



新世纪高职高专教改项目成果教材

数学实验

李亚杰 黄根隆 主编
王建荣 刘 静 副主编

高等教育出版社



新世纪高职高专教改项目成果教材

数 学 实 验

主 编 李亚杰 黄根隆

副主编 王建荣 刘 静

高等教育出版社

内容简介

本教材是新世纪高职高专教改项目成果教材,是为适应高职高专教育开设的数学实验课的需要而编写的。实验内容与高职高专数学课所开设的微积分、线性代数、概率与数理统计同步。实验平台采用 Mathematica 软件。本教材共分 Mathematica 入门、计算实验、综合实验三部分,每个实验又分实验目的、实验准备、实验问题、实验任务等部分。Mathematica 入门中介绍了这个数学软件的一些使用功能和常用方法;在计算实验中安排了与现行高职高专数学教材同步的实验任务,并增加了数值计算,用于培养学生进行数据处理的能力;在综合实验中选择了一些实际问题,目的在于让学生提高实际应用能力。在每一个实验最后都安排了实验任务,以供学生进行课后实验。通过本教材的学习使学生深入理解数学基本知识,掌握计算方法,提高实际应用能力。

图书在版编目(CIP)数据

数学实验/李亚杰,黄根隆主编. —北京:高等教育出版社, 2004.5

ISBN 7-04-014710-6

I. 数… II. ①李…②黄… III. 高等数学-实验-高等学校:技术学校-教材 IV. 013-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 015093 号

策划编辑 蒋 青 责任编辑 薛春玲 封面设计 杨立新 责任绘图 黄建英
版式设计 金 伟 责任校对 朱惠芳 责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-82028899

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 北京人卫印刷厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 11.5
字 数 270 000

版 次 2004 年 5 月第 1 版
印 次 2004 年 5 月第 1 次印刷
定 价 13.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

出版说明

为认真贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》和《面向 21 世纪教育振兴行动计划》，研究高职高专教育跨世纪发展战略和改革措施，整体推进高职高专教学改革，教育部决定组织实施《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》（教高[2000]3 号，以下简称《计划》）。《计划》的目标是：“经过五年的努力，初步形成适应社会主义现代化建设需要的具有中国特色的高职高专教育人才培养模式和教学内容体系。”《计划》的研究项目涉及高职高专教育的地位、作用、性质、培养目标、培养模式、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面，重点是人才培养模式的改革和教学内容体系的改革，先导是教育思想的改革和教育观念的转变。与此同时，为了贯彻落实《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》（教高[2000]2 号）的精神，教育部高等教育司决定从 2000 年起，在全国各省市的高等职业学校、高等专科学校、成人高等学校以及本科院校的职业技术学院（以下简称高职高专院校）中广泛开展专业教学改革试点工作，目标是：在全国高职高专院校中，遴选若干专业点，进行以提高人才培养质量为目的、人才培养模式改革与创新为主题的专业教学改革试点，经过几年的努力，力争在全国建成一批特色鲜明、在国内同类教育中具有带头作用的示范专业，推动高职高专教育的改革与发展。

教育部《计划》和专业试点等新世纪高职高专教改项目工作开展以来，各有关高职高专院校投入了大量的人力、物力和财力，在高职高专教育人才培养目标、人才培养模式以及专业设置、课程改革等方面做了大量的研究、探索和实践，取得了不少成果。为使这些教改项目成果能够得以固化并更好地推广，从而总体上提高高职高专教育人才培养的质量，我们组织了有关高职高专院校进行了多次研讨，并从中遴选出了一些较为成熟的成果，组织编写了一些“新世纪高职高专教改项目成果”教材。这些教材结合教改项目成果，反映了最新的教学改革方向，很值得广大高职高专院校借鉴。

