

林 艺 编

数学小百科

机械工业出版社

数学小百科

林 艺 编

机械工业出版社

本书以浅显的文字介绍数学的全貌。全书 25 万字,编选了 199 个数学词目;4 个新兴分支学科词目;部分数学史、数学竞赛、数学奖、数学组织等词目共 214 个。书后附有中外数学家名录,并有词目、词汇索引。词目内介绍了各数学分支领域的产生背景、发展情况和基本知识,对于具有高中以上文化的读者,数学和非数学专业的大学生都是一本颇为有益的读本。

图书在版编目(CIP)数据

数学小百科/林艺编. - 北京:机械工业出版社,1999.5
ISBN 7-111-07163-8

I. 数… II. 林… III. 数学-百科全书 IV. 01-61

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 09692 号

出版人:马九荣(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
责任编辑:郑 铤 版式设计:张世琴 责任校对:孙志筠
封面设计:姚 毅 责任印制:何全君
北京第二外国语学院印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
1999 年 5 月第 1 版第 1 次印刷
787mm×1092mm 1/32·11 印张·234 千字
0 001-3 000 册
定价:19.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换
本社购书热线电话(010)68993821、68326677-2527

序 言

《数学小百科》一书约计 25 万字。全书概述了数学的各个分支领域的基本知识,文字通俗、条理简明、资料丰富。例如,除了数学问题以外,还包括了关于数学各种学会组织以及数学奖的颁发活动等等,内容记载到了最近九十年代的发展状况。这本书对于具有高中文化程度以上的读者来说,在增添数学知识方面是一本颇为有益的好书;对于广大理科大学生而言,更是一本很好的课外读物和参考书。

当然,本书对于数学的一些学术条款的叙述,有时分得很细,而某些分支内容却有时显得较粗,希望在今后再版时能予以进一步地充实、完善。

邵品琮

1997 年 8 月 7 日于青岛大学

编者的话

数学是以研究数量关系和空间形式的自身结构和相互关系为主要内容的一门学科,从古至今不断地得到发展和完善。至19世纪末,数学已在各个分支下面又产生了更专门化的分支,而彼此隔绝的分支却又发生了意外的联系。进入本世纪以后,由于出现了各种崭新的技术,特别是计算机的出现及广泛应用,使数学又面临一个新的时代,从而得到了惊人的发展。由于数学涉及领域十分广泛,发展非常迅速,作为个人要通盘掌握已是不可能,即使借助于《数学百科》之类的书籍,由于其部头的硕大和理论的深奥,也难以有一个总体的了解。因此,笔者产生一个想法:能否有一本既全面又浅显的“小书”,使人们能够以较浅的文化基础,花较少的时间和气力,就可以领略一下数学的全貌呢?这对于数学专业和非数学专业的人来说,都将是一件十分有益的事情。

鉴于这种想法,笔者编纂了这本《数学小百科》,将数学各分支分门别类地用较为精练的语言进行了叙述,着重阐述其产生的背景、发展的经历及主要内容,而不进行详细、严密的推证,使每个词目的内容都浓缩到500~1500字左右。这样,可以适应各种读者的需要,使他们能在较短的时间里了解整个数学科学的概况,了解其基本思想和基本方法。

本书共编选199个数学词目,分16个分支进行阐述;书中还介绍了4个新兴的分支学科,它们都是与其他学科有着密切联系的数学理论和数学方法;还介绍了部分数学史、数学

竞赛、数学奖、数学组织等方面的内容。全书共 214 个词目。书后附录的内容为中、外数学家及词目、词汇索引。

在本书的编写过程中,得到了许多专家学者的帮助,特别是邵品琮、周广福、刘蕴秋、李一川等教授给予了具体的指导,邵品琮教授还在百忙之中为本书作序,在此,谨向他们致以真诚的谢意。

鉴于笔者的水平和资料的限制,书中难免存在不妥之处,挚诚欢迎读者给予批评指正。

编 者

1999 年 3 月

目 录

序言

编者的话

01001	数学基础	1
01002	公理	2
01003	悖论	2
02004	数理逻辑	4
02005	模型论	7
02006	公理集合论	8
02007	递归论	10
02008	证明论	12
03009	集合论	13
03010	集合	14
03011	映射	16
03012	序数	18
03013	基数	19
03014	数系	20
03015	自然数	20
03016	整数	21
03017	有理数	22

03018	实数	23
03019	复数	24
03020	组合数学	27
04021	图论	30
04022	图	32
04023	树	34
04024	有向图	35
04025	中国邮递员问题	36
04026	旅行推销员问题	37
04027	四色问题	39
05028	算术	40
06029	代数学	43
06030	多项式	44
06031	代数方程	45
06032	线性代数	47
06033	矩阵	48
06034	行列式	51
06035	线性方程组	54
06036	线性空间	55
06037	欧几里得空间	57
06038	线性变换	58
06039	线性型	58
06040	二次型	59
06041	多重线性代数	60

06042	群	62
06043	有限群	64
06044	无限群	64
06045	交换群	65
06046	典型群	65
06047	线性代数群	67
06048	拓扑群	67
06049	李群	68
06050	半群	68
06051	环	69
06052	李代数	70
06053	模	71
06054	格	71
06055	域	72
06056	伽罗瓦理论	73
06057	代数基本定理	74
06058	泛代数	75
06059	范畴	76
06060	同调代数	77
06061	布尔代数	78
07062	数论	79
07063	初等数论	81
07064	整除	82
07065	同余	84
07066	抽屉原理	85
07067	不定方程	85

