



激光物理基础

王雨三 张中华 主编

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书讲述了激光与物质相互作用的半经典理论、全量子理论以及某些量子光学现象。具体内容有：激光理论概述、激光电磁场方程与密度矩阵、静止原子激光器与运动原子激光器振荡的半经典理论、环形激光器与塞曼激光器的半经典理论、瞬态相干光学效应、辐射场的量子化及其与原子的相互作用、激光器的量子理论、光学双稳态、光学孤立子、光学混沌。

本书可作为高等工科院校物理电子学专业研究生激光物理课程的教材，也可作为其他相关专业研究生的选修课教材。

图书在版编目 (CIP) 数据

激光物理基础/王雨三, 张中华主编. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社, 2004.2
ISBN 7-5603-1885-1
I. 激… II. ①王… ②张… III. 激光理论
IV. TN241

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 006906 号

出版发行	哈尔滨工业大学出版社
社 址	哈尔滨市南岗区教化街 21 号 邮编 150006
传 真	0451-86414749
印 刷	肇东粮食印刷厂
开 本	787×1 092 1/16 印张 21.25 字数 504 千字
版 次	2004 年 2 月第 1 版 2004 年 2 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 7-5603-1885-1/O·149
印 数	1~3 000
总 定 价	26.00 元

前 言

本书是编者在为研究生开设的“激光物理”课程讲稿的基础上经整理、补充完成的，主要讲述激光的半经典理论与全量子理论。

1960年7月，世界上第一台激光器问世。由于激光具有方向性好、单色性高与高亮度等优异特性，加之光的频带宽、保密性好、速度快，使激光大有用武之地。40多年来，激光技术的发展极其迅速，已经形成了光纤通信、光显示、光存储（光盘）等若干光电子产业。随着激光技术的不断发展，激光理论也在不断地扩充、完善与深化，并陆续形成新的学科分支，如非线性光学、激光光谱学、量子光学、导波光学、激光等离子体等，不胜枚举。值得注意的是，不论是激光物理学本身，还是各分支学科，所处理的都是光和物质的相互作用问题。而处理光和物质相互作用的基本理论有四种：经典理论、速率方程理论、半经典理论和全量子理论。

经典理论的出发点是，对辐射场与组成物质的原子体系都做经典式的描述，即将辐射场用经典的麦克斯韦方程描写，而将原子看做是经典的电偶极子，原子在电磁场的作用下产生极化。用经典理论可以讨论原子发射光谱线的自然线宽和线型，还可以讨论介质对光的吸收与色散。经典理论同时也是激光器光学谐振腔和激光传输问题的理论基础。

速率方程理论的基本思想是，将光场看做是一群光子体系，工作物质由一群数目确定的粒子（原子、分子或离子）组成，这些粒子分布在与激光作用有关的各能级中。在光场的作用下，粒子要产生受激吸收与受激发射。与激光有关的各工作能级上的粒子数随时间的变化方程以及谐振腔内光子数随时间的变化方程，就是速率方程。用速率方程理论可以讨论激光器的振荡条件和输出功率或能量（或功率、能量随时间的变化）。由于速率方程是一组微分方程，在稳态情况下，又变为一组普通的代数方程，求解非常简单。如果只关心振荡条件和输出，速率方程能给出较好的近似。当然，速率方程忽略了光场的位相，因而也就没有考虑光场与原子的微观作用过程，在涉及到与光场的相位特性有关的问题时，速率方程是无能为力的。

半经典理论将光场仍然看成是经典的电磁波场，而将原子看成是量子力学体系，用量子力学方法描述。在激光场作用下，工作物质产生电极化。在求宏观电极化强度时，要用原子的波函数，这就引出了量子统计学中的密度矩阵方法。半经典理论能比较好地解释激光器中的一系列现象，但不能解释与激光场的量子特性有关的现象。半经典理论由于数学推导复杂，因此，处理的工作物质的能级结构简单（一般为两能级原子系统），且只讨论较低次

近似解的情况。

全量子理论方法实际上就是量子电动力学的理论处理方法。这种方法首先将激光电磁场进行量子化,然后将量子化了的激光场与用量子力学描述的原子体系作为一个统一的物理体系,用一个总的哈密顿能量算符表示,总哈密顿能量算符包括辐射场能量算符、原子能量算符以及相互作用能量算符三个部分。全量子理论原则上可以讨论激光器的所有问题,只是和半经典理论一样,数学处理复杂,不易求解。