新世纪高职高专教改项目成果教材适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

2002 年 11 月 30 日

前 言

随着高职高专数学教学改革的不深入,数学课程的教学已由过去传统的理论教学发展到现在的弱化数学理论、注重实际应用的教学模式,《数学实验》正是为适应这一需要而产生的,它将计算机应用与数学教学有机地结合起来,通过计算机和数学软件进行计算、探索、求解,增强学生对数学的认识和兴趣,促进数学教学的良性循环。

《数学实验》是高职高专数学课程的重要组成部分,是与微积分、线性代数、概率与数理统计同步开设的重要教学内容,它将数学理论、数学建模与计算机应用三者融为一体。通过《数学实验》使学生深入理解数学的基本概念和基本理论,熟悉常用的数学软件 Mathematica,培养学生运用所学知识建立数学模型,使用计算机解决实际问题的能力。

本教材的内容分为三个部分:第一部分数学软件 Mathematica 入门,介绍该软件的功能和常用的使用方法。第二部分为计算实验,共安排了 11 个实验,实验内容与微积分、线性代数、概率与数理统计同步,每个实验分为实验目的、实验准备、实验问题、实验任务等。第三部分为综合实验,属于提高部分,共安排了 4 个实验,在这些实验中收录了现实生活中出现的实际问题,通过这些实际问题数学模型的建立与应用计算机求解的方法,提高学生的数学实践能力,教师可以有针对性地选择实验内容进行教学。

本教材给出了计算实验中实验任务的参考答案,由于综合实验的实验任务具有较强的开放性和灵活性,因此只对实验任务给予了适当的提示,学生可参考提示,建立数学模型、编制计算机程序、探索最佳的解决方案。

本教材是由几年来一直从事高职高专数学课程教学与教改的一线教师编写的。在编写的过程中,我们不断总结教学上出现的新问题、新发现,努力做到教材的通俗性和实用性,但由于水平有限,难免存在问题,希望广大读者和同行批评指正。

编 者

2003 年 12 月

目 录

绪 论	1
第一篇 Mathematica 入门	3
第二篇 计算实验	15
【实验一】 变量与函数	15
【实验二】 一元函数的图形	22
【实验三】 一元微积分	36
【实验四】 二元函数的图形	50
【实验五】 二元微积分	69
【实验六】 向量的运算	83
【实验七】 数值计算	87
【实验八】 微分方程	98
【实验九】 级数与拉普拉斯变换	104
【实验十】 线性代数中的有关运算	111
【实验十一】 概率与数理统计	121
第三篇 综合实验	135
【实验一】 生物的种群与传染病问题	135
【实验二】 简单的计算机模拟问题	144
【实验三】 资源的最优配置策略问题	153
【实验四】 盈亏转折和投入产出问题	158
部分参考程序及答案	165
参考书目	175

绪 论

一、什么是数学实验

传统数学的学习和研究,都是遵循着定义→定理→证明→推论这样一条公理体系.公理化体系的建立充分展示了数学的高度抽象性和严谨的逻辑性.但是数学的抽象来源于对具体数学现象的归纳和总结,学习数学不仅要学习它的理论体系,而且要学会数学的思考方法.数学实验正是采用归纳的方法和实验的手段来学习和理解高等数学的一门课程.

数学实验是一种全新的教学模式,是大学数学课程的重要组成部分,是与微积分、线性代数、概率论与数理统计等课程同步开设的重要教学课程,它将数学理论知识、数学建模、计算机应用三者融为一体.通过数学实验可以使学生深入理解数学的基本概念和基本理论,熟悉常用的数学软件,培养学生运用所学知识建立数学模型,使用计算机解决实际问题的能力.

根据上述目的,我们将数学实验课程分为以下几个方面:

计算实验:借助计算机软件完成高等数学中的公式演算、数值计算、图形绘制等工作,提高使用计算机处理数学问题的能力,为后续实验打好基础.

建模实验:对各种实际问题中数学现象进行深入观察,根据高等数学有关理论的基本思想和典型方法建立数学模型.

