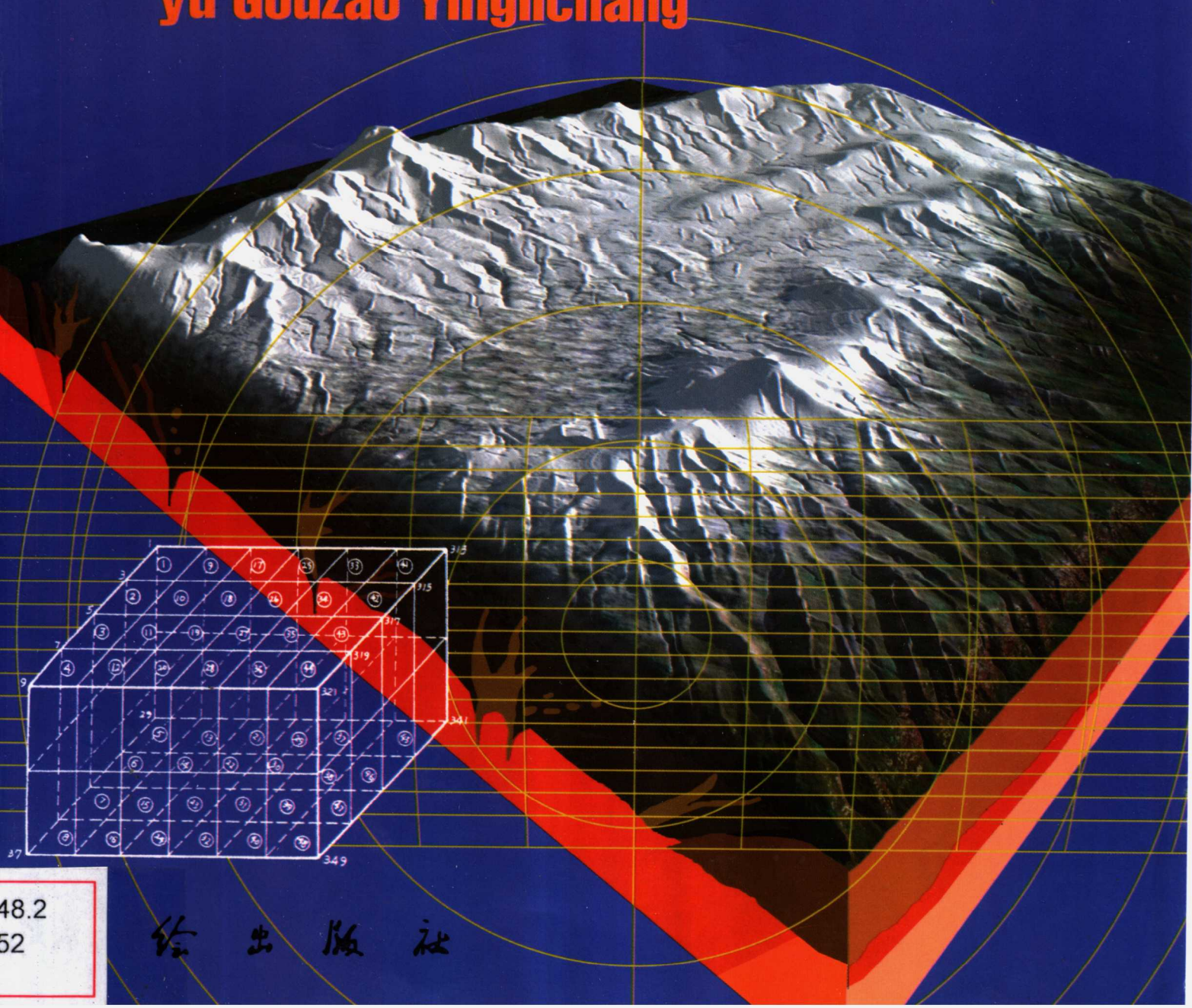


测绘科技专著出版基金资助

青藏高原地壳运动模型 与构造应力场

**Qingzang Gaoyuan
Diqiao Yundong Moxing
yu Gouzao Yinglichang**

许才军 著



48.2
52

绘 出 版 社

测绘科技专著出版基金资助

青藏高原地壳运动模型 与构造应力场

The Kinematic Models of Crustal Movement
and Tectonic Stress Field in the Tibetan Plateau

许才军 著

测绘出版社

· 北京 ·

内 容 提 要

本书系统地探讨了大地测量参与青藏高原地球动力学问题研究的理论和方法。从青藏高原地质构造背景和活动情况出发,兼顾大地测量观测特点,建立了青藏高原地壳运动学模型;结合青藏高原地震活动和 GPS 观测,利用地震矩张量反演分析了青藏高原及其邻区地壳运动情况;设计了青藏高原地壳运动监测系统。从固体力学基本方程出发,结合数值方法,提出用大地测量数据反演构造应力场理论,研究了由大地测量数据反演线弹性构造应力场的方法,分析比较了几种有影响的地球动力学学说,以相对运动地球动力学学说为基础,分析了青藏高原构造应力场的主动动力来源及构造应力场成因。建立了三维线弹性构造应力场数值模型,并结合大地测量数据对青藏高原构造应力场进行了数值模拟,探讨了青藏高原隆升机制。

本书可供从事大地测量、地质、地震、地球物理,以及矿产资源、工程建设、环境等专业的科学技术人员和大专院校相关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

青藏高原地壳运动模型与构造应力场/许才军著.