考虑到学生在本科阶段已经学过“激光原理”或“光电子学原理”,对于用经典理论和速率方程理论讨论激光问题比较熟悉,所以本书重点讲述激光的半经典理论与全量子理论。

激光物理的内容相当广泛,包括基本理论与随之发展起来的许多新现象(如量子光学现象、非线性光学现象等),本书主要讲述基本理论,对于后者,只介绍几种新现象,它们都与所研究介质的非线性有关。

本书共分10章。第1章为激光理论概述,第2~5章讲述半经典理论,第6章、第7章讲述全量子理论,第8~10章讲述光学双稳态、光学孤立子、光学混沌三种量子光学现象。每章后留有思考题与习题,以便加深对各章知识的理解。编者在讲述这些内容时,力图讲清理论的处理思想、方法以及对理论结果的分析、讨论。对于繁杂的数学推导尽量简化,以便于读者阅读。

限于水平,书中难免有缺点和疏漏,恳请指正。

编者
2003年10月

目 录

第 1 章 激光理论概述	1
1.1 经典理论	1
1.2 速率方程理论	10
1.3 半经典理论	13
1.4 量子理论	13
思考题与习题 1	14
第 2 章 激光电磁场方程与密度矩阵	15
2.1 激光电磁场方程	15
2.2 密度矩阵	22
2.3 二能级原子系综的密度矩阵(静止原子情形)	27
2.4 二能级原子系综的密度矩阵(运动原子情形)	34
2.5 宏观电极化强度与密度矩阵的关系	36
思考题与习题 2	37
第 3 章 激光器的振荡理论	39
3.1 静止原子激光器的单模运转	39
3.2 静止原子激光器的多模运转	53
3.3 二模振荡及模式竞争	61
3.4 三模振荡及模式锁定	68
3.5 运动原子激光器的单模运转	73
3.6 运动原子激光器的多模运转	84
3.7 单模强信号理论	90
思考题与习题 3	94
第 4 章 环形激光器与塞曼激光器的半经典理论	95
4.1 环形激光器的自治方程	96
4.2 单模双向环形激光器	98
4.3 多模单向环形激光器	103
4.4 塞曼激光器的自治方程	105
4.5 密度矩阵与极化强度	109
4.6 塞曼激光器的稳态工作特性	115
思考题与习题 4	122
第 5 章 瞬态相干光学效应	124
5.1 密度矩阵运动方程的矢量描述	125
5.2 瞬态相干辐射场方程	132
5.3 自感应透明	137
5.4 光学章动	140
5.5 光学自由感应衰减	144
5.6 光子回波	147
思考题与习题 5	153
第 6 章 量子化辐射场及其与原子的相互作用	154
6.1 经典辐射场的量子化	154

6.2 位相算符	164
6.3 单模光子数态与单模位相态	168
6.4 相干态	170
6.5 统计混合态	178
6.6 光场按相干态展开	184
6.7 辐射场与原子的相互作用	190
6.8 原子发射和吸收的跃迁几率	195
6.9 原子光辐射的谱线宽度	198
思考题与习题 6	203
第 7 章 激光器的量子理论	204
7.1 约化密度算符	204
7.2 场的运动方程	206
7.3 激光光子统计	213
7.4 激光线宽	217
思考题与习题 7	220
第 8 章 光学双稳态	221
8.1 光学双稳态的干涉仪理论	221
8.2 光学双稳态的半经典理论	224
8.3 光学双稳态的池田方程	231
8.4 光学双稳态装置分类及典型实验简介	235
思考题与习题 8	237
第 9 章 光学孤立子	238
9.1 光纤中的脉冲展宽与压缩	238
9.2 光纤中孤子的非线性薛定谔方程	247
9.3 光纤中孤子的传输性质	252
9.4 孤子脉冲的相互作用	261
9.5 光学孤子的产生实验	264
9.6 光纤孤子的损耗补偿	266
9.7 孤子激光器	270
思考题与习题 9	277
第 10 章 光学混沌	279
10.1 混沌的基本概念	278
10.2 非线性方程定态解的稳定性	281
10.3 洛仑兹方程定态解的稳定性与混沌	287
10.4 倍周期分岔与混沌	293
10.5 其他通向混沌的途径	298
10.6 奇异吸引子的维数与李雅普诺夫指数	302
10.7 激光混沌	310
10.8 非线性光学效应混沌	317
10.9 光学双稳态中的混沌	325
10.10 光学混沌的控制	328
思考题与习题 10	332
参考文献	333

