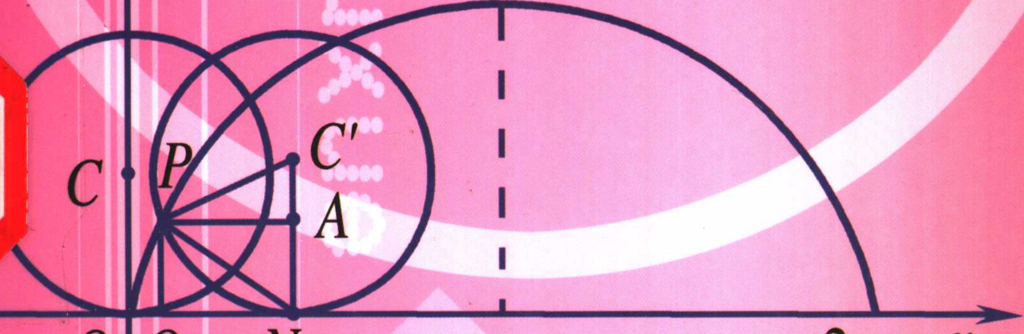
高等数学

起跑第一步

Gaodeng Shuxue

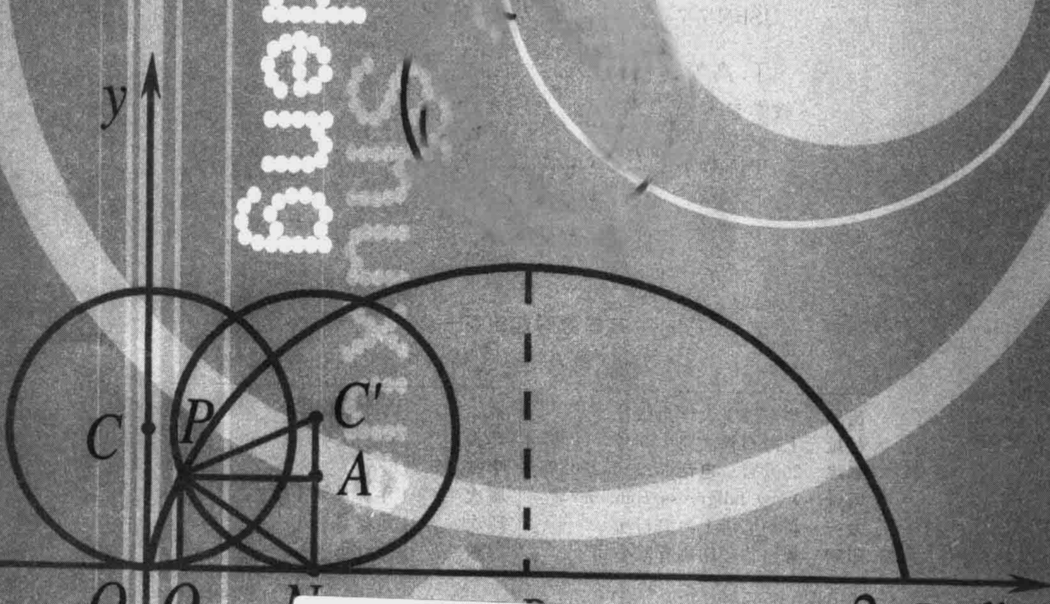
龚成通 主编



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

高等数学
起跑第一步

龚成通 主编



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

内容提要

本书是根据目前中学数学教学和大学数学教学衔接上存在着的不少脱节之处的实际情况而为大学一年级新生编写的教学辅助读物.

本书主要内容有:参数方程,极坐标,坐标的平移与旋转变换,有理函数的部分分式分解,行列式,复数的欧拉公式,关于任意性、存在性和唯一性(主要包括证明不等式解集存在性的放大缩小原理),有限与无限,反例与反证法等.

所有这些内容在中学数学教学中均涉之不深或未曾涉及,而在大学数学教学中却都是举足轻重的.