北京:测绘出版社,2002.3

ISBN 7-5030-0982-9

I. 青... II. 许... III. ①青藏高原-地壳运动-地质模型②青藏高原-构造地应力-应力场(力学)
IV. P548.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 16330 号

测绘出版社出版发行

(100054 北京宣武区白纸坊西街 3 号)

三河市艺苑印刷厂印刷·新华书店经销

2002 年 4 月第一版·2002 年 4 月第一次印刷

开本:890×1240 1/16·印张:6

字数:173 千字·印数:0001—2000 册

定价:16.50 元

前 言

大地测量学科发展的总趋势是向地球科学纵深发展,深入到其他地学学科的交叉领域,其主要任务是监测和研究地球动力学现象。以空间大地测量为标志的现代大地测量技术,不论在测量的空间尺度上还是已达到的精度水平方面,已经有能力监测地球动力学过程产生的运动状态和物理场的微变化,如板块运动、地壳形变、活动构造带的应力场,以及重力场变化、极移细节、自转周期的变化和海平面变化等。目前,现代大地测量正在更深的层次上卷入与相关地学学科的交叉发展中,对解决当代地球科学重大问题起着越来越重要的作用。大地测量在研究地学相关问题中的作用主要表现为:提供地球动力学系统中正在发生的过程输出的地表力学信号的全球数据和图像,为利用地球动力学模型反演深部结构和介质参数提供边界值或约束条件,为验证新理论、新模型提供大地测量检验。

青藏高原是我国大地测量深入地球科学领域的一个典型地区。在这一地区,地质、地球物理学家们已开展了大量的研究工作,取得了一批有价值的成果,为大地测量参与研究打下了基础。同时,由于地球科学的复杂性,青藏高原的地学研究也迫切要求地学各学科相互渗透进行综合研究,特别是大地测量学科的参与,这将会使高原地学研究模式化、定量化,研究结果将更具有科学价值。本书以作者结合国家测绘局“八五”攻关项目“青藏高原现今地壳运动监测及其动力学机制研究”而作的博士论文为蓝本,尽力开拓大地测量学的内涵,充分结合地质、地球物理资料探讨地壳运动动力学机制,主要探讨大地测量研究青藏高原地球动力学的反演理论与方法。

本书第一章主要介绍青藏高原地学研究现状和进展;第二章重点介绍青藏高原地壳运动学模型的建立;第三章论述青藏高原大地测量监测系统设计;第四章探讨大地测量反演构造应力场理论;第五章剖析青藏高原构造应力场成因;第六章数值模拟反演青藏高原构造应力场及探讨动力学机制;第七章简述青藏高原地壳运动进一步研究的课题与方法。

书中的有关研究工作得到武汉测绘科技大学陶本藻教授、晁定波教授及刘经南院士的指导和帮助,还得到武汉测绘科技大学张德涵教授和中国地震局武汉地震研究所王琪研究员的帮助。部分研究工作得到国家自然科学基金项目的资助。本书的出版得到武汉大学宁津生院士、中国科学院测量与地球物理研究所张赤军研究员和中国地震局武汉地震研究所徐菊生研究员的推荐。特别要感谢以国家测绘局陈俊勇院士为首的测绘科技专著出版基金管理委员会同意由测绘科技专著出版基金资助本书出版。

