引起的加速度很小,因而其产生的惯性力与载荷值比较起来是极其微小可以忽略时,也可当作静力载荷来处理。但在工程实际中,经常也会碰到另一类载荷,即动力载荷,以及结构受动力载荷作用时所产生的振动现象。例如:打桩机锤击引起的地基振动,高层建筑、电视塔等高柔结构受不规则风力作用所引起的来回运动,地震力作用引起构筑物的强烈振动等。还有其他动力载荷如核爆炸对建筑物施加的冲击波,工厂车间内的车床、电动机、汽轮发电机、锻锤等在工作时对厂房结构及基础产生的作用力等。我们把这种随时间而变化的载荷,称为动力载荷,简称动载。动载作用的基本特点是使结构的质量产生显著的加速度,因而使结构产生较大的惯性力,并引起结构的振动。我们把物体在某一位置附近来回运动的现象称为振动。这时,表示运动特征的某些物理量(例如位移、速度、加速度等)将时而增大,时而减少地反复变化。

应当说明,静与动和加载慢与快是相对的,它与结构自振周期有密切关系,若载荷从零增至最大值的加载时间远大于结构自振周期,例如,前者为 10s,后者为 1s,则加载过程可认为是缓慢的,可作为静力载荷对待。但是若载荷从零增至最大值的加载时间接近或小于自振周期,则加载过程应认为是快速的,这种载荷应作为动力载荷来处理。

结构振动力学的基本任务在于分析结构(质点系或分布质量体系)振动的固有力学特性,分析在动力载荷下结构位移和内力等,以使设计时能满足刚度和强度的要求,或采取减振或防振的措施,在进一步的研究中,还要满足动力稳定性的要求。因而在振动情况下的刚度、强度和稳定性是振动力学研究的基本内容。

本教材只讨论结构振动时的刚度和强度问题,稳定性问题将留给专门课程进行研究。

§ 1-2 自 由 度

在振动过程中,结构上凡有质量处均产生惯性力。为了确定结构的位移和内力,必须确定每一质量的独立位移参数。确定在振动过程中任一时刻全部质量的位置所需独立几何

(位移)参数数目,称为结构的自由度。

任何实际结构的质量都是连续分布的,有的还附以若干个附加团集质量(集中质量),因而都是无限自由度结构。但是,当结构杆件的质量与附加团集质量相比甚小,或者为了计算的简化,把杆件的连续质量团集成若干个团集质量的话,则体系就变成有限自由度结构。

任一团集质量在空间需由六个独立的位移参数来确定其位置,即沿三个轴的独立线位移和绕三个轴的角位移,因而具有六个自由度。图 1-1 所示一团集质量块位于悬臂杆的端点上,在空间它具有六个自由度。

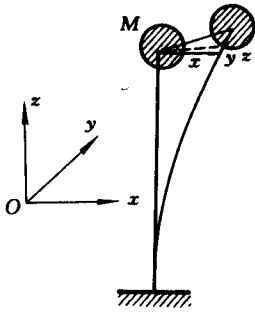


图 1-1 单质量结构的自由度

自由度数对某一结构来说并不是固定的,随结构计算假设而变化。对图 1-1 所示的结构,如果作为平面问题来处理,它只有三个自由度,即两个方向轴的独立线位移和绕另一方向轴的角位移。当认为团集质量面积较小而作为一个质点来处理时,它只有两个自由度,即沿两个轴的独立线位移。当杆件只考虑弯曲或剪切变形而忽略轴向变形时,质量 M 沿杆轴方向的位置是确定的,因而只能沿着垂直于杆轴方向运动,所以,此时只有一个自由度了。以下对于受弯杆,如无特殊说明,通常均忽略轴向变形的影响。

