

21 世纪 高 职 高 专 规 划 教 材

公 共 基 础 课 系 列



应用数学

周忠荣 主编

清华大学出版社



21 世纪高职高专规划教材

公共基础课系列

应用数学

周忠荣 主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是为高职高专院校工科各专业开设的“应用数学”课程编写的教材。本书以高职教育突出“以应用为目的,以必需、够用为度”的原则,根据工科各专业的需要选择内容、把握尺度,将数学知识和工程问题紧密结合,尤其适合数学学时较少的需要。

本书内容包括函数与极限、导数与微分、导数的应用、不定积分与定积分、定积分的应用、常微分方程及其应用、向量代数初步、线性代数初步和预备知识,书末附有习题答案和参考文献。

本书充分运用函数图像说明数学概念,强调数学概念的准确,弱化理论证明;丰富的工程实例使教师和学生有充分的选择余地。本书既可作为高职高专院校工科各专业的教材,也可作为工程技术人员的参考用书。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

应用数学/周忠荣主编. —北京:清华大学出版社,2005.8

(21世纪高职高专规划教材·公共基础课系列)

ISBN 7-302-11216-9

I. 应… II. 周… III. 应用数学—高等学校:技术学校—教材 IV. O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 064330 号

出 版 者: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 客户服务: 010-62776969

责任编辑: 谢 琛

印 刷 者: 清华大学印刷厂

装 订 者: 三河市李旗庄少明装订厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×230 印张: 16.75 字数: 341 千字

版 次: 2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-11216-9/O·473

印 数: 1~5000

定 价: 23.00 元

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分,担负着为国家培养并输送生产、建设、管理、服务第一线高素质技术应用型人才的重任。

进入 21 世纪后,高职高专教育的改革和发展呈现出前所未有的发展势头,学生规模已占我国高等教育的半壁江山,成为我国高等教育的一支重要的生力军;办学理念上,“以就业为导向”成为高等职业教育改革与发展的主旋律。近两年来,教育部召开了三次产学研交流会,并启动四个专业的“国家技能型紧缺人才培养项目”,同时成立了 35 所示范性软件职业技术学院,进行两年制教学改革试点。这些举措都表明国家正在推动高职高专教育进行深层次的重大改革,向培养生产、服务第一线真正需要的应用型人才的方向发展。

为了顺应当前我国高职高专教育的发展形势,配合高职高专院校的教学改革和教材建设,进一步提高我国高职高专教育教材质量,在教育部的指导下,清华大学出版社组织出版“21 世纪高职高专规划教材”。

为推动规划教材的建设,清华大学出版社组织并成立“高职高专教育教材编审委员会”,旨在对清华版的全国性高职高专教材及教材选题进行评审,并向清华大学出版社推荐各院校办学特色鲜明、内容质量优秀的教材选题。教材选题由个人或各院校推荐,经编审委员会认真评审,最后由清华大学出版社出版。编审委员会的成员皆来源于教改成效大、办学特色鲜明、师资实力强的高职高专院校、普通高校以及著名企业,教材的编写者和审定者都是从事高职高专教育第一线的骨干教师和专家。

编审委员会根据教育部最新文件政策,规划教材体系,比如部分专业的两年制教材;“以就业为导向”,以“专业技能体系”为主,突出人才培养的实践性、应用性的原则,重新组织系列课程的教材结构,整合课程体系;按照教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”,教材的基础理论以“必要、够用”为度,突出基础理论的应用和实践技能的培养。

本套规划教材的编写原则如下:

- (1) 根据岗位群设置教材系列,并成立系列教材编审委员会;
- (2) 由编审委员会规划教材、评审教材;
- (3) 重点课程进行立体化建设,突出案例式教学体系,加强实训教材的出版,完善教学服务体系;
- (4) 教材编写者由具有丰富教学经验和多年实践经验的教师共同组成,建立“双师型”编者体系。