第 1 章 激光理论概述

激光的物理基础是光辐射与物质的相互作用，描写这一相互作用的基本理论主要有全量子理论、半经典理论、经典理论以及速率方程理论。严格地讲，激光理论应该是建立在量子电动力学基础上的全量子理论，激光的所有特性原则上可以由全量子理论得到解释。然而，由于这一理论计算繁杂，在有些问题处理上不如其他理论简洁、清晰。例如，如果只研究激光的阈值条件和输出功率，我们所要知道的是光子数目，这时用速率方程理论处理就可以了。如果我们研究的只同光场波动性质有关，而不涉及光场的量子性质，用半经典理论就能很好地处理。只有涉及到和光场的量子性质有关的一些现象，如激光的光子统计特性、激光的线宽、激光的噪声等，才必须由全量子理论去解决。所以在应用过程中应针对具体问题选择合适的处理方法。

前面所说的处理激光与物质相互作用的四种理论之间是有联系的，后面的理论是前面的理论在一定条件下的近似描述，而每种理论都能描述一些不同层次的激光特性。在本科阶段的“激光原理”或“光电子学原理”课程中，主要用经典理论和速率方程理论处理激光的产生与特性，因此本书重点讨论半经典理论和全量子理论。本章对各种理论的基本思想、处理方法和应用范围做一简略的介绍，以便读者对激光理论有一整体把握，也对学习本书后面各章有着承上启下的作用。

1.1 经典理论

经典理论的基本思想是对光场（辐射场）与组成物质的原子体系都做经典式的电磁理论描述，即把辐射场视为经典的电磁场，用麦克斯韦（Maxwell）方程来描述，而把原子体系看做是经典的振子体系。辐射场与原子之间的相互作用就是经典的电磁场与振子之间的相互作用。

1. 电磁场的基本方程

激光电磁场满足经典电动力学的麦克斯韦方程，在 M.K.S 单位制中的形式为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1.3)$$

$$\nabla \times H = j + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.1.4)$$

式中 E —— 电场强度;
 D —— 电感应强度;
 H —— 磁场强度;
 B —— 磁感应强度;
 j —— 介质内传导电流密度;
 ρ —— 自由电荷密度。

表征介质性质的物性方程为

$$j = \sigma E \quad (1.1.5)$$

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (1.1.6)$$

$$B = \mu_0 H + M \quad (1.1.7)$$

式中 σ —— 电介质的电导率;
 ϵ_0 —— 真空中介电系数;
 μ_0 —— 真空中的导磁系数, 满足 $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$;
 c —— 真空中的光速;
 M —— 介质的磁化强度;
 P —— 介质的电极化强度, 它定义为介质单位体积内感应电偶极矩之和。

对于激光介质, 通常为非磁性的, 则 $M = 0$, 于是式 (1.1.7) 为

$$B = \mu_0 H \quad (1.1.8)$$

假设自由电荷密度 $\rho = 0$, 介质的宏观电极化强度 P 与电场强度 E 之间成线性关系

$$P = \alpha E \quad (1.1.9)$$

代入式 (1.1.6), 得到

$$D = \epsilon E \quad (1.1.10)$$

$$\epsilon = \epsilon_0 + \alpha \quad (1.1.11)$$

式中 ϵ —— 介质的介电常数。

下面导出电场强度 E 所满足的微分方程。为此, 对式 (1.1.3) 取旋度, 再利用式 (1.1.8)、(1.1.4)、(1.1.5)、(1.1.6), 得到

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu_0 \sigma \frac{\partial E}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1.1.12)$$

由于

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla(\nabla \times \mathbf{E})$$

又因

$$\nabla \times \mathbf{D} = \nabla \times (\epsilon \mathbf{E}) = \epsilon \nabla \times \mathbf{E} + (\nabla \epsilon) \times \mathbf{E} = 0$$

上式利用了式(1.1.10)。在各向同性介质中, $\nabla \epsilon = 0$, 所以有 $\nabla \times \mathbf{E} = 0$, 于是有

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla^2 \mathbf{E}$$

将它代入式(1.1.12), 得到

$$-\nabla^2 \mathbf{E} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.1.13)$$

这是在各向同性非磁性的均匀介质内弱电磁场(入射场强与原子内部场强相比不十分大)的电场强度所满足的微分方程, 也称为波动方程。在半经典理论中将使用这个方程推导激光电磁场所遵循的方程。