图 1-2(a)所示为有团集质量的简支梁,梁本身的质量忽略

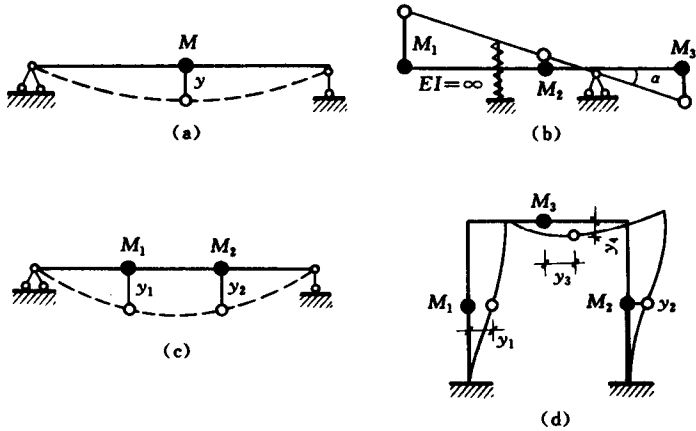


图 1-2 自由度分析例子

不计,梁在振动过程中变形如图所示。由于质量只有一个独立的位移参数,因而只有一个自由度。图 1-2(b)所示的双伸臂梁,一端为刚性支座,另一端为弹性支座。假定梁的抗弯刚度 $EI=\infty$,即在振动时不产生弹性变形,梁的轴线永远保持直线,整根梁绕着刚性支座转动。梁上虽有三个团集质量,但要确定这些团集质量在振动时的位置,只需知道梁的转角 α 就可以了,所以,这个具有三个团集质量但抗弯刚度 $EI=\infty$ 的梁,在振动过程中的独立坐标只有一个,它就是角位移 α ,或任一质量处的位移 y ,因此,这个结构是单自由度结构。

图 1-2(c)所示简支梁上有两个团集质量,两个团集质量在振动时的位置,可仅用 y_1, y_2 两个独立坐标来表示。因此该结构是两个自由度的结构。图 1-2(d)所示的框架,略去框架本身质量不计,有三个团集质量。质量 M_1, M_2 在振动过程中,只能在水平方向产生位移(忽

略杆件的轴向变形),而质量 M_3 可沿水平向和竖向产生位移,总共需四个独立坐标来确定三个质量的位置,因此,这个框架是四个自由度的结构。

如果结构的质量不是集中的,而是沿着它的杆件长度分布的,除了杆件的刚度 $EI = \infty$ 的特殊情形以外,其他的都属于无限自由度的结构。因为用有限的独立坐标是无法确定振动时分布质量的位置的。例如,图 1-3 所示自重为 $p \text{ kN/m}$ 的简支梁就是无限自由度结构。

其 dx 微段的质量为 $dm = \frac{p}{g} dx$,如图 1-3 所示。

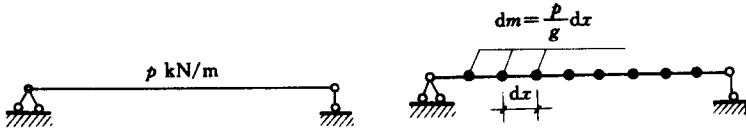


图 1-3 无限自由度例子

最后必须指出的是:

(1) 结构自由度的数目与集中质量数目无关(图 1-2(d)所示结构上有三个集中质量,但具有四个自由度)。

(2) 结构自由度数目与超静定次数无关(图 1-2(d)所示三次超静定结构有四个自由度)。

(3) 结构自由度数目与计算假定有关。一般地说,自由度数目越多,就愈反映结构实际动力性能,但计算工作量也就愈大。

§ 1-3 结构振动运动方程的建立

在通常情况下,独立的几何参数取的是位移。为了求出各种动力响应,应先列出动力位移方程。描述动力位移的数学方程,称为结构的运动方程。运动方程的解就提供了位移过程,从而可求出其他各种所需求的结构动力响应。