本套规划教材涵盖了公共基础课、计算机、电子信息、机械、经济管理以及服务等大类的主要课程,包括专业基础课和专业主干课。目前已经规划的教材系列名称如下:

• 公共基础课

公共基础课系列

• 计算机类

计算机基础教育系列

计算机专业基础系列

计算机应用系列

网络专业系列

软件专业系列

电子商务专业系列

• 电子信息类

电子信息基础系列

微电子技术系列

通信技术系列

电气、自动化、应用电子技术系列

• 机械类

机械基础系列

机械设计与制造专业系列

数控技术系列

模具设计与制造系列

• 经济管理类

经济管理基础系列

市场营销系列

财务会计系列

企业管理系列

物流管理系列

财政金融系列

• 服务类

旅游系列

艺术设计系列

本套规划教材的系列名称根据学科基础和岗位群方向设置,为各高职高专院校提供“自助餐”形式的教材。各院校在选择课程需要的教材时,专业课程可以根据岗位群选择系列;专业基础课程可以根据学科方向选择各类的基础课系列。例如,数控技术方向的专业课程可以在“数控技术系列”选择;数控技术专业需要的基础课程,属于计算机类课程的可以在“计算机基础教育系列”和“计算机应用系列”选择,属于机械类课程的可以在“机械基础系列”选择,属于电子信息类课程的可以在“电子信息基础系列”选择。依此类推。

为方便教师授课和学生学习,清华大学出版社正在建设本套教材的教学服务体系。本套教材先期选择重点课程和专业主干课程,进行立体化教材建设:加强多媒体教学课件或电子教案、素材库、学习盘、学习指导书等形式的制作和出版,开发网络课程。学校在选用教材时,可通过邮件或电话与我们联系获取相关服务,并通过与各院校的密切交流,使其日臻完善。

高职高专教育正处于新一轮改革时期,从专业设置、课程体系建设到教材编写,依然是新课题。希望各高职高专院校在教学实践中积极提出意见和建议,并向我们推荐优秀选题。反馈意见请发送到 E-mail: gzgz@tup.tsinghua.edu.cn。清华大学出版社将对已出版的教材不断地修订、完善,提高教材质量,完善教材服务体系,为我国的高职高专教育出版优秀的高质量的教材。

高职高专教育教材编审委员会

序

应用数学

教材建设是整个高职教学工作的重要组成部分。高等数学有严格的知识体系和严密的论证方法。限于高职教育的数学学时及其学生未来的工作背景,对高职教育各专业的数学教学,需要界定“以应用为目的,以必需、够用为度”的原则。在教学中,如何把握知识体系的取舍与详略是非常重要的,这个问题需要在实践中不断探索。本书作者长期在高职院校从事教学工作,对数学和工科的多门专业基础课都比较熟悉,积多年的教学经验,对高职教育的数学课程进行一些有益的探索之后,为高职教育的数学课程编写了本教材,应该说是件好事。要编写出适合高职教育的数学教材,需要从事高职教育研究和教学工作的广大教育工作者,包括数学教师和各相关专业教师的共同努力,不断交流和认真实践。

高职教育的数学课程应该不同于普通高校使用的《高等数学》,称为《应用数学》或许更好一点。《应用数学》在保证数学概念准确的前提下,应该尽可能贴近工程实际,重点培养学生应用数学知识解决实际问题的能力,包括数学模型的建立与分析计算。周忠荣主编的《应用数学》是目前所见到的篇幅最短的高职类数学教材之一,但收编的工程应用实例较为丰富,这为学生提供了学以致用用的空间。本教材具有下列特点:

1. 基于高职教育的特性,本教材内容取舍得当,简要明了,能够满足教学需要。
2. 概念与知识系统的叙述准确,语言表达清楚,各章节结构合理。
3. 密切联系实际,列举了丰富的工程应用实例。
4. 书内配有适度例题和习题,有助于学生理解概念和训练解题能力。