为使读者能用最少的时间,学到尽可能多的知识,本书各部分内容讲解都十分详尽,并精心绘制了许多必要的插图. 每一节后面都配有适量的习题,并附有解答或提示,以帮助读者理解和巩固所学内容.

本书是从中学数学向大学数学攀登途中的梯子,是大学数学起跑线上的助跑器.

本书可供各类高等院校(包括全日制大学、电大、职大、业余大学、成人教育院校、民办大学),各类本科、专科专业(包括理工类、经济类、管理类、医农类、文法类、数学类)的学生作学习参考书,也可作为大学数学老师及中学数学老师的课外辅导的教材.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学起跑第一步/龚成通主编. 一上海:华东理工大学出版社,2004.7

ISBN 7-5628-1557-7

Ⅰ.高… Ⅱ.龚… Ⅲ.高等数学-高等学校-教学参考- Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 053181 号

高等数学起跑第一步

龚成通 主编

出版	华东理工大学出版社	开本	787×960 1/16
社址	上海市梅陇路 130 号	印张	13.75
邮编	200237 电话(021)64250306	字数	242 千字
网址	www.hdlgpress.com.cn	版次	2004 年 7 月第 1 版
发行	新华书店上海发行所	印次	2004 年 7 月第 1 次
印刷	常熟华顺印刷有限公司	印数	1-5050 册

ISBN 7-5628-1557-7/O·106　　定价:19.80 元

《高等数学起跑第一步》
编　委　会

序

放在我们面前的是龚成通老师编写的《高等数学起跑第一步》一书.

这本书的内容与写法,在国内确实尚未见过,而在高等数学课程的教与学的过程中也确实需要有这样一本参考书.

目前,中学数学教学和高等数学教学在内容上还存在着很多脱节之处.例如,中学数学教材中没有有理函数部分分式分解的问题;参数方程和极坐标等内容也讲解得不够详尽深透;对坐标平移与旋转变换和行列式等内容基本上未涉及到.因而很多大学新生在学习高等数学课程过程中,深深感到中学数学与高等数学之间存在着一个较高的台阶.而讲授过高等数学(或数学分析)课程的老师,对这些脱节之处也感受颇深.

面对这些脱节之处,不少有识之士都认为,为了帮助学生学好高等数学,有必要让学生事先学习或了解相关知识.华东理工大学的龚成通老师对于这些似乎很“浅显”,但实际上很重要的内容,本着“以学生为本”的思路,进行了既严肃而又认真的思考.多年以来,他一直为一年级新生开设有关的课外讲座,讲解这些内容,并取得了良好的效果.本书的出版,对刚进入大学的学生的学习将有极大帮助.

本书能把这些既不系统,又不典型的离散内容,作了较为系统化、典型化的处理,实属不易。由此可见,作者学识所在及所花工夫之深.

更为独特的是,作者根据大学一年级新生这样的特定对象,不是作枯燥乏味的一般纯粹性的初等数学内容与方法的讲座,而是以密切结合于高等数学内容的方式,开设引人入胜的有关基础知识讲座.

本书在中学数学与大学数学之间架起了一座桥梁,更确切地说是一架梯子.本书可以拓宽学生的知识视野,能使学生掌握更丰富的数学思想方法,会引导学生顺利地迈入高等数学的殿堂.毫无疑问,本书是一本别具匠心的课外辅导读物.

相信本书的出版,一定能对高等数学教学起到巨大的辅助作用,也一定能成为大学新生学好大学数学的重要帮手.

苏化明[①] 2004年3月

---

① 苏化明:全国高校数学与统计学教学指导委员会主办的《大学数学》杂志主编

前　言

由于目前中学数学教学和大学数学教学在衔接上还存在着不少脱节之处，所以大学新生入学以后，在学习高等数学时往往会遇到不少困难. 鉴于这种情况，在“以学生为本”教学思想的指导下，作者长期在一年级新生中主持组织过一系列的有关讲座，深受学生的欢迎，收到了良好的效果. 这也受到部分兄弟院校同行专家们的注意，他们纷纷前来了解交流有关情况，索取有关资料.