运动方程的建立,是振动力学的核心问题。只有运动方程建立得正确,整个解算才能正确。兹介绍几种建立运动方程常用的基本原理。

一、D'Alembert(达伦伯)原理

根据牛顿第二定律,任何质量 M 的动量变化率等于作用在这个质量上的力(包括恢复力 $R(t)$ 、阻尼力 $D(t)$ 、外力 $P(t)$),即

$$P_M(t) = \frac{d}{dt}[M\dot{y}(t)] \quad (1-1)$$

当质量 M 不随时间变化时,上式变成

$$P_M(t) = M\ddot{y}(t)$$

即

$$P_M(t) - M\ddot{y}(t) = 0 \quad (1-2)$$

上式表示,作用在质量上的力 P_M 同与加速度方向相反的惯性力 $(-M\ddot{y}(t))$ 平衡。换句话说,如果我们将 $(-M\ddot{y}(t))$ 加到原来受力的质量上,则动力问题就可作为静力平衡问题来处理。这种列运动方程式的方法,也常称为动静法,或惯性力法。

动静法用加惯性力 $(-M\ddot{y}(t))$ 的方法把动力方程化为静力方程来处理,较为方便,因而得到广泛的应用。

二、Lagrange(拉格朗日)方程

把作用在任意质量 M_i 上的所有力(包括惯性力),对任意虚位移 δy_i 所作的功应等于零,得到

$$\sum_i P_{M_i} \delta y_i - \sum_i M_i \ddot{y}_i \delta y_i = 0 \quad (1-3)$$

设任一质量处的 y_i 可用 n 个广义坐标 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 来表示, j 为广义坐标序号,则

$$y_i(t) = y_i(q_1(t), q_2(t), \dots, q_j(t), \dots, q_n(t)) \quad (1-4)$$

此时,由三种力组成的各点的力 P_{M_i} 在虚位移上所作的功为

$$\begin{aligned} \sum_i P_{M_i} \delta y_i &= \sum_i P_{M_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial y_i}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial y_i}{\partial q_j} \delta q_j + \dots + \frac{\partial y_i}{\partial q_n} \delta q_n \right) \\ &= \sum_j \left(\sum_i P_{M_i} \frac{\partial y_i}{\partial q_j} \delta q_j \right) \delta q_j \\ &= \sum_j \left(-\frac{\partial U}{\partial q_j} + \frac{\partial W_D}{\partial q_j} + \frac{\partial W_P}{\partial q_j} \right) \delta q_j \end{aligned} \quad (a)$$

式中, U 为变形能, W_D 和 W_P 分别为阻尼力和外力所作的功。

惯性力在虚位移上所作的功为

$$\begin{aligned} -\sum_i M_i \ddot{y}_i \delta y_i &= \sum_i \sum_j M_i \ddot{y}_i \frac{\partial y_i}{\partial q_j} \delta q_j \\ &= -\sum_i \sum_j \left[\frac{d}{dt} \left(M_i \dot{y}_i \frac{\partial y_i}{\partial q_j} \right) \delta q_j - M_i \dot{y}_i \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial y_i}{\partial q_j} \right) \delta q_j \right] \\ &= -\sum_i \sum_j \left[\frac{d}{dt} \left(M_i \dot{y}_i \frac{\partial y_i}{\partial q_j} \right) \delta q_j - M_i \dot{y}_i \frac{\partial \dot{y}_i}{\partial q_j} \delta q_j \right] \end{aligned} \quad (b)$$

因为

$$T = \frac{1}{2} \sum_i M_i \dot{y}_i^2$$

所以

$$\frac{\partial T}{\partial q_j} = \sum_i M_i \dot{y}_i \frac{\partial \dot{y}_i}{\partial q_j} = \sum_i M_i \dot{y}_i \frac{\partial y_i}{\partial q_j},$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_j} = \sum_i M_i \dot{y}_i \frac{\partial \dot{y}_i}{\partial q_j}$$

故式(b)变成

$$-\sum_i M_i \ddot{y}_i \delta y_i = \sum_j \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \delta q_j + \sum_j \frac{\partial T}{\partial q_j} \delta q_j \quad (c)$$