本教材可作为高职院校工科相关专业的数学教材,也可作为高职院校师生的参考用书。相信这本教材会在应用中得到不断的改进和完善。

清华大学数学科学系教授

刘坤林

2005年1月

前言

应用数学

近几年来,高职教育在我国得到了快速发展,需要大量的适用教材。就数学课程而言,许多人对课程改革做了艰苦的工作,并且编写出版了不少面向高职教育的教材。然而,现有的高职高专数学教材多脱胎于普通高等院校的《高等数学》,教材篇幅较长,需要学时较多。但是,高职高专教育与普通高等教育(本科)的培养目标和学制不同,教学计划中不可能给数学课程安排过多的学时。目前,全国的高职院校各专业的数学课程多为 48 至 72 学时。本教材力求从高职教育的需要出发,精心组织内容。经实际使用,取得了预期的效果。

作为经典知识的数学,有严格的体系和严密的论证方法。但是,作者认为,作为高职院校的数学教材,不应过于强调它的体系和理论,而要突出运用数学知识解决工程实际问题能力的培养,不同类别的专业应选择恰当的讲授内容。因此,如何根据“以应用为目的,以必需、够用为度”的原则,把握好知识结构、难易程度,联系实际,编写出理想的数学教材不是一件容易的事情,需要数学教师和各专业的专业教师(而不仅仅是数学教师)共同努力,经过长期探索才能实现,作者愿意加入这个探索行列。作者对工科(尤其是机械、电子类)各专业的培养目标和就业岗位群比较了解,对各专业基础课需要哪些数学知识和高职院校学生(许多来自职业中学)的数学基础比较熟悉,能够较准确地把握教材尺度,在编写本教材之前做了大量的调查研究。

本教材的编写原则是,以培养学生运用数学知识解决实际问题的能力为目的,选取必需的内容,并保证知识的完整性。因此,本教材不是《高等数学》的浓缩,它包括了微积分基础知识、向量代数基础、线性代数基础,还选编了初等数学的主要内容。在本教材中,极限、导数、不定积分和定积分等微积分的重要概念得到了加强;建立函数关系的实例较多;微积分在力学、机械、电工电子学等学科中的应用实例比较丰富;曲率等工程问题所需的知识予以保留。同时,本教材大大压缩极限、导数、不定积分等方面纯数学的内容;弱化定理的证明和公式的推导,不含空间解析几何、多元函数微积分、无穷级数。本教材说理浅显,整体性强。在 30 万字的篇幅中,不可能讲述更多的知识。作者认为,与其“广种薄收”,不如毕其功于一役,以期达到学以致用效果。对于不同专业特殊需要的其他数学知识,如无穷级数、拉氏变换、概率统计等,可编写补充教材来解决。

作为教材,不能仅针对个别专业的要求,应该满足较多相近专业的共同需要。因此,本教材在内容的选取中考虑到了工科不同专业的需要,编写的工程实际例题与习题也覆盖了较多的专业。这样,不同的专业可以选取不同的内容(更多的是选取不同的例题和习题)进行教学,同时,也满足各专业的学生拓宽知识面的要求。书中以*号标出的是选学内容,由教师根据各专业的需要选择。作者使用本教材对不同专业按48学时和72学时都顺利地完成了教学任务。对于48学时教学,在保证专业需要的前提下,采取了3项措施:

1. 删除了线性代数基础和其他章节中的少量内容;
2. 省略一些定理的证明和公式的推导;
3. 适当少量地选取例题和习题。

本教材注意吸取同类书籍各自的优点。

为了便于读者理解和注意,本教材使用了一些特殊的表达方式。

1. 重要数学名词都在第一次出现时以黑体字标出,如:区间。
2. 重要概念用楷体字表述,例如,对于任何函数 $f(x)$,导数等于0意味着它的函数图像上的对应点的切线是一条水平线。