这些讲座基本上包括了中学数学教学和大学数学教学的衔接上存在的脱节之处，大致内容如下：

参数方程，极坐标，坐标的平移与旋转变换，有理函数的部分分式分解，行列式，复数的欧拉公式，关于任意性、存在性和唯一性（主要内容为证明不等式解集存在性的放大、缩小原理），关于可加性和齐次性（线性）的概念，有限与无限，反例与反证法，拉格朗日插值公式（主要将涉及到阶差即差分问题），平均（将涉及到重心及离散问题的连续化问题）等等.

通过作者与中学教育界人士的讨论，可以得出结论：中学与大学在数学教学上的某些方面的脱节问题，还将长期继续存在下去.

因此，在“以学生为本”的教学思想指导下，作者决定将这些讲座的讲稿重新整理结集出版，书名就叫《高等数学起跑第一步》. 在将这些资料整理的过程中，精简了部分高等数学内容，初等数学内容得到了适当的加强，但仍然保持了紧密结合高等数学教学内容来讲述学生所缺的有关基础知识内容的特点. 本书最后两节的“拉格朗日插值公式”和“平均”，是根据作者早年为中学生所作的讲座稿改写的，编在本书内，既为学生加强有关基础知识，同时也为拓宽学生的知识视野.

为使读者能够用最少的时间学到尽可能多的知识，本书各部分内容讲解都十分详尽，并精心绘制了许多必要的插图. 每一节后面，还都配有适量的习题，并附有解答或提示，以帮助理解巩固.

正文及习题中凡是要涉及到高等数学内容的有关题目，在有关内容处或题号上都标有“ * ”号，以示区别.

本书所讲的这些内容，并不是在学习高等数学第1章时就都会用到，大部分内容要在学习后面各个不同的章节时才会用到，所以将书名称之为《高等数学起跑第一步》，是因为它犹如万里长征途中爬雪山的第一步，过草地的第一步，渡赤水的第一步，每一个关山险隘的第一步，等等.

赢，就要从征途每一程的起跑线上第一步赢起！

原讲座是以高等数学教学进程为主线作的，整理改写时是以初等数学方法论为主线排序，这样就与高等数学的进程稍有区别，这是要请读者注意的. 例如，高等数学中最早遇到的是极限问题，而需要证明不等式解集的存在性时所用到的放大、缩小原理，在本书中放在了第10章；又如本书第2章的有理函数的部分分式分解，在高等数学中除了在有理函数的积分计算问题上有很重要的应用外，在其他如求有理函数的高阶导数，有理数通项的常数项级数求和，有理函数的泰勒级数展开等问题上都能找到其应用，本书对此都适当地举了一些例子加以说明. 而对于这些例子，读者也并不需要在一开始就将它们都全部读懂. 所以作者建议读者拿到本书后，先粗略地通览一下，然后再根据高等数学具体教学进程精读有关内容.

希望本书的出版，能对大学数学教学起到一定的辅助作用，也希望本书能成为广大大学新生学好高等数学(或数学分析)课程的重要帮手.

本书是华东理工大学高等数学教研室的集体教学成果，支持作者并与作者一起参与有关第二课堂讲座的有(以下各处所有姓名都按姓氏拼音为序)：曹宵临、陈秀华、李昌文、李继根、蒲思立、王刚、殷锡鸣等老师.

为本书的编写提供过某些资料，或作过习题解答的有江志松、李红英、施劲松、宋洁、苏纯洁等老师.