将式(a)及式(c)代入式(1-3),取第 j 项,因 δq_j 可以是任意的,我们得到

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} - \frac{\partial W_D}{\partial q_j} - \frac{\partial W_P}{\partial q_j} = 0 \quad (1-5a)$$

如取拉格朗日函数 L 为

$$L = T - U \quad (1-6)$$

广义力 P_j 为

$$P_j = \frac{\partial W_D}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial W_P}{\partial q_j} \quad (1-7)$$

因变形能仅与位移 y 或广义坐标 q 有关,则式(1-5a)可写成

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = P_j \quad (1-5b)$$

式(1-5a)和式(1-5b)是两种不同的表达形式,都称为拉格朗日方程。根据拉格朗日方程,我们也能直接导出运动方程。对于结构特别复杂的情况,按拉格朗日方程仍可方便地导出运动方程。

三、Hamilton(哈密顿)原理

直接采用变分概念进行分析时,最常用的就是 Hamilton 原理。对于任意时段,例如 t_1 到 t_2 这个时段,在一切可能的运动中,只有真实运动使某一物理量(称为“作用量”,它的代表形式为 $\int_{t_1}^{t_2} f(\dot{q}_j, q_j, t) dt$) 取得极值。约在 18 世纪以前,Hamilton 提出的作用量为

$$H = \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_D + W_P) dt \quad (1-8a)$$

如令

$$\bar{L} = T - U + W_D + W_P \quad (1-9)$$

则式(1-8a)可表示为

$$H = \int_{t_1}^{t_2} \bar{L} dt \quad (1-8b)$$

根据变分极值原理,Hamilton 原理可表示为

$$\delta H = \delta \int_{t_1}^{t_2} \bar{L} dt = 0 \quad (1-10)$$

Hamilton 原理说明,在任何时间区段 t_1 到 t_2 内,动能、变形能、阻尼力和外力作用的功的变分必须等于零,这时所得到的才是真正的运动。在数学上,它是固定边界条件下的泛函极值问题。

Hamilton 原理与拉格朗日方程是可以互相转化的。将式(1-10) 进行变分运算,得到

$$\begin{aligned}\delta H &= \int_{t_1}^{t_2} \delta \bar{L} dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_j \left(\frac{\partial \bar{L}}{\partial q_j} \delta q_j + \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} \delta \dot{q}_j \right) dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_j \left(\frac{\partial \bar{L}}{\partial q_j} \delta q_j + \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} \frac{d}{dt} \delta q_j \right) dt\end{aligned}$$

将式(1-5b) 重新写成

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \bar{L}}{\partial q_j} = 0$$

则上式可写为

$$\begin{aligned}\delta H &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_j \left[\left(\frac{d}{dt} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) \delta q_j + \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} \frac{d}{dt} \delta q_j \right] dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_j \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} \delta q_j \right) dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \sum_j \left(\frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} \delta q_j \right) dt \\ &= \left[\sum_j \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} \delta q_j \right]_{t_2} - \left[\sum_j \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{q}_j} \delta q_j \right]_{t_1}\end{aligned}$$