2. 电偶极子

经典理论认为, 原子可以看做是一个电偶极子, 它是指两个保持一定距离的电荷构成的电学体系, 它们的电量相等, 符号相反。若正负电荷中心相距为 r , 电荷为 e , 则称为电偶极矩式。

$$\mathbf{p} = e\mathbf{r} \quad (1.1.14)$$

式中 \mathbf{r} ——原子的负电荷中心到正电荷中心的矢量。

根据经典电动力学理论, 电偶极子在没有外来光场作用时, 要做自由振荡, 即简谐振动。为了方便起见, 讨论一维情形, 即用 x 代替 r 来表示电子的位移, 则电子围绕某一平衡位置 ($x=0$) 附近的振动方程为

$$m\ddot{x} = -\kappa x \quad (1.1.15)$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1.1.16)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{m}} \quad (1.1.17)$$

式中 κ ——弹性恢复系数;

m ——电子质量;

ω_0 ——谐振子的固有振动频率。

式(1.1.16)的解为

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1.1.18)$$

电偶极子辐射的电场强度与偶极子的加速度成正比, 即 $E \propto e \ddot{x}$, 所以有

$$E = E_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1.1.19)$$

式中 E_0 、 φ ——场的振幅和初位相。

可见, 自由振荡的电偶极子辐射的电磁波是单色的。

按经典力学理论, 原子是一种保守的力学体系, 原子中的电子绕核运动可以永远维持下去, 不存在能量的消耗问题。实际上, 电偶极子在振荡过程中必然要因辐射而不断地损耗自身的能量。力学中弹簧振子由于有空气阻力而形成衰减振动, 类似地, 我们想像也有一个阻力作用在电偶极子上, 这个阻力是由于电偶极子辐射的电磁场对其自身的反作用结果, 所以称为辐射阻尼力。用辐射阻尼力的概念等效地描写电偶极子因辐射而产生的能量衰减。

考虑到辐射阻尼后, 电子的振动方程可写为

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1.1.20)$$

式中 γ ——经典辐射阻尼系数。

由上式可见, 辐射阻尼与振子的运动速度成正比。按照经典电磁场理论, 可以得到

$$\gamma = \frac{e^2 \omega_0^2}{6\pi\epsilon_0 mc^3} \quad (1.1.21)$$

在可见光频率范围内, $\omega_0 \approx 10^{14} \text{ s}^{-1}$, $\gamma \approx 10^8 \text{ s}^{-1}$, $\gamma \ll \omega_0$, 所以方程 (1.1.20) 的解可设为

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} e^{i\omega_0 t} \quad (1.1.22)$$

可见, 考虑了辐射阻尼, 则振子做简谐阻尼振荡。以上就是原子的经典简谐振子模型。由式 (1.1.22) 可以得到电偶极辐射场的振动形式为

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} e^{i\omega_0 t} \quad (1.1.23)$$

这就是原子在某一频率 ω_0 自发辐射的经典描述, 它表示在辐射阻尼力的作用下, 电偶极子的运动属于衰减振动, 它辐射的电磁波也是随时间衰减的, 表明辐射场已不是单色的了, 而是存在着一定的频率分布。为此, 我们将式 (1.1.23) 作傅里叶(Fourier)变换, 将辐射场的振幅在时域上的振动变换到频域上的振动

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt =$$

$$\frac{E_0}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{i(\omega_0 - \omega)t} e^{-\frac{\gamma}{2}t} dt =$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{E_0}{i(\omega_0 - \omega) + \gamma/2} \quad (1.1.24)$$

电磁振荡的强度为

$$I(\omega) = |E(\omega)|^2 = \frac{E_0^2}{4\pi^2} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4} \quad (1.1.25)$$

上式表示自发辐射的强度是频率的函数，在 $\omega = \omega_0$ 处呈现极大值，偏离 ω_0 越远， $I(\omega)$ 下降得越快，说明辐射强度以 ω_0 为中心存在一定的频率宽度 $\Delta\omega$ ，通常叫做谱线宽度。

由式(1.1.23)可知，电偶极子辐射强度与时间的关系

$$I(t) = I_0 e^{-\gamma t} \quad (1.1.26)$$

可见，当

$$t = \frac{1}{\gamma} = \tau \quad (1.1.27)$$

时，辐射能量衰减到原来的 $1/e$ 。 τ 为谐振子的辐射衰减时间或谐振子的弛豫时间，在可见光的范围内，其值约为 10^{-8} s^{-1} 量级。

3. 光场中的电偶极子

当电磁场作用到物质原子上时，要产生感应电极化现象，这是场与原子体系相互作用的结果。设在物质中沿 z 方向传播的为单色平面波，其 x 方向的电场强度表示为

$$E(z, t) = E(z) e^{i\omega t} \quad (1.1.28)$$

当它作用到电偶极子上时，它将受到强迫力 $eE(z, t)$ 的作用。略去磁场的影响（因为磁场作用在电子上的力的大小只有电子的 v/c 倍， v 为电子速度， c 为光速， $v \ll c$ ），电偶极子的运动方程为