支持本书立项计划及参与策划编写出版的有本校的鲁习文、王宗尧、夏宁茂、许树声、张明尧等老师；以及兄弟院校的曹助我(上海东海学院)、陈雄南(同济大学)、胡秀兰(上海理工大学)、计慕然(北京航空航天大学)、刘振周(上海工程技术大学)、戚念华(同济大学)、唐一鸣(上海大学)、王嘉善(上海交通大学)、叶杭生(北京大学)、张锦豪(复旦大学)等老师. 他们对本书的编写，从整体设想到具体内容，都提出了很多十分有价值的建设性与技术性建议.

感谢学校原第二课堂教学指导小组的老师，他们为与本书有关的讲座进行了广泛的宣传组织工作和深入的调研评估活动，使讲座在校内外产生了较大的影响.

作者还要感谢教务处的刘百祥老师和华东理工大学出版社的领导、编辑，他们为本书的出版作出了巨大的支持和帮助.

教育部全国高校数学与统计学教学指导委员会主办的《大学数学》杂志主编苏化明老师，为本书的编写提出了很多宝贵意见，并为之作序使本书添彩增色.

编者最后要向李大潜院士表示深深的谢意，是李院士的支持使作者下定决心把本书编写完成.

由于编者水平所限，本书难免有疏漏不妥之处，敬请诸同行师长、学生朋友不吝赐教，编者的电子信箱是 ctgong2001@yahoo.com.cn.

编者

2004 年 5 月

目　录

1

高等数学中的某些记号

1.1 某些逻辑记号

1. 存在性记号“$\exists$”，读作“总存在”或“总有”.

2. 任意性记号“$\forall$”，读作“对于任意的”.

3. 前因后果记号“$\Rightarrow$”，常用在“$A\Rightarrow B$”中，读作“由 A 可推出 B”或“因为有 A，所以有 B”. 也就是说“A 是 B 的充分条件”或“B 是 A 的必要条件”.

而记号“$\Leftrightarrow$”表示前后两者因果关系可逆，对于表达式“$A\Leftrightarrow B$”，应读作“由 A 可推出 B，也可由 B 推出 A”，也就是说“A 与 B 互为充要条件”.

1.2 某些集合记号

1. 区间记号. 开区间 (a,b) 表示满足不等式 $a<x<b$ 的实数 x 构成的集合，它在实数轴上可表示为不包含两个端点 $x=a$ 及 $x=b$ 的线段点集；闭区间 $[a,b]$ 表示满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 构成的集合，它在实数轴上可表示为包含两个端点 $x=a$ 及 $x=b$ 的线段点集. 另外还有表示满足不等式

$$a<x\leqslant b,\quad a\leqslant x<b,\quad x>a,\quad x\geqslant a,\quad x<b,\quad x\leqslant b,\quad -\infty<x<+\infty$$

的实数集合，它们分别是半开半闭区间或无限区间

$$(a,b],\quad [a,b),\quad (a,+\infty),\quad [a,+\infty),$$
$$(-\infty,b),\quad (-\infty,b],\quad (-\infty,+\infty),$$

其对应于实数轴上的（线段、半直线或直线）点集就不再一一描述了.

2. R 表示整个实数轴上所有点构成的点集，也就是全体实数构成的实数集，对应于上面的区间表示为 $(-\infty,+\infty)$；

R^2 和 R^3 分别表示平面直角坐标系和空间直角坐标系下所有点的集合，也分别表示全体有序实数组 (x,y) 和 (x,y,z) 的实数组集合（所谓有序指 x 与 y 或 x、y 与 z 前后表达次序不可交换）.

3. 邻域记号. “$N(a,\delta)$”读作“a 点的 δ 邻域”，在实数轴上是以点 a 为中心，

正数 δ 为半径的开线段，即开区间 $(a-\delta,a+\delta)$，用不等式表示为 $|x-a|<\delta$，也有教材将"点 a 的 δ 邻域"记为 $\bigcup(a,\delta)$.

"$\hat{N}(a,\delta)$"读作"点 a 的去心 δ 邻域"，即在上述实数轴的开线段上挖去中心点 a，用不等式表示为 $0<|x-a|<\delta$，也有教材将它记为 $\mathring{\bigcup}(a,\delta)$.