3. 重要的问题以【说明】的方式给出。

编者建议应该这样使用本教材:

1. 不同的专业可以选择不同的内容、不同的例题和习题。
2. 不同的对象采取不同的讲授方法,定理的证明和公式的推导可以省略,但概念的说明不能少。

本书由周忠荣(第2、3、5、6、8章和全书的习题)、黎银华(第1、4章)和邱代聪(第7、9章)编写,周忠荣任主编。周忠荣为全书拟订了详细的编写提纲,并负责统一修改定稿。本教材的编写工作得到顺德职业技术学院领导和有关部门的大力支持。李玉春、瞿彩萍、冷碧晶、张国强、徐光迎、康永强、廖翠玲、陈金彪、梁佩仪等老师对书稿的编写工作在各方面给予了热情帮助,作者对他们表示感谢。

本教材由清华大学数学科学系刘坤林教授主审。刘坤林教授对本教材的编写提出了许多宝贵意见。在此表示衷心感谢。

作者在主观上期望本教材以新的面貌出现在广大教师和学生面前,能对数学课程的改革做点贡献。本教材虽经多次修改,但因作者编写时间紧迫以及水平有限,书中疏漏、差错难免,恳请读者批评指正,作者将衷心感谢,并在再版时采纳致谢。希望本教材在广大教师和学生的建议和帮助下得到不断的改进和完善。本书的电子教案可在网站 www.sdpt.com.cn 的教学管理\教材信息中查看或下载。作者的E-mail地址是: zzr@tsinghua.org.cn。

周忠荣

2005年1月

目 录

应用数学

第 1 章 函数与极限	1
1.1 函数	1
1.1.1 常量、变量与数集	1
1.1.2 函数概念	3
1.1.3 函数的几种特性	6
1.1.4 反函数	8
1.2 初等函数	9
1.2.1 常值函数	10
1.2.2 幂函数	10
1.2.3 指数函数与对数函数	11
1.2.4 三角函数	13
1.2.5 反三角函数	14
1.2.6 复合函数与初等函数	15
1.3 建立函数关系实例	17
1.4 极限	20
1.4.1 数列的极限	20
1.4.2 函数的极限	22
1.4.3 函数的连续性	25
1.4.4 两个重要极限	29
1.4.5 无穷小量与无穷大量	34
1.5 本章小结	37
习题	38
第 2 章 导数与微分	41
2.1 导数的概念	41

2.1.1	实例	41
2.1.2	导数的定义	43
2.1.3	导数的几何意义	45
2.1.4	可导与连续的关系	47
2.2	求导方法	48
2.2.1	按定义求导数	48
2.2.2	导数的四则运算法则	50
2.2.3	复合函数的求导法则	51
2.2.4	隐函数求导法	52
2.2.5	基本初等函数的导数公式	54
2.2.6	参数方程确定的函数的导数	54
2.2.7	求导例题	57
2.3	高阶导数	59
2.4	微分及其应用	60
2.4.1	微分的定义	60
2.4.2	微分的几何意义	63
2.4.3	基本初等函数的微分公式与微分运算法则	63
2.4.4	微分在近似计算中的应用	64
2.4.5	利用微分估计误差	66
2.5	本章小结	67
习题		68
第3章	导数的应用	70
3.1	函数的单调性与极值	70
3.1.1	中值定理	70
3.1.2	函数的单调性	71
3.1.3	函数的极值	72
3.2	函数的最值	75
3.3	曲线的凹凸性与拐点	79
3.4	曲率	80
3.4.1	弧长的微分	81
3.4.2	曲率及其计算公式	81
3.4.3	曲率圆与曲率半径	83
3.5	本章小结	85
习题		86