应用实验:学会数学软件的编程思想,将所要研究的实际问题的数学模型转换为计算机进行运算的形式,由计算机进行作图、计算、模拟,得出某种新的结论和发现.

二、如何做数学实验

高等数学的实验目的是使学生运用所学的高等数学理论知识对实际问题进行研究、分析,完成一些必要的数据采集,然后通过数学软件的强大功能去绘图、运算、模拟,最后得出结论.一般有如下步骤:

1. 明确所研究的问题.
2. 设计一定的实验方式对所提问题进行观察和分析.如:建立实际问题的数学模型、计算并列出各种实验数据、画出函数曲线进行观察、比较、进行必要的公式计算和推导等.这些方面往往要借助计算机作为辅助工具.
3. 通过实验结果,发现和描述问题的规律性,并提出猜想和见解.
4. 通过所学的高等数学理论去分析证明,得到所获结论的论证.
5. 总结全过程,写出实验报告.

三、数学实验室

数学实验室是学生完成数学实验的场所,是一个能容纳一个教学班的计算机机房.它由 20 台以上学生用计算机和教师用计算机以及 NewClass 多点控制台、网络交换机、计算机投影仪等

硬件设备所组成. 以 Mathematica 这个功能强大的计算机数学系统作为高等数学实验的实验平台, 在实验室中教师机可以对学生机进行多点控制, 同时完成数值计算、绘制图形、计算机模拟等各项任务.

第一篇 Mathematica 入门

一、Mathematica

Mathematica 是集文本编辑、数值计算、逻辑分析、图形、声音和动画于一体的高度优化的专家系统. 它是目前比较流行的数学软件之一. Mathematica 最显著的特点是高精度的运算功能、强大的作图功能以及逻辑编程功能.

Mathematica 是美国 WolframResearch 公司开发的一套专门用于进行数学计算的软件. 从 1988 年问世至今, 已广泛运用到工程技术、应用数学、计算机科学、财经、生物、生命科学以及太空等领域, 数以万计的论文、科学报告、计算机绘图等都是 Mathematica 的杰作. 1995 年发表的 Mathematica3.0 版是数学软件史的一大创新, 而现在的 Mathematica4.1 版则达到了这类软件的顶峰. Mathematica 除了提供数值处理与绘图的功能外, 还具有符号计算以及处理多项式的各种运算、函数的微分、积分、解微分方程、统计、编程, 甚至可以制作电脑动画及音效等等.

Mathematica 的基本系统是使用 C 语言编写的, 因此能方便地移植到各种计算机系统上. 尽管 Mathematica 有各种各样的版本, 但它们有一个共同的内核, Mathematica 的各种运算都是由内核来完成的. 给内核配置不同的前端处理器, 就成为适用于各种环境的版本. 它的 DOS 版本的特点是运算速度快, 对系统的配置要求较低; 它在 Windows 环境下的特点是图文并茂, 操作方便. 这里介绍的是在 Windows 环境下的 Mathematica4.1 版本.

Mathematica4.1 对计算机的硬件要求如下:

- (1) 操作系统: Windows95 以上;
- (2) CPU: Inter586 级以上的中央处理器;
- (3) 硬盘空间: 除了要具备 120MB 的硬盘空间安装 Mathematica4.1 外, 还需具有 100MB 左右的剩余硬盘空间用于进行交换文件和复杂的运算;
- (4) 内存: 64MB 以上.

二、Mathematica 界面简介

双击 Mathematica 的图标即可运行 Mathematica 的主程序. 主程序会同时打开一个新的工作窗口和一个基本输入模板 (Basic Input palette). 每一个工作窗口代表一个文件, 文件名显示在工作窗口的标题栏上, 默认的文件名为 Untitled - 1. nb. 位于标题栏下的是菜单栏, 包括 (File、Edit、Cell、Format、Input、Kernel、Find、Window、Help 项). 用户可以同时打开多个工作区, 并且可以对每一个工作区使用不同的名字保存. Mathematica 将它们分别命名为 Untitled - 1; Untitled - 2; Untitled - 3;

1. 工作区窗口

工作区是显示一切输入、输出窗口. 无论直接输入各种算式或命令, 还是已经编好的程序, 所有的操作都在这个窗口运行. 工作区窗口也称作 Notebook.