1.3 某些运算记号

1. 组合数记号. 现在国内普遍使用 C_n^m 表示 n 个不同元素中取 m 个元素的组合数，国际上较普遍使用的记号是 $\binom{n}{m}$，即

$$C_n^m=\frac{n!}{m!\ (n-m)!},\ \binom{n}{m}=\frac{n!}{m!\ (n-m)!}.$$

2. "max"与"min". $\max(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 和 $\min(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 分别表示 n 个实数 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 中最大的一个实数值和最小的一个实数值，这两式也可分别记为 $\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}(a_k)$ 和 $\min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}(a_k)$；

若 $f_1(x),f_2(x),\cdots,f_n(x)$ 是在区间 $[a,b]$ 上有定义的 n 个函数，则

$$\max[f_1(x),f_2(x),\cdots,f_n(x)] 及 \min[f_1(x),f_2(x),\cdots,f_n(x)]$$

分别表示了两个函数，在 $[a,b]$ 上任一点 x_0 处，它们的函数值分别是函数值 $f_1(x_0),f_2(x_0),\cdots,f_n(x_0)$ 中的最大值和最小值. 例如：

$$\max\left(\frac{3}{5}x^2-\frac{2}{5},\frac{10}{x^2+1},5\right)=\begin{cases}\dfrac{10}{x^2+1}, & |x|\leqslant 1,\\ 5, & 1<|x|\leqslant 3,\\ \dfrac{3}{5}x^2-\dfrac{2}{5}, & |x|>3.\end{cases}$$

$$\min\left(\frac{3}{5}x^2-\frac{2}{5},\frac{10}{x^2+1},5\right)=\begin{cases}\dfrac{3}{5}x^2-\dfrac{2}{5}, & |x|\leqslant 2,\\ \dfrac{10}{x^2+1}, & |x|>2.\end{cases}$$

画出图像如图 1－1 所示. 而

$$\max_{a\leqslant x\leqslant b}f(x) \quad 和 \quad \min_{a\leqslant x\leqslant b}f(x)$$

则分别表示函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上的最大值和最小值，例如：

$$\max_{|x|\leqslant 2}(x^2-2x+2)=10,\ \min_{|x|\leqslant 2}(x^2-2x+2)=1.$$

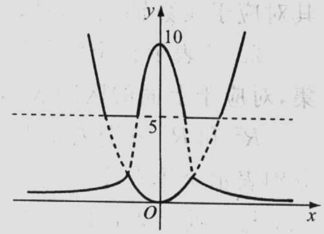


图 1－1

3. 连加与连乘记号"Σ"和"Π".

$\sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ 表示 n 个实数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 之和，即

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n.$$

例如：

$$\sum_{n=1}^{100} n = 1 + 2 + 3 + \cdots + 100 = 5050.$$

$\prod\limits_{k=1}^{n} a_k$ 表示 n 实数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 之积，即

$$\prod_{k=1}^{n} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n,$$

例如：

$$\prod_{k=1}^{n} (\lambda - k + 1) = \lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)\cdots(\lambda - n + 1),$$

$$\prod_{k=1}^{n} (2k - 1) = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cdots \cdot (2n - 1),$$

$$\prod_{k=1}^{n} (3k) = 3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cdots \cdot (3n).$$

后面两式也常记为 $(2n-1)!!$ 及 $(3n)!!!$.

借助连加记号 $\sum$ 来表示无穷级数

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots,$$

可记为 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$，即

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$$

1.4 某些函数记号

1. $\exp(x)$ 表示指数函数 e^x，这是一种便于书写及电脑输入排版的规范记号.