第 4 章 不定积分与定积分	88
4.1 不定积分的概念与性质	88
4.1.1 原函数与不定积分的概念	88
4.1.2 不定积分的几何意义	90
4.1.3 基本积分公式	91
4.1.4 不定积分的线性运算法则	92
4.2 变量代换法	93
4.2.1 第一类变量代换法	93
4.2.2 第二类变量代换法	96
4.3 分部积分法	97
4.4 定积分的概念	100
4.4.1 实例	100
4.4.2 定积分的定义	101
4.4.3 定积分的几何意义	103
4.5 定积分的性质	103
4.6 微积分基本公式	104
4.7 定积分的变量代换法	108
4.8 定积分的分部积分法	110
* 4.9 广义积分	111
* 4.9.1 无穷区间的广义积分	111
* 4.9.2 无界函数的广义积分	113
4.10 本章小结	114
习题	115
第 5 章 定积分的应用	117
5.1 定积分的微元法	117
5.2 定积分的几何应用	118
5.2.1 平面图形的面积	118
5.2.2 体积	123
* 5.2.3 平面曲线的弧长	126
5.3 定积分的物理应用	127
5.3.1 直线运动中变力做的功	127
5.3.2 分布载荷的力矩	128

5.3.3 转动惯量	129
5.3.4 平面图形的形心和惯性矩	131
5.3.5 平均值	134
5.4 本章小结	136
习题	136
第6章 常微分方程及其应用	138
6.1 微分方程的基本概念	138
6.1.1 实例	138
6.1.2 微分方程的概念	139
6.2 一阶微分方程	140
6.2.1 可分离变量的一阶微分方程	140
6.2.2 一阶线性微分方程	142
6.2.3 可降阶的高阶微分方程	144
6.2.4 一阶微分方程的应用	146
6.3 二阶线性微分方程	148
6.3.1 二阶线性微分方程解的结构	148
6.3.2 二阶常系数线性齐次微分方程	150
6.3.3 二阶常系数线性非齐次微分方程	152
6.3.4 二阶常系数线性微分方程的应用	157
6.4 本章小结	161
习题	162
第7章 向量代数初步	163
7.1 直角坐标系	163
7.1.1 平面直角坐标系	163
7.1.2 空间点的直角坐标	164
7.1.3 空间两点间的距离	165
7.2 向量的加法与数乘	166
7.2.1 向量的概念	166
7.2.2 向量的加法	166
7.2.3 向量的数乘	167
7.3 向量的坐标	168
7.3.1 向量在轴上的投影	168

7.3.2 向量的坐标表示	169
7.3.3 向量的模与方向余弦的坐标表示	170
7.4 向量的数量积与向量积	173
7.4.1 向量的数量积	173
7.4.2 向量的向量积	175
7.5 本章小结	177
习题	178
第8章 线性代数初步	179
8.1 行列式	179
8.1.1 行列式的概念	179
8.1.2 行列式的性质与计算	184
8.1.3 克拉默法则	189
8.2 矩阵	192
8.2.1 矩阵的概念	192
8.2.2 矩阵的运算及其性质	193
8.2.3 逆矩阵	200
8.2.4 矩阵的初等行变换	203
8.2.5 矩阵的秩	205
8.3 线性方程组	207
8.3.1 高斯消去法	207
8.3.2 线性方程组的基本定理	209
8.4 本章小结	212
习题	212
第9章 预备知识	215
9.1 代数式	215
9.1.1 整式的乘法	215
9.1.2 因式分解	216
9.1.3 分式	217
9.1.4 根式	217
9.2 代数方程	218
9.2.1 二元一次方程组	218
9.2.2 一元二次方程	219