因为

$$[\delta q_j]_{t_2} = [\delta q_j]_{t_1} = 0$$

从而得到

$$\delta H = 0$$

如果说哈密顿原理是积分形式的变分原理,则拉格朗日方程实际是哈密顿原理用微分方程来表示的另一种形式,结果是相同的。

我们在下一章将有运用这三个原理列出运动方程的实例。

§ 1-4 振动的分类

按不同的标准,振动可有不同的分类。

一、按振动是否具有重现性分类

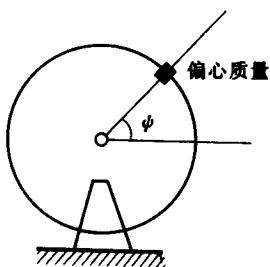


图 1-4 由偏心质量引起的周期振动

若在相同的条件下,振动过程将总是完全相同的,这种振动称为确定性振动。例如,机器的偏心质量所产生的周期载荷(图 1-4),如果偏心质量起始位置总是相同的,则该载荷是重现性载荷,也称确定性载荷,在相同的工作条件下,每次开机都将在结构上引起相同的振动过程,因而是确定性振动。但是像地震作用、风载荷之类,在不同时间,即使在同一地点完全相同的条件之下,也不会重现同一波形。如果上面所述机器的偏心质量的起始位置是随意变化着的,则每次开机也不会出现完全相同的波形。这种非重现性载荷,称为随机载荷,随机载荷作用下

的振动称为随机振动。如果结构特性(例如,阻尼力、弹性模量等)是随机变化的,即使在确定性载荷作用下,也将产生随机振动。

二、按是否存在外部干扰分类

图 1-5(a) 是一有质量的简支梁,如果给质量以初始扰动(例如初始位移、速度等),在扰动除去后,结构仍然发生上下振动。这种在振动过程中没有直接受到外部干扰的振动称为自由振动。

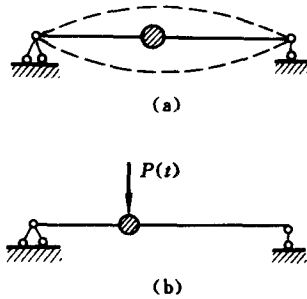


图 1-5 自由振动和强迫振动

图 1-5(b) 所示为该梁受有干扰力 $P(t)$,只要在振动过程中该干扰产生作用,则振动称为强迫振动。但是,一旦该载荷在某时刻已经终结,则该时刻以后所发生的振动仍是自由振动。

三、按是否存在振动阻尼力分类

在振动过程中,总是存在各种阻尼力的,例如材料的内部阻尼力、支座及各种连接处的摩擦阻力等,它促使自由振动逐渐衰减,强迫振动的幅度减弱。考虑阻尼的振动称为阻尼振动。如阻尼很小,忽略它的影响后,此时的振动称为无阻尼振动。