2. 取整函数记号“$[x]$”表示不超 x 的最大整数，例如，

$$[\pi] = 3, [-\pi] = -4, [0] = 0.$$

此记号很容易与带有多重括号的运算中的中括号相混淆，有专家建议将此改记为 $\mathrm{int}(x)$. 本书作者认为这很有道理，并在此郑重地提倡使用此记号. 与此相关的有小数尾数的函数“(x)”，其定义为 $(x) = x - [x]$，这是一个小于 1 的非负实数.

3. 符号函数“sgn x”，其定义为(图 1－2) $\operatorname{sgn} x=\begin{cases}-1, & \text{当 } x<0 \text{ 时};\\ 0, & \text{当 } x=0 \text{ 时};\\ 1, & \text{当 } x>0 \text{ 时}.\end{cases}$

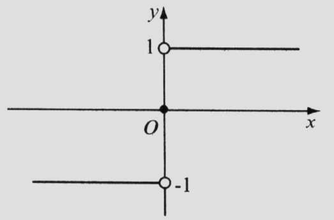


图 1－2

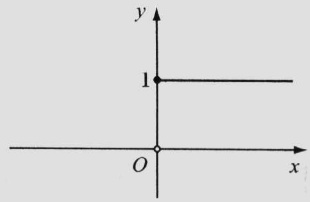


图 1－3

4. 狄利克莱函数“$D(x)$”，其定义为 $D(x)=\begin{cases}1, & x\in Q;\\ 0, & x\overline{\in} Q.\end{cases}$

5. 单位阶梯函数“$H(x)$”，其定义为(图 1－3) $H(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ 1, & x\geqslant 0.\end{cases}$

1.5 求导运算符

1. 微分算子“D”. 在 x 为自变量时，“D”是求导运算符“$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$”，通常把$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$记为 D$y$. 而“$\mathrm{D}^n$”则是求 n 阶导数的运算符“$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}$”，例如，$\mathrm{D}^n(x^n+\mathrm{e}^{-x})=\frac{\mathrm{d}^n(x^n+\mathrm{e}^{-x})}{dx^n}$ $=n!\ +(-1)^n\mathrm{e}^{-x}$.

2. 哈密顿算子“▽”，“▽”是梯度(向量)算子，以 x,y 为自变量的二元哈密顿算子为

$$\nabla=\boldsymbol{i}\,\frac{\partial}{\partial x}+\boldsymbol{j}\,\frac{\partial}{\partial y},$$

以 x,y,z 为自变量的三元哈密顿算子为

$$\nabla=\boldsymbol{i}\,\frac{\partial}{\partial x}+\boldsymbol{j}\,\frac{\partial}{\partial y}+\boldsymbol{k}\,\frac{\partial}{\partial z}.$$

当 $u=u(x,y,z)$ 时，

$$\nabla u=\boldsymbol{i}\,\frac{\partial u}{\partial x}+\boldsymbol{j}\,\frac{\partial u}{\partial y}+\boldsymbol{k}\,\frac{\partial u}{\partial z}=\operatorname{grad} u.$$

3. 哈密顿算子的衍生运算. 上一条告诉我们，当哈密顿算子作用在数量场上时，它是一个梯度算子. 当哈密顿算子作用于向量场时，有以下两种不同的情况：

(1)“$\nabla\cdot$”是一个散度算子，它等同于记号“div”. 即当

$$\boldsymbol{f}(x,y,z)=\boldsymbol{i}P(x,y,z)+\boldsymbol{j}Q(x,y,z)+\boldsymbol{k}R(x,y,z)$$

时，有

$$\nabla\cdot\boldsymbol{f}=\left\{\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right\}\cdot\{P,Q,R\}=\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}=\mathrm{div}\boldsymbol{f}.$$

(2)“$\nabla\times$”是一个旋度算子，它等同于记号“rot”. 即当

$$\boldsymbol{f}(x,y,z)=\boldsymbol{i}P(x,y,z)+\boldsymbol{j}Q(x,y,z)+\boldsymbol{k}R(x,y,z)$$

时，有

$$\nabla\times\boldsymbol{f}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ P & Q & R\end{vmatrix}=\mathrm{rot}\boldsymbol{f}.$$