* 9.2.3	一元高次方程	221
* 9.2.4	简单超越方程	221
9.3	不等式	222
9.3.1	不等式的概念和性质	222
9.3.2	解不等式	223
9.4	常见几何图形	227
9.4.1	三角形	227
9.4.2	四边形	228
9.4.3	圆与扇形	229
9.4.4	长方体	229
9.4.5	圆柱体	230
9.4.6	圆锥体	230
9.4.7	球	230
9.5	三角函数	231
9.5.1	三角函数定义	231
9.5.2	两角和与差的三角函数	233
9.6	直角坐标系中的直线、圆和椭圆	234
9.6.1	直线	234
9.6.2	圆和椭圆	236
9.7	极坐标系简介	237
9.7.1	极坐标系	237
* 9.7.2	极坐标系中的特殊曲线	238
9.8	排列、组合和二项式定理	240
9.8.1	排列和组合	240
9.8.2	二项式定理	242
9.9	本章小结	242
习题		242
附录	习题答案	245
参考文献		252

函数与极限

本章主要介绍以下内容：

- (1) 常量与变量,数集及其表示方法,区间、邻域及其表示方法。
- (2) 函数、反函数、复合函数、函数的定义域和值域等概念;函数的几个特性。
- (3) 6 类基本初等函数以及多项式函数和线性函数的定义域、值域、图像特征以及有界性、奇偶性、周期性、单调性。
- (4) 利用几何、物理、力学、机械、电工学知识,就具体问题建立函数关系。
- (5) 数列的极限和函数的极限的概念,极限的四则运算法则。自变量趋向有限值时函数极限的存在条件。
- (6) 函数连续的概念,间断点的分类,连续函数的性质。
- (7) 两个重要极限。
- (8) 无穷小量和无穷大量的概念。

1.1 函数

1.1.1 常量、变量与数集

1. 常量与变量

现实世界的许多事情,包括自然现象或工程问题,常常会遇到各种不同的量。在考察的过程中或研究的范围内,其中有些量保持一定的数值,这种量称为**常量**;有些量是变化的,这种量称为**变量**。通常用字母 a, b, c 等表示常量,用字母 x, y, z, t, θ 等表示变量。

圆周率 π 和自然对数的底数 e 是数学中最著名的两个常量,其中 e 将在 1.4.4 节介绍。它们都是无理数,其精确到小数点后 20 位的近似值分别是

$$\pi = 3.141\ 592\ 653\ 589\ 739\ 238\ 46\cdots$$

$$e = 2.718\ 281\ 828\ 459\ 045\ 235\ 36\cdots$$

常量和变量不是绝对的。在实际问题中,研究的范围不同,一个物理量可能是常量,也可能是变量。例如,在高度变化不大的小范围内,重力加速度 g 可以作为常量,但在高度相差很大的范围内,它就应该是变量。

2. 数集

任何一个变量,都有其允许的变化范围。为了方便研究问题,需要介绍数集以及作为实数集子集的区间和邻域的概念。

数学中,某些指定的数集在一起就成为一个数集。显然,数集是关于数的集合。常用的数集及其符号是,自然数集 $\mathbf{N}$ 、整数集 $\mathbf{Z}$ 、有理数集 $\mathbf{Q}$ 和实数集 $\mathbf{R}$ 。其中,涉及最多的是实数集 $\mathbf{R}$ 。

表示集合最常用的方法是描述法,数集 A 表示为

$$A = \{x | p(x)\}$$

其中 x 表示 A 的元素, $p(x)$ 代表 x 满足的条件。例如,

$$A = \{x | x = t^2 + 1, t \in \mathbf{R}\}$$

表示任何实数的平方再加 1 可能得到的所有实数构成的数集。一般情况下,数集的上述表示方法中,说明属于实数集 $\mathbf{R}$ 部分可以省略,即

$$A = \{x | x = t^2 + 1\}$$

区间是 $\mathbf{R}$ 的一个连续子集。如果变量的变化是连续的,通常用区间表示其变化范围。区间分为有限区间和无穷区间两大类,这两类区间又有多种类型。区间通常可以用括号、集合(不等式)和数轴上的线段 3 种方式表示。设 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a < b$, 则各种类型的区间用括号或集合的方式表示如下。