2. 基本输入模板

基本输入模板由一系列按钮组成,用以输入特殊符号、运算符号、常用表达式等.用鼠标左键单击一个按钮,就可以将它所表示的符号输入到当前的工作区窗口中.当启动 Mathematica4.1 之后,基本输入模板会显示在屏幕的右边,如果没有,则选择 File 下拉菜单中的 palette - Basic Input 命令激活它.

3. 主菜单

Mathematica 的菜单项很多,以下只介绍一些最实用的菜单项.

(1) File(文件)

File 下拉菜单项中的 New、Open、Close 及 Save 命令用于新建、打开、关闭及保存用户的文件,这些选项与 Word 相同.另外有几个选项是 Mathematica 特有的,其中最有用的是:

- Palettes 用于打开各种模板;
- Generate Palette from Selection 用于生成用户自制的模板;
- Notebooks 记录最近使用过的文件;
- 模板.

单击 Palettes 项,会弹出 7 个英文选项,其中第三项 BasicInput(基本输入模板)就是启动时已经显示在屏幕上的模板.其余最有用的选项是第二项 BasicCalculations(基本计算模板).这个模板分类给出了各种基本计算的按钮.单击各项前面的小三角,会立即显示该项所包含的子项.再次单击各子项前面的小三角,则显示出子项中的各种按钮.若单击其中的某个按钮就可以把该运算命令(函数)输入到工作区窗口中,然后在各个小方块中键入数学表达式,就可以让 Mathematica 进行计算了.有了这两个模板,使得用户无须死记大量的命令和相关的参数,便于查询和输入.

(2) Cell(单元)

- 单元的样式

Mathematica4.1 的工作窗口由不同的单元(cell)组成.例如,输入表达式的单元称为输入单元(input cell),输出表达式的单元称为输出单元(output cell).每一个单元都有其特定的样式(style).输入单元默认的样式名称为 input,输出单元默认的样式名称为 output.

注:在新建一个单元时,默认为 input.

- 单元的打开与关闭

双击最外层单元的括号,即可关闭该单元,只显示最外层.同样只要双击已关闭单元的括号,即可打开该单元.

- 单元的删除

选中所要删除单元的括号,按 Delete 键即可删除所选单元的内容.

(3) Help(帮助)

Mathematica4.1 增加了 Help Browser 帮助系统.在 Help Browser 中不但汇集了 Mathematica4.1 的所有命令和使用方法,而且包含了其完整的使用手册及各种工具栏的使用方法.

单击 Help 菜单中的 Help 命令,即可激活 Help Browser 帮助系统.

Help Browser 共分六大帮助信息:

- Built-in Functions 查询 Mathematica4.1 的所有内部命令与函数的使用方法.

- Add-ons 查询 Mathematica4.1 所带的函数库(packages)命令与函数的用法.
- The Mathematica Book Mathematica 的完整手册.
- Getting Started/Demos 初学者使用说明与范例.
- Other Information 其他信息,如数学表达式的二维格式的输入方法等.
- Master Index 用索引的方法查询 Mathematica 的关键词.

选择搜索主题的类别之后,输入关键词,单击 Go To 按钮开始搜索主题,或者在最左边的选择列表中选择搜索主题的类别之后,再逐渐缩小查询范围.例如:要查询 Limit 命令的使用方法,可以直接在 Help Browser 中输入 Limit 再单击 Go To 按钮,或选择 Algebraic Computation - Calculus - Limit 找到有关 Limit 命令的说明.