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} E(z) e^{i\omega t} \quad (1.1.29)$$

这个方程与方程(1.1.20)的不同之处在于，多了一个作用力，这种力将使电子做与光波相同频率的受迫振动。

我们略去方程(1.1.29)的代表暂态效应的解，而考虑试解

$$x = x_0 e^{i\omega t} \quad (1.1.30)$$

将这个解代入式(1.1.29)，得到

$$x_0 = \frac{\frac{e}{m} E(z)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (1.1.31)$$

x_0 以复数形式出现, 这是由阻尼项所引起的, 表明电子位移与外加场两者的位相不相同。方程 (1.1.29) 的解为

$$x = \frac{\frac{e}{m} E(z) e^{i\omega t}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} = \frac{\frac{e}{m} E(z, t)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (1.1.32)$$

在外加场的作用下, 谐振子被诱导出的原子偶极矩为

$$p = ex = \frac{\frac{e^2}{m} E(z, t)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (1.1.33)$$

对于气体介质, 可以略去原子之间的相互作用, 这样电磁波对介质的作用可以看做是对单个原子作用的叠加。设单位体积内有 N 个同类原子, 它们的固有振动频率均为 ω_0 , 则极化强度为

$$P = Np = Nex = \frac{Ne^2}{m} \frac{E(z, t)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (1.1.34)$$

上面就是经典理论对场和原子相互作用的处理方法, 它可以很好地说明物质的电磁波的吸收和色散现象。因为感应电极化强度使物质的介电常数发生变化, 从而导致物质对电磁波的吸收和色散。下面就从这个概念出发求出吸收系数和折射率的经典表示式。

在电磁学中, 介质内的电磁感应强度、电场强度和极化强度有如下关系

$$D = \epsilon_0 E + P$$

将 $D = \epsilon E = \epsilon_r \epsilon_0 E$ 代入上式, 得到

$$\epsilon_r = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E} \quad (1.1.35)$$

ϵ_r 称为相对介电常数。介质的折射率为

$$\tilde{n} = \frac{c}{u} = \frac{\sqrt{1/\epsilon_0 \mu_0}}{\sqrt{1/\epsilon \mu}} = \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (1.1.36)$$

式中 u ——光在介质中的速度;

c ——在真空中的速度;

ϵ_r 、 μ_r ——介质的相对介电系数和相对导磁系数。

对于非磁性介质, $\mu_r \approx 1$, 所以

$$\tilde{n} \approx \sqrt{\epsilon_r} \quad (1.1.37)$$

将式 (1.1.35) 和式 (1.1.34) 代入上式, 得到

$$\tilde{n}^2 = \epsilon_r = 1 + \frac{e^2 N}{m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (1.1.38)$$

下面分三种情形进行一些讨论

(1) $\omega \ll \omega_0$, 即入射波的频率很小时, 式 (1.1.38) 简化为

$$\tilde{n}^2 = 1 + \frac{e^2 N}{m\epsilon_0 \omega_0^2} \quad (1.1.39)$$

可见, 在这种情况下, 介质的折射率不随入射光的频率而变, 和静电情况下测得的值相同。

(2) ω 较大, 与 ω_0 同数量级, 但 $\omega \approx \omega_0$ 的范围除外, 即入射光的频率不在固有振动频率附近。这时可以略去式 (1.1.38) 中分母的虚数部分 (因 γ 的值较 ω 、 ω_0 值小很多), 于是得到

$$\tilde{n}^2 = 1 + \frac{e^2 N}{m\epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}$$

由于在可见光部分上式右端第二项远小于 1, 根据 $(1+x)^{1/2} \approx 1+x/2$ ($x \ll 1$ 时), 可得到

$$\tilde{n} \approx 1 + \frac{e^2 N}{2m\epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (1.1.40)$$

可以看出, 在 ω_0 的两边, 无论 $\omega > \omega_0$, 或 $\omega < \omega_0$, \tilde{n} 都随 ω 的增加而增加, 这一性质称为正常色散。