4. 拉普拉斯算子“$\triangle$”，$\triangle$可用$\nabla\cdot\nabla$即∇^2来定义，以 x,y 为自变量和以 x,y,z 为自变量的二元及三元拉普拉斯算子具体可表示为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\quad 及\quad \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

而 $\Delta u=0$ 称为拉普拉斯方程，三元拉普拉斯方程 $\Delta u=0$，可表示为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0.$$

1.6 连续函数集的记号

1. 记号“$f(x)\in C$”表示“$f(x)$是连续函数”，“$f(x)\in C[a,b]$”表示“函数 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上连续”.

2. 记号“C^n”表示具有 n 阶连续导数(或偏导数)的函数集合，例 $f(x)\in\mathrm{C}^3$ 表示 $f'''(x)$连续，$u(x,y)\in\mathrm{C}^2$ 表示$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$，$\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}$及$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$都连续；当 $\boldsymbol{f}(x,y,z)=\boldsymbol{i}P(x,y,z)+\boldsymbol{j}Q(x,y,z)+\boldsymbol{k}R(x,y,z)$时，$\boldsymbol{f}\in\mathrm{C}^1$，意味着同时有 $P\in\mathrm{C}^1$、$Q\in\mathrm{C}^1$及 $R\in\mathrm{C}^1$.

1.7 区域边界的记号

单连通有界平面区域 D 的边界曲线记为∂D；

单连通有界曲面区域 S 的边界曲线记为∂S；

单连通有界立体区域 Ω 的边界曲面记为$\partial\Omega$.

习　题　1

1-1　证明：(1) $\max(a,b)=\frac{1}{2}[(a+b)+|a-b|]$；

(2) $\min(a,b)=\frac{1}{2}[(a+b)-|a-b|]$；

(3) $\max(a,b)+\min(a,b)=a+b$.

1-2　证明：$a^b=\exp(b\ln a)$，并由此证明：$a^{\ln b}=b^{\ln a}$.

1-3　下面各式中哪一个是恒等式，为什么？

(1) $\mathrm{int}(-x)=-\mathrm{int}(x)$；　(2) $\mathrm{int}(1+x)=1+\mathrm{int}(x)$.

1-4　用舍去小数尾数的取整函数来表示按小数尾数四舍五入的“取整函数”.

1-5　用分段函数的形式表示：

(1) $f(x)=\max(x^2,x+2)$；　(2) $g(x)=\min(x^2,x+2)$.

1-6　用符号函数来表示绝对值函数.

1-7　用狄利克莱函数表示函数

$$f(x)=\begin{cases}1, & x\in Q,\\ -1, & x\in\overline{Q}.\end{cases}$$

1-8　用单位阶梯函数 $H(x)$ 来表示函数

$$I(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$$

1-9　用单位阶梯函数 $H(x)$ 来表示符号函数 $\mathrm{sgn}(x)$.

1-10　利用单位阶梯函数的组合形式，来“不分段”地表示下列分段函数：

(1) $f(x)=\begin{cases}x+1, & x<0,\\ x^2, & x\geqslant 0;\end{cases}$　(2) $f(x)=\begin{cases}x+2, & x\leqslant x_0,\\ x^2, & x>x_0.\end{cases}$

1-11　利用 $\sum\limits_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$，求 $\sum\limits_{k=1}^{n}(2k-1)^2$.

1-12　利用阶乘表示 $\prod\limits_{k=1}^{n}(2k-1)$.

习题 1　答案或提示

1-1　提示：分两种情况 $a\leqslant b$ 和 $a>b$ 来讨论

1-2　提示：化 a 为 $e^{\ln a}$

1-3　(1) 不是恒等式，可举任一非整数实数 x 为例；

(2) 是恒等式，可分两种情况来讨论：x 是整数及非整数

1-4　$y=\mathrm{int}(x+0.5)$