(4) Exit(退出 Mathematica)

当结束工作时,可以选择 File 菜单中的 Exit 选项或单击关闭按钮. Mathematica 会询问是否保存对打开工作区内容的修改,选择 Yes,系统要求指定文件名,用户可以任意给定一个文件名并指定位置,确认后系统将该文件保存在用户所指定的位置,再次打开该文件可以继续上次的运算;选择 Don't Save 放弃保存;选择 Cancel 取消这次操作并返回 Mathematica.

三、自制模板

由于 BasicCalculations(基本计算模板)的内容太多,查找不方便,因此自制模板是一个非常重要的内容.自制模板的步骤如下:

1. 单击主菜单的 Input 项,弹出子菜单.选中子菜单中的 Create Table/Matrix/Palette(建立表、矩阵、模板)选项出现对话框.

2. 在对话框中,选中 Make: Palette,在键入行数和列数,则在窗口生成一个可编辑的原始模板.

3. 用鼠标左键单击原始模板中的第一个小方块,然后在打开的 BasicCalculations 模板中单击一个今后经常使用的按钮,就可以将它复制到原始模板中.如此循环往复直至全部输入完成.

4. 单击 File 菜单中的 Generate Palette from Selection 项,就可以建立一个自己的模板了.

5. 单击自制模板右上角的关闭按钮,Mathematica 将询问是否保存自制模板,若保存,则出现对话框,将对话框中显示的文件名“Untitled-1.nb”改成“自定义模板.nb”保存到存放 Mathematica 模板的目录 D:\Mathematica4.1\SystemFiles\FrontEnd\Palettes 下,再次启动时,这个模板的名字就会出现在 File 菜单的 Palette 选项中,可与 Mathematica 的模板一样使用.

四、Mathematica 的常用语法

1. Mathematica 的基本运算

Mathematica 的基本运算包括加(+)、减(-)、乘(*)、除(/)、乘方(^)等.我们可以按照一般数学表达式的手写格式输入这些基本运算,然后按下 Shift + Enter 组合键得到输出结果.

例如: In[1]: = 2 + 4

Out[1]: = 6

In[2]: = 3 ^ 2

Out[2]: = 9

说明: (1) Mathematica 自动将输入的指令用标题“ $\text{In}[n]:=$ ”标识, 输出结果用“ $\text{Out}[n]:=$ ”标识, 其中“ n ”表示已经输入的指令数。

(2) Shift + Enter 在 Mathematica 中是执行运算的命令。

2. 输入和计算数学表达式

(1) 键盘直接输入和运行

expr: 直接输入表达式。

例如: 在工作窗中输入 $2 \times (3 + 6) - 2^3$, 再按 Shift + Enter 组合键, 执行运算。这时, 工作窗会显示如下运算:

$\text{In}[1]:=2*(3+6)-2^3$

$\text{Out}[1]:=10$

$\text{N}[\text{expr}]$ 计算表达式的近似数值, Mathematica 默认的有效数字位数为 16 位, 但按标准输出只显示前 6 位有效数字, 若要全部显示, 则用 $\text{N}[\text{expr}]/\text{InputForm}$ 命令。

$\text{N}[\text{expr}, n]$ 计算表达式的具有任意指定数字位数的近似值 (指定的数字位数 n 应该大于 16), 结果在末位是四舍五入的。

$\text{NumberForm}[\text{expr}, n]$ 将表达式用 n 个有效数字表示。

例 1 求 e 的近似值, 有效数字分别为 6 位、8 位、16 位、32 位。

解 $\text{In}[1]:=\text{N}[e]$

$\text{Out}[1]:=2.71828$

$\text{In}[2]:=\text{NumberForm}[\text{N}[e], 8]$

$\text{Out}[2]:=2.7182818$

$\text{In}[3]:=\text{N}[e]/\text{InputForm}$

$\text{Out}[3]:=2.718281828459045$

$\text{In}[4]:=\text{N}[e, 32]$

$\text{Out}[4]:=2.7182818284590452353602874713527$

(2) 利用基本输入模板直接输入

我们可以利用基本输入模板所提供的一些特殊符号、运算符号、常用表达式来输入表达式。

3. 简单的调用方式

有时在后面的计算要调用到前面已经计算过的结果, 这时 Mathematica 提供了一种简单的调用方式:

命 令	意 义
%	读取前一个输出结果
%%	读取前第二个输出结果
%%...% (n 个 %)	读取前第 n 个输出结果
% n	读取第 n 个输出结果

例如: $\text{In}[1]:=3^4$

$\text{Out}[1]:=81$

$\text{In}[2]:= \% \times 5$

Out[2]: = 405

In[3]: = % 1 + % 2

Out[3]: = 486

4. 长表达式的输入

Mathematica 是允许一个表达式占用多个输入行的,但需要注意的是:必须在指令或语法告一段落而又不完整的地方使用 Enter 键进行换行.

5. 有关代数式的几个命令

(1) 多项式的展开与因式分解

命 令	意 义
Expand[多项式]	对多项式进行展开运算
Factor[多项式]	对多项式进行因式分解

例 2 将多项式 $(1+x+y)^5$ 展开.

解 In[1]: = Expand[(1 + x + y)^5]

Out[1]: = 1 + 5x + 10x² + 10x³ + 5x⁴ + x⁵ + 5y + 20xy +
30x²y + 20x³y + 5x⁴y + 10y² + 30xy² + 30x²y² +
10x³y² + 10y³ + 20xy³ + 10x²y³ + 5y⁴ + 5xy⁴ + y⁵

例 3 将多项式 $x^3 - 2x^2 + x - 2$ 分解因式.

解 In[1]: = Factor[x^3 - 2x^2 + x - 2]

Out[1]: = (- 2 + x)(1 + x²)

注: 如果一个代数式不能分解因式, Mathematica 将输出表达式.

例 4 将多项式 $x^5 - 6x + 3$ 分解因式.

解 In[1]: = Factor[x^5 - 6x + 3]

Out[1]: = 3 - 6x + x⁵

(2) 化简命令

命 令	意 义
Simplify[表达式]	将表达式化为最简形式

例 5 用 Simplify 命令化简多项式 $x^5 - x^3 - 4x^2 - 3x - 2$.

解 In[1]: = Simplify[x^5 - x^3 - 4x^2 - 3x - 2]

Out[1]: = (- 2 + x)(1 + x + x²)²

注: Factor 命令与 Simplify 命令对于多项式的运算结果看似相同,但实际上两个命令有着本质的不同. Simplify 命令是将表达式化为最简形式,即以最短、最简单的形式输出结果; Factor 命令是给出表达式因式分解以后的结果. 例如:

In[1]: = Factor[x⁵ - 1]

Out[1]: = (- 1 + x)(1 + x + x² + x³ + x⁴)

In[2]: = Simplify[x⁵ - 1]

Out[2]: = - 1 + x⁵

在 In[2] 中执行的 Simplify 命令认为多项式 $x^5 - 1$ 已经是最短、最简单的形式, 因此以原式输出结果.

(3) 合并同类项命令

命 令	意 义
Collect[表达式, x]	将表达式中的 x 的同次幂合并
Collect[表达式, {x, y, ...}]	将表达式中按 x, y, ... 的同次幂合并

例 6 将 $x^4 + (a+y)(x+y^3)x^2 + (y+3)x^2$ 分别按 x, y 与 y, x 的同次幂合并同类项.

解 In[1]: = Collect[x^4 + (a+y)(x+y^3)x^2 + (y+3)x^2, {x, y}]

Out[1]: = $x^4 + x^3(a+y) + x^2(3+y+ay^3+y^4)$

In[2]: = Collect[x^4 + (a+y)(x+y^3)x^2 + (y+3)x^2, {y, x}]

Out[2]: = $3x^2 + ax^3 + x^4 + (x^2 + x^3)y + ax^2y^3 + x^2y^4$

从上面运算的结果可以看出, 在进行两个以上变量的运算时, 其结果与变量的次序有关.