07068	费马大定理	88
07069	解析数论	90
07070	筛法	91
07071	素数分布	92
07072	堆垒数论	94
07073	欧拉常数	95
07074	数的几何	95
07075	丢番图逼近	96
07076	一致分布	96
07077	超越数论	97
07078	概率数论	98
07079	模形式论	99
07080	代数数论	100
08081	代数几何	101
09082	几何学	102
09083	欧几里得几何学	104
09084	希尔伯特公理体系	105
09085	欧几里得空间	108
09086	正多面体	109
09087	几何作图问题	110
09088	圆周率	111
09089	解析几何学	114
09090	直线	115
09091	平面	115
09092	二次曲线	116

09093	二次曲面	119
09094	初等几何变换	122
09095	三角学	124
09096	综合几何学	128
09097	仿射几何学	128
09098	射影几何学	130
09099	埃尔朗根纲领	133
09100	非欧几里得几何学	134
09101	微分几何学	136
09102	微分流形	138
09103	张量	139
09104	黎曼几何学	140
10105	拓扑学	141
10106	一般拓扑学	144
10107	代数拓扑学	145
10108	不动点理论	146
10109	庞加莱猜想	146
10110	微分拓扑学	146
10111	纽结理论	147
10112	可微映射的奇点理论	149
10113	突变理论	150
11114	分析学	150
11115	微积分学	153
11116	函数	154
11117	初等函数	155

11118	极限	156
11119	函数的连续性	158
11120	级数	159
11121	微分学	161
11122	积分学	163
11123	多元函数微积分学	166
11124	多元微分学	166
11125	多元积分学	168
11126	复变函数论	171
11127	复变函数	172
11128	解析函数	172
11129	柯西积分定理	173
11130	解析函数项级数	175
11131	留数	176
11132	共形映射	177
11133	整函数	178
11134	黎曼曲面	178
11135	单叶函数	180
11136	积分变换	181
11137	拉普拉斯变换	181
11138	广义解析函数	182
11139	多复变函数论	182
11140	实变函数论	185
11141	勒贝格积分	186
11142	有界变差函数	188
11143	黎曼-斯蒂尔杰斯积分	189
11144	泛函分析	190

11145	泛函数	191
11146	谱论	191
11147	线性算子	192
11148	广义函数	193
11149	变分法	193
11150	大范围变分法	195
11151	函数逼近论	195
11152	傅里叶分析	196
11153	三角级数与傅里叶级数	197
11154	傅里叶积分与傅里叶变换	198
11155	凸分析	200
11156	非标准分析	200
12157	微分方程	202
12158	常微分方程	203
12159	抽象空间微分方程	205
12160	泛函微分方程	205
12161	动力系统	206
12162	偏微分方程	207
12163	数学物理方程	208
12164	发展方程	209
12165	积分方程	210
12166	混沌	211
13167	计算数学	213
13168	数值逼近	215
13169	插值	216

13170	曲线拟合	218
13171	计算几何	219
13172	最优化	220
13173	线性规划	220
13174	迭代法	222
13175	算图	223
13176	数值软件	225
14177	概率论	225
14178	概率	228
14179	随机变量	230
14180	概率分布	231
14181	数学期望	233
14182	随机过程	234
15183	数理统计学	235
15184	总体	236
15185	样本	237
15186	实验设计法	238
15187	抽样调查	239
15188	统计推断	240
15189	假设检验	241
15190	数据分析	242
16191	运筹学	243
16192	数学规划	245
16193	搜索论	246

16194	排队论	248
16195	库存论	249
16196	决策分析	249
16197	计算机模拟	250
16198	统筹学	252
16199	优选学	253
17200	数学物理	255
18201	控制理论	255
19202	理论计算机科学	256
20203	模糊性数学	257
21204	中国数学史	259
22205	外国古代数学	267
23206	国际数学奥林匹克	273
24207	中国数学竞赛	274
25208	费尔兹奖	275
26209	沃尔夫奖	278
27210	国际数学联合会	281
28211	国际数学教育委员会	281
29212	国际数学家大会	282
30213	中国数学研究机构	283
31214	中国数学会	284

附录 I	中国数学家	287
附录 II	外国数学家	298
索引	314

01001 数学基础

数学基础是从事数学奠基的数学研究。

数学基础学家要根据他们的数学观,以及他们对数学方法、数学概念、数学命题、数学理论的看法来进行奠基数学基础的科学研究。数学基础学家要根据他们对数学真理的性质的看法,根据他们的数学哲学来作研究。19世纪末引入的“集合”概念,虽然不久即引起了众所周知的悖论,但却逐渐地被认为是最基本和最有用的数学概念之一。例如,皮亚诺公理系统是作为自然数的基本性质的综合而提出的,与其相对,戴德金在自然数理论中从集合与对应出发而把自然数的体系构造出来了。戴德金无理数理论,则把实数作为有理数的特殊集合(分割)来定义。因此,使用集合概念,使数学上的概念的建立变得完善且统一起来了。但是,集合论中某些最常使用的论证方法,也是数学中最有用的且几乎属于形式逻辑本身的基本框架,它们与导致悖论的那些论证方法十分相似,而悖论几乎可以在形式逻辑范围内出现,因此,促使人们对数学中的概念构成法以及数学论证方法进行数学的思考。于是,在20世纪初期,产生了数学基础这个新的数学领域。数学基础在产生初期,便围绕“数学究竟是什么”这个问题进行论战,分成三个不同的学派: B. 罗素的逻辑主义; D. 希尔伯特的形式主义; L. E. J. 布劳威尔的直觉主义。

逻辑主义。逻辑主义认为数学就是逻辑,奠定数学基础的工作就是把数学从一个逻辑系统中推导出来。也就是说,按照逻辑主义的主张,数学概念都可以借逻辑概念由定义给出;数学定理都可以由逻辑公理用逻辑规则推出。这样,他们认为全部数学就可以由逻辑推导出来。