(3) $\omega = \omega_0$ 的情形。这时式 (1.1.38) 中的虚数部分不能略去, 于是 ϵ_r 是复数, 在介质中传播光波的波矢量 $k = \sqrt{\epsilon_r} \frac{\omega}{c}$ 也成为复数。此时可令

$$\tilde{n} = \sqrt{\epsilon_r} = n - i\eta \quad (1.1.41)$$

对于气体介质, 介电常数和 1 相差很少, 可将式 (1.1.38) 展开, 只取前两项, 于是得到

$$\begin{aligned} n - i\eta &\approx 1 + \frac{e^2 N}{2m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} = \\ &1 + \frac{e^2 N}{2m\epsilon_0} \cdot \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \end{aligned}$$

所以

$$n = 1 + \frac{e^2 N}{2m\epsilon_0} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (1.1.42)$$

$$\eta = \frac{e^2 N}{2m\epsilon_0} \cdot \frac{r\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (1.1.43)$$

由于 $\omega \approx \omega_0$, $\omega_0^2 - \omega^2 \approx 2\omega(\omega_0 - \omega)$, 上面两式简化为

$$n = 1 + \frac{e^2 N}{4m\epsilon_0 \omega} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\frac{\gamma}{2})^2} \quad (1.1.44)$$

$$\eta = \frac{e^2 N}{8m\epsilon_0 \omega} \cdot \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\frac{\gamma}{2})^2} \quad (1.1.45)$$

现在来讨论折射率实部 n 和虚部 η 的物理意义。设电磁波沿着 x 方向传播, 则

$$E = E_0 e^{i(\omega t - kx)} = E_0 e^{i(\omega t - \frac{\tilde{n}}{c} \omega x)} = E_0 e^{i(\omega t - \frac{\omega n}{c} x)} \cdot e^{-\frac{\omega \eta}{c} x} \quad (1.1.46)$$

由上式看出, 这里电磁波的传播速度为 $\frac{c}{n}$, 并且沿 x 方向振幅不断衰减。因此, 复折射率的实数部分 n 仍代表折射率, 而虚部 η 就标志入射电磁波衰减的程度。波振幅的衰减意味着它的能量传给了介质, 故也称为吸收现象。 η 越大, 这部分频率的电磁波被吸收的程度也就越大。

通过式 (1.1.46) 可求出电磁波通过厚度为 x 的吸收介质光强的变化。因为 $I \propto |E|^2$, 所以有

$$I = I_0 e^{-\frac{2\omega \eta}{c} x} = I_0 e^{-\alpha x}$$

其中, $\alpha = \frac{2\omega}{c} \eta$ 为介质的吸收系数, 它明显地依赖于 η 。将式 (1.1.45) 代入上式, 得到

$$\alpha = \frac{e^2 N}{4m\epsilon_0 c} \cdot \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \quad (1.1.47)$$

可见吸收系数也是频率的函数, 并且呈洛仑兹(Lorentz)线型。

图 1.1 和图 1.2 分别表示出 n 和 α 随 ω 的变化情况。当 $\omega = \omega_0$ 时, α 最大, 当 $\omega = \omega_0 \pm \gamma/2$ 时, α 降为最大值的一半, 所以吸收区域可认为处于 $\omega_0 - \gamma/2$ 和 $\omega_0 + \gamma/2$ 之间。由图还可以看出, 当 ω 由 $\omega < \omega_0$ 趋近时, n 先趋向一极大, 在进入吸收区域后, 其值即迅速趋于 1, 但仍具有连续性。当 $\omega > \omega_0$ 时, 而离开吸收区域后, n 又增大。在吸收区域内, n 随 ω 的增加而减少, 这种现象称为反常色散。例如, 在钠蒸气 589.3 nm 附近, 就可观察到反常色散。在图 1.1、1.2 中对应于 $N < 0$ 的曲线 (虚线), 实际上就是描写负的吸收状态 (即介质处于增益状态) 的曲线。