6. 解方程的命令

命 令	意 义
Solve[方程, 变量]	求方程的解
Solve[方程组, 变量(组)]	求方程组的解
NSolve[方程, 变量]	求方程的全部数值解
NSolve[方程组, 变量(组)]	求方程组的全部数值解
FindRoot[方程, {x, x ₀ }, {y, y ₀ }, ...]	从 $(x_0, y_0, \dots)$ 出发, 找方程(组)的一个解

注: (1) Mathematica 在解方程时, 有时不能求出方程的精确解, 但通常能求出方程的近似数值解.

(2) 输入方程时一定要用“==”代替“=”.

例 7 解下列方程(组).

(1) $15x^6 - 13x^5 - 73x^4 - 55x^3 - 86x^2 + 140x - 24 = 0;$

(2) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} = 0;$

(3) $\begin{cases} x+y=1, \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$

解 (1) In[1]: = Solve[15x^6 - 13x^5 - 73x^4 - 55x^3 - 86x^2 + 140x - 24 == 0, x]

Out[1]: = $\left\{ \left\{ x \rightarrow -2 \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{5} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{2}{3} \right\}, \left\{ x \rightarrow 3 \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{7}) \right\}, \right.$
 $\left. \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{7}) \right\} \right\}$

(2) In[2]: = Solve[$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} == 0$, x]

Out[2]: = {}

(3) `In[3]:=Solve[{x+y==1,x^2+y^2==1},{x,y}]`

`Out[3]:={{x→0,y→1},{x→1,y→0}}`

注: (1) 若方程(组)无解时,输出结果是一个大括号`{{}}`,如(2)题的输出结果.

(2) 解方程组的输入格式如(3)题所示.

例 8 求方程组 $\begin{cases} x^2 + y^3 = xy, \\ x + y + xy = 1 \end{cases}$ 的近似数值解.

解 `In[1]:=NSolve[{x^2+y^3==x*y,x+y+x*y==1},{x,y}]`

`Out[1]:={{x→-3.4875,y→-1.80402},`
`{x→-0.616781-1.25503i,y→-0.554901+1.45768i},`
`{x→-0.616781+1.25503i,y→-0.554901-1.45768i},`
`{x→0.360532-0.129025i,y→0.45691+0.138164i},`
`{x→0.360532+0.129025i,y→0.45691-0.138164i}}`

7. 函数库的应用

为减轻内存的负担,Mathematica 把不经常使用的命令或函数分类储存,形成多个外部函数库.在启动 Mathematica 时,这些函数库不会被自动加载,当需要某个函数库时必须手动加载,有关手动加载函数库的问题在下面的问题及以后的章节有详细的介绍.

8. 解不等式

Mathematica 没有解不等式的内部函数,但是它自带的外部函数有此功能,因此在解不等式时,首先要进行手动加载.

命 令	意 义
<code><<Algebra`InequalitySolve`</code>	加载函数库
<code>InequalitySolve[不等式(组),变量(组)]</code>	解不等式(组)

例 9 解下列不等式(组):

(1) $x^2 - 7x - 8 < 0$;

(2) $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0, \\ x^2 + 3x - 4 < 0. \end{cases}$

解 (1) `In[1]:= <<Algebra`InequalitySolve``

`In[2]:=InequalitySolve[x^2-7x-8<0,x]`

`Out[2]:=-1<x<8`

(2) `In[3]:=InequalitySolve[{x^2-2x-3>0,x^2+3x-4<0},x]`

`Out[3]:=-4<x<-1`

五、Mathematica 程序设计初步

Mathematica 将所有语句都看成是表达式,用户可以在 Mathematica 系统下设计自己的程序.下面介绍一些简单的编程命令.