• 有限区间

开区间: $(a, b) = \{x | a < x < b\}$

闭区间: $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$

左开右闭区间: $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$

左闭右开区间: $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$

• 无穷区间

$(-\infty, +\infty) = \mathbf{R}$ $[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}$ $(a, +\infty) = \{x | x > a\}$

$(-\infty, b] = \{x | x \leq b\}$ $(-\infty, b) = \{x | x < b\}$

其中的 a 和 b 称为区间的端点。

【说明】 在无穷区间中 $-\infty$ 和 $+\infty$ 都不是数, 不能当作数参与运算。它们的实际含义将在 1.4.5 节介绍, 现在仅把它们当作符号, 而且在它们的两侧只能用圆括号, 不能用方括号。 $-\infty$ 和 $+\infty$ 分别读作“负无穷大”和“正无穷大”。有时, $-\infty$ 和 $+\infty$ 统一记为 ∞ 。

区间可以用实数轴上的线段表示。如果区间包含端点, 则该端点画实心圆点; 如果区间不包含端点, 则该端点画空心圆点。例如, 区间 $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ 和 $(a, b) = \{x | a < x < b\}$

分别用图 1-1 中的(a)、(b)表示。

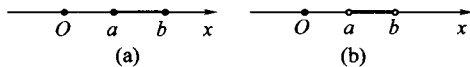


图 1-1

以后在不需要特别区分的场合,本教材将各种区间简单地称为“区间”,并用字母 D 表示。

设 x_0 与 δ 是两个实数,且 $\delta > 0$,数集 $\{x \mid |x - x_0| < \delta\}$ 称为点 x_0 的 δ 邻域,记作 $N(x_0, \delta)$; 点 x_0 和数 δ 分别称为这个邻域的中心和半径。数集 $\{x \mid 0 < |x - x_0| < \delta\}$ 称为点 x_0 的空心 δ 邻域,记作 $N(\hat{x}_0, \delta)$ 。 δ 邻域和空心 δ 邻域在数轴上的表示见图 1-2。

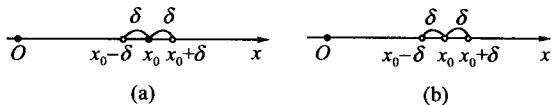


图 1-2

1.1.2 函数概念

在一个工程问题或其他实际问题中,往往同时存在着几个变量。一般情况下它们之间是有一定相依关系的,即一个变量的变化受其他变量变化的影响。先看 3 个实例。

实例 1-1 圆面积 A 与它的半径 r 之间的相依关系。

根据几何学知识,圆面积 A 与它的半径 r 之间的关系是

$$A = \pi r^2$$

当半径 r 在区间 $(0, +\infty)$ 内任意取定一个数值时,由上式就可以确定圆的面积 A 。

实例 1-2 自由落体运动中物体下落的距离 s 和下落时间 t 之间的相依关系。

根据物理学知识,自由落体运动中物体下落的距离 s 和下落时间 t 之间满足关系

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

其中 g 是重力加速度。假定物体着地的时刻为 T ,那么当时间 t 在区间 $[0, T]$ 内任意取定一个数值时,由上式就可以确定物体下落的距离 s 。

实例 1-3 某地一昼夜时间内温度 T 与时间 t 之间的相依关系。

图 1-3 是某地气象站自动记录仪记录的该地某日一昼夜时间内温度 $T(^{\circ}\text{C})$ 随时间 $t(\text{h})$ 变化的曲线。

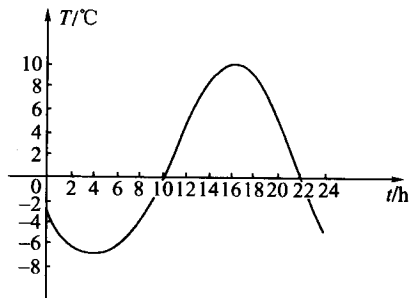


图 1-3