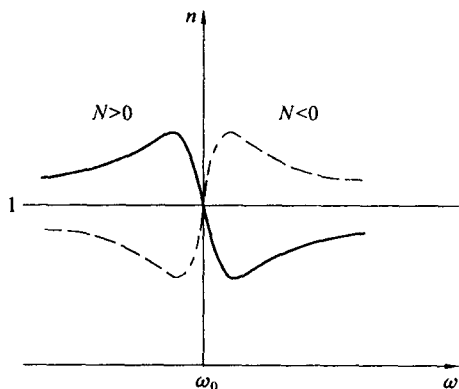


图 1.1 色散曲线

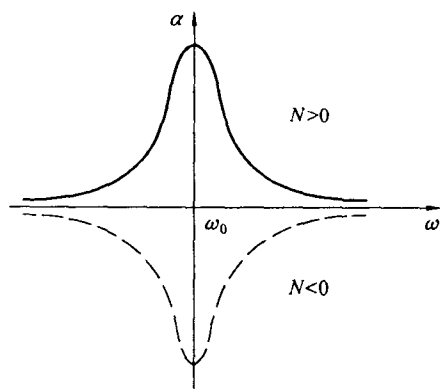


图 1.2 吸收曲线

前面介绍了光与物质相互作用经典理论的处理方法。光的经典电磁理论, 经过长期发展, 已在其实用范围内达到相当完善的地步, 它能完满地解释与光的传播特性有关的所有重要的光学现象, 对于光与物质相互作用的某些光学现象 (如吸收与色散), 也能给出比较好的物理解释。光的经典电磁理论是有关光学共振腔理论的基础之一。

然而, 激光是一种量子现象, 所以经典理论对许多激光现象是无法解释的。例如, 经典理论不能反映吸收系数与集居数差值的关系以及负吸收状态的可能性, 也无法描述原子的各种谱线强度之间的关系。这些都是要由量子理论来回答的问题。但经典理论具有直观性, 它的一些概念在量子理论中是很有用的。如果我们将经典理论中的某些物理量的符号作量子力学的修正, 并赋予它们以新的意义, 就可以导出和量子理论一致的结果。

例如, 将经典振子的谐振频率 ω 修正为原子在两个能级之间跃迁的频率 $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$; 将经典振子数密度 N 修改为上下两能级原子数密度差 $(N_1 - N_2)$; 将经典振子的辐射阻尼系数 γ 用原子在两个能级之间跃迁的辐射寿命 $\tau = \gamma^{-1}$ 来代替, 就能够用经典理论来描述 $N < 0$ 的状态。在这种状态下, 吸收系数 α 变为负值, 辐射场在介质中传播时, 其强度反而增强了, 这就是光的放大问题。

1.2 速率方程理论

激光器的速率方程是研究激光振荡的理论方法之一，它是在光量子论的基础上唯象地引入的。我们知道，形成激光振荡时，实际上是谐振腔内的激光与处于粒子数反转状态的工作物质的相互作用过程。在速率方程理论中，把激光看成是一群振荡着的光子体系，把工作物质看成是一群数目确定的工作粒子体系，这些粒子彼此不发生相互作用，它们彼此独立地与激光场发生作用。对于一个特定的能级结构，可以列出工作物质各有关能级上工作粒子数和腔内振荡光子数随时间变化的方程，这就是所谓的速率方程。在稳态情况下，可通过解析求解方法，求出腔内振荡着的光子数和各能级上的粒子数，从而可讨论振荡条件和输出功率等方面的特性；在非稳态振荡情况下，可采用近似解析求解或数值解析求解的方法来讨论激光输出功率随时间的变化特性。

为简单起见，下面的讨论均假定激光器内呈单模振荡状态。单模振荡的标志是，振荡光束的发散角等于其衍射极限角，并且振荡只在一个频率处发生。

1. 能级跃迁模型

为了列出完整的速率方程组，必须给出与激光有关的能级结构和能级间的跃迁特性。对任何一种实际的工作物质而言，与激光有关的能级结构和能级间跃迁特性可能是很复杂的，而对于不同的工作物质而言，彼此又可能有很大差异。尽管如此，为便于定量地讨论，在归纳各类激光工作物质能级结构和跃迁行为的共同特性的基础上，可以提出一些经过简化但却具有代表性的激光工作物质系统模型来进行分析，这就是所谓的三能级系统和四能级系统。

红宝石系统是典型的三能级系统，它的第一个能级为基态，第二个能级为产生激光的上能级，第三个能级是产生U带吸收和Y带吸收的上能级（实际上是两个较宽的能带并在一起），它的能级简图可用图 1.3 来表示。

(1) 在外界激励作用下，处于基态能级 E_1 上的工作粒子被激发（抽运）到高能级 E_3 上，粒子被抽运到 E_3 的几率为 w_{13} 。在光激励情况下， w_{13} 即为受激跃迁吸收几率，对于其他激励方式， w_{13} 只表示粒子在单位时间内被抽运到 E_3 的几率。