1. 关系运算

关系运算由“>”、“<”、“!”和“==”等关系运算符组成.若关系式成立,输出结果为 True,

否则输出结果为 False. 关系运算常见于比较操作数大小的运算中, 因此其应用非常广泛. 下表列出了关系运算的基本语法结构:

命 令	意 义
==	等于
>	大于
<	小于
>=	大于或等于
<=	小于或等于
!	不等于

注: 当不能判断操作数之间的关系时, 输出结果为表达式. 例如

```
In[1]: = x^4 + 2x == y
Out[1]: = 2x + x^4 == y
```

2. 逻辑运算

逻辑运算常用于处理代数运算之间的逻辑关系. Mathematica 有以下几个逻辑运算符:

逻辑运算符	意 义
&&	“And”运算, 只有所有关系值都正确, 输出结果为 True
	“or”运算, 只要有一个关系正确, 输出结果为 True
Not[p]	“not”运算, 如果 p 正确, 输出结果为 False

举例如下:

```
In[1]: = 2 < 5 && 7 > 5
Out[1]: = True
两个关系都成立, 因此输出结果为 True.
In[2]: = 2 < 5 || 7 > 9
Out[2]: = True
两个关系中的一个成立, 因此输出结果为 True.
In[3]: = Not[7 > 6]
Out[3]: = False
```

注: 如果 Mathematica 无法判断逻辑运算是否成立, 则输出结果为原表达式.

3. 自增、自减、自乘、自除运算符

自增、自减、自乘、自除运算符经常用在编制计算机运算程序中, 下面介绍几个常用的运算符:

运 算 符	意 义
+ + i, (i = i + 1); - - i, (i = i - 1)	在使用 i 之前, 先使 i 的值加(减)1
i + +, (i = i + 1); i - -, (i = i - 1)	在使用 i 之后, 使 i 的值加(减)1
i + = d	等价于 i = i + d

续表

运 算 符	意 义
$i - = d$	等价于 $i = i - d$
$i * = c$	等价于 $i = i * c$
$i / = c$	等价于 $i = i / c$

4. 条件结构

在程序设计过程中,由特定的判别条件来确定程序流向时,需要使用条件结构.下面介绍两种常用的条件结构:

(1) If 命令

命 令	意 义
If[条件,表达式]	当条件成立时执行表达式,当条件不成立时返回 Null(没有结果显示)
If[条件,表达式 1,表达式 2]	当条件成立时执行表达式 1,当条件不成立时执行表达式 2
If[条件,表达式 1,表达式 2,表达 3]	当条件成立时执行表达式 1,当条件不成立时执行表达式 2,不能判断条件是否成立执行表达式 3

(2) Which 命令

命 令	意 义
Which[条件 1,表达式 1,条件 2,表达式 2,...]	当条件 1 成立时执行表达式 1,当条件 1 不成立但条件 2 成立时执行表达式 2,...

说明:被执行表达式的执行结果将作为 Which 结构的结果返回,可以赋值给其他变量.如果遇到有一个条件无法判定时,则将整个结构作为结果返回.

例如: $\text{In}[1] := \text{Which}[x > 1, 1, x < 0, -1]$

$\text{Out}[1] := \text{Which}[x > 1, 1, x < 0, -1]$

有关 If、Which 命令的用法,在以后的实验中具体介绍.

5. 循环结构

在编程时,当反复进行同一类操作时,需要使用循环结构.以下介绍三种循环方式:

命 令	意 义
Do[循环体, k, k_0, k_1, d]	重复执行循环体,循环变量 k 从 k_0 变化到 k_1 ,以 d 为步长
For[初始值,检测条件,步进表达式,循环体]	先计算初始值,进入循环,执行步进表达式后对循环体求值,然后对检测条件进行检验,若为 True 则继续,若不是则终止循环
While[检测条件,循环体]	对检测条件进行检验,若为 True 则继续循环,若不是则终止循环

说明:(1) 当循环次数确定时经常使用 Do、For 命令;当循环次数不确定时经常使用 While