四、按阻尼力、恢复力与结构位移速度的关系是否符合线性函数分类

如果阻尼力、恢复力是位移或速度的线性函数,则这种振动称为线性体系的振动;否则,称为非线性体系的振动。

五、按振动与杆轴的相对方向分类

如果系统各点振动时的位移方向与杆轴垂直,则称为横向振动,图 1-5 就是这种振动。如果位移方向与杆轴方向一致,则称为纵向振动或轴向振动。

习 题

1-1 判断图 1-6 中结构的自由度数(分别考虑轴向变形和不考虑轴向变形两种情况)。

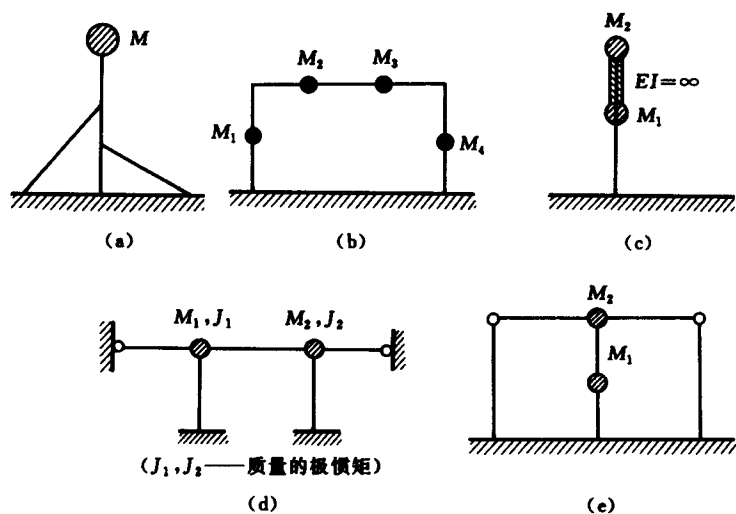


图 1-6

1-2 判断图 1-7 各体系的自由度(不考虑轴向变形)。

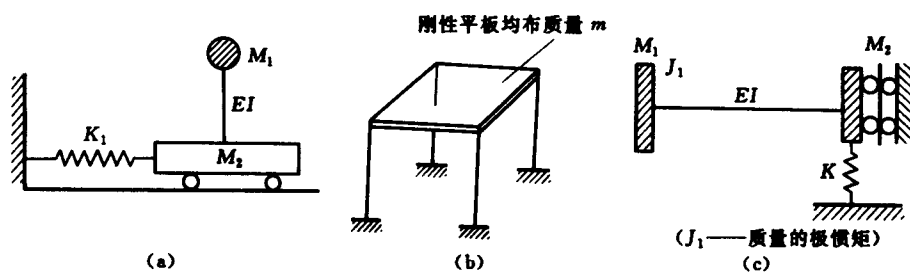


图 1-7

第二章 单自由度体系的振动

在振动力学中,单自由度体系的振动是最为简单的振动,但这部分内容又十分重要,因为从中可得到有关振动理论的一些最基本的概念和分析问题的方法,同时它也适用于更为复杂的振动问题。因此,搞清楚了单自由度体系的振动,将有助于我们提高分析和解决其他各种振动问题的能力。另外,在工程实际中,确实有许多振动问题,可简化为单自由度问题、或近似地用单自由度理论去分析解决。

本章首先详细讨论运动方程建立的方法,在此基础上按无阻尼体系、有阻尼体系研究自由振动,分析在周期简谐载荷和任意载荷作用下体系的强迫振动,并对弯曲振动、剪切振动、轴向振动和扭转振动等作详细的讨论。

§ 2-1 运动方程的建立

前一章中曾指出,建立运动方程是振动力学的首要问题,因而本章先讨论运动方程的建立,可按上一章所述的任何一种方法进行。

一、按达伦伯原理建立运动方程

按达伦伯原理,如果我们把惯性力 $(-M\ddot{y})$ 沿自由度方向加到质量上,则动力问题可化为静力平衡问题来处理。当然,在振动过程中,尚有阻尼力存在于体系之中。

有两种方法列出运动方程。

(一) 刚度法

图 2-1(a) 所示为一简支梁,梁跨内有一集中质量。如果把质量作为脱离体取出,则质量上作用有四种力,即惯性力 $(-M\ddot{y})$ 、阻尼力 $D(t)$ 、恢复力 $R(t)$ 以及外部干扰力 $P(t)$,见图 2-1(b)。在通常情况下,假定阻尼力与速度成正比的粘滞阻尼理论来处理阻尼力,阻尼力可表示为 $C\dot{y}$,但方向与运动方向相反, C 为粘滞阻尼系数。在线性弹性体系中,恢复力 $R(t)$ 为刚度系数 K 与位移 y 的乘积,即 Ky ,方向亦与运动方向相反, K 为引起单位位移所需的力,见图 2-1(c)。

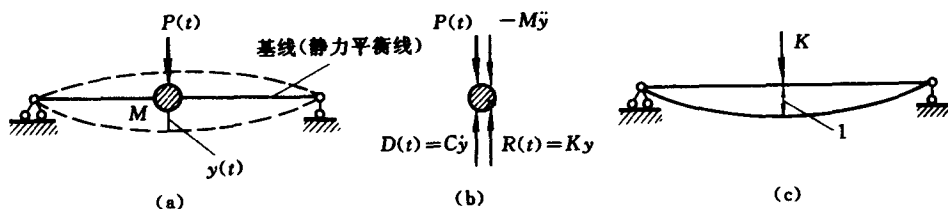


图 2-1 用刚度法列出运动方程

由图 2-1(b) 所示质量上各种力的竖向平衡,得到