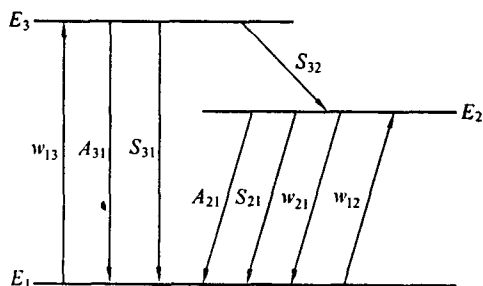


图 1.3 三能级系统示意图

(2) 到达能级 E_3 的工作粒子, 以非辐射跃迁的形式迅速转移到能级 E_2 上, 其几率为 S_{32} , 同时 E_3 上的工作粒子也能以自发辐射几率 A_{31} 、非辐射跃迁几率 S_{31} 等方式返回基态 E_1 , 但对于一般激光工作物质来说, 这种消激励过程的几率很小, 即 $S_{31} \ll S_{32}, A_{31} \ll S_{32}$ 。

(3) 能级 E_2 为亚稳能级, 因此在外界激励作用足够强的情况下, 在该能级上可以有较多的粒子数积累, 从而有可能在能级 E_2 和 E_1 间实现粒子数反转。一旦出现这种情况, 则 E_2 和 E_1 间的受激辐射(w_{21})和受激吸收(w_{12})将占绝对优势。另外, E_2 上粒子也可通过自发跃迁(A_{21})和无辐射跃迁 (S_{21}) 返回 E_1 。一般情况下, $S_{21} \ll A_{21}$ 。

例如, 红宝石在室温下的一些跃迁几率数据为: $S_{32} \approx 0.5 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$, $A_{31} \approx 3 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$, $A_{21} \approx 0.3 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$, $S_{21} \approx 0, S_{31} \approx 0$ 。

四能级跃迁简化模型如图 1.4 所示, 能级 E_1 为基态, 能级 E_3 与 E_2 为产生激光的能级, 能级 E_4 为能级 E_3 以上所有激发态能级, 抽运在能级 E_1 和 E_4 间进行。对于实际的激光工作物质, 一般有: $S_{41} \ll S_{43}, A_{41} \ll S_{43}, S_{32} \ll A_{32}$ 。四能级系统的主要特点是: 激光下能级 E_2 不再是基态能级, 因而在热平衡状态下处于能级 E_2 上的粒子数很少 (因为一般来说 $E_2 - E_1 \gg KT$), 有利于在 E_3 与 E_2 之间形成集居数反转。另外, 当粒子由于受激辐射和自发辐射从 E_3 跃迁到 E_2 后, 必须迅速地转移到基态, 这就要求 S_{21} 较大。 S_{21} 也称为激光下能级的抽空速率。

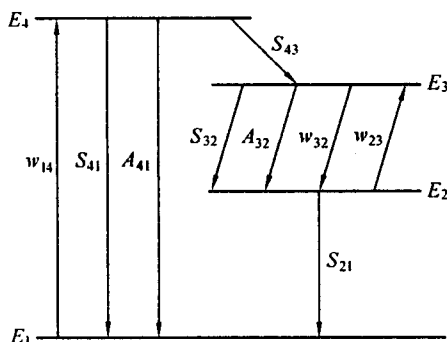


图 1.4 四能级系统示意图

钕玻璃为典型的四能级系统。

2. 速率方程

有了能级结构和跃迁特性, 就可以写出各能级上粒子数和腔内光子数随时间的变化方程。设 n_1 、 n_2 、 n_3 代表三能级系统各能级上的粒子数, 光腔只存在一个振荡模式, 设为第 l 模, 光子数为 N_l , 则速率方程为

$$\frac{dn_3}{dt} = n_1 w_{13} - n_3 (S_{32} + A_{31}) \quad (1.2.1)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = n_1 w_{12} - n_2 w_{21} - n_2 (A_{21} + S_{21}) + n_3 S_{32} \quad (1.2.2)$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = n \quad (1.2.3)$$

$$\frac{dN_l}{dt} = n_2 w_{21} - n_1 w_{12} - \xi N_l \quad (1.2.4)$$

列方程时, 忽略了 S_{31} 。方程 (1.2.3) 中的 n 为单位体积工作物质的总粒子数。方程 (1.2.4) 右端最后一项是考虑了由于光腔损耗引起的 N_l 随时间的减小, 其中 ξ 为单位时间内腔内光子的衰减率; 右端第一项是由于 n_2 个粒子受激辐射导致腔内的光子数的增加; 第二项是由