非常感谢我的妻子陈永红女士多年来给予的关心、理解、支持和帮助。

由于作者水平有限,错误和不足之处在所难免,恳请读者指正。

作 者

2001年2月

目 录

第一章 青藏高原地学研究现状和进展	(1)
§ 1.1 概述	(1)
§ 1.2 青藏高原地学研究现状和进展	(1)
§ 1.3 青藏高原地区开展的大地测量工作	(4)
§ 1.4 大地测量参与青藏高原地学研究的作用与任务	(5)
第二章 青藏高原地壳运动学模型	(7)
§ 2.1 引言	(7)
§ 2.2 用地壳形变模型描述高原地壳运动	(7)
§ 2.3 顾及地质资料的青藏块体运动学模型的建立	(12)
§ 2.4 用“板块变动”模型描述高原地壳运动	(14)
§ 2.5 地震矩张量反演建立青藏高原地壳运动学模型	(19)
第三章 青藏高原大地测量监测系统设计	(25)
§ 3.1 引言	(25)
§ 3.2 青藏高原地质构造背景及构造活动概况	(25)
§ 3.3 两种典型构造演化模式差异及局部监测网设计	(26)
§ 3.4 青藏高原区域大地监测网设计	(29)
§ 3.5 将青藏高原地壳运动监测纳入全球监测系统	(31)
第四章 大地测量反演构造应力场理论	(32)
§ 4.1 引言	(32)
§ 4.2 地壳构造应力场模型公式	(32)
§ 4.3 大地测量反演构造应力场原理	(34)
§ 4.4 大地测量位移值反演构造应力场分析	(35)
§ 4.5 大地测量地表位移值反演线(粘)弹模型构造应力场	(41)
§ 4.6 大地测量观测点分布方式对反演边界力影响	(42)
§ 4.7 观测值随机误差对反演边界力的影响	(45)
§ 4.8 断裂区单元划分大小对构造应力场计算结果的影响	(46)
§ 4.9 四维整体大地测量有限单元法	(48)
第五章 青藏高原构造应力场成因分析	(52)
§ 5.1 引言	(52)
§ 5.2 相对运动地球动力学与岩石圈运动力	(52)
§ 5.3 “相对运动地球动力学”学说的合理性	(54)
§ 5.4 青藏高原形成的初始动力源	(55)
§ 5.5 青藏高原构造应力场成因分析	(56)
第六章 青藏高原构造应力场数值模拟	(59)
§ 6.1 引言	(59)
§ 6.2 线弹性三维有限元数值模型	(59)
§ 6.3 构造应力场程序简介	(66)
§ 6.4 介质参数对三维构造应力场结果的影响	(66)
§ 6.5 青藏高原构造应力场数值模拟分析	(72)

第七章 结束语	(79)
§ 7.1 本书研究的主要内容及贡献	(79)
§ 7.2 进一步研究内容	(80)
附录	(83)
参考文献	(86)

第一章 青藏高原地学研究现状和进展

§ 1.1 概 述

青藏高原位于亚洲大陆的南部,地处巨型特提斯-喜马拉雅构造域的东段。它是世界上形成时代最晚、面积最大的高原。总面积超过 200 km^2 ,平均海拔高度 $4\ 500\text{ m}$,是地球上一个十分独特的地理单元,其巨厚的地壳、活跃的新构造运动、强烈的地震活动和环境变迁,对我国乃至亚洲大陆自然环境和人文地理产生巨大的影响。高原的崛起,是我们这个星球晚近地质时代最重大的地质事件之一。长期以来,这一地区一直吸引着国内外地学家的特别关注。近十多年来,国际地学界已掀起了青藏高原研究热。研究青藏高原地学问题,特别是高原地壳运动规律、高原增厚隆升机制、地质构造特征及对环境的影响,对于发展地球科学理论,阐明全球构造运动,对本区矿产资源的开发、国土整治和环境预测,防灾减灾等都有重要的科学和现实意义。

青藏高原是我国大地测量深入地球科学领域的一个典型地区。在这一地区,地质、地球物理学家们已开展了大量的研究工作,取得了一批有价值的成果,为大地测量参与研究打下了基础。同时,由于地球科学的复杂性,青藏高原的地学研究也迫切要求地学各学科相互渗透进行综合研究,特别是大地测量学科的参与。这将会使高原地学研究模式化、定量化,研究结果将更具有科学价值。

§ 1.2 青藏高原地学研究现状和进展

青藏高原的地球动力学特征受到国内外地学界的极大关注。地质学、地球物理学,由于学科性质的特征和需要,已经走在研究的前列。青藏高原地学研究主要集中于高原隆升、厚壳特征、地体拼合与增生、构造热演化等方面。其主要成果可概括如下:

(1) 青藏高原地区有昆仑山—秦岭、龙木错—玉树、班公错—怒江、雅鲁藏布江、库地—苏巴希等五条地缝合线。地缝合线把青藏高原划分成北昆仑、南昆仑、巴颜喀拉、羌塘、拉萨、江孜等六个地体,这些地体先后由晚石炭世、晚二叠世、晚三叠世、晚侏罗世及始新世等不同地质时期顺序增生到欧亚板块上。

(2) 在地壳厚度上,根据重力、人工地震、航磁等资料反演的结果基本上有一致性。根据测震资料,珠峰下方厚度为 $53\sim 55\text{ km}$,珠峰以北 45 km 处地壳厚度增至 70 km ,藏南地区东西方向变化缓慢,约 $70\sim 75\text{ km}$,南北方向变化较大,由 70 km 增至 76 km ,冈底斯山南缘约 65 km ,地壳厚度陡变带走向大体和高原边缘走向一致。根据 $1^\circ\times 1^\circ$ 布格异常反演的结果,其值偏低,最大厚度为 67 km 。

(3) 根据人工地震资料的解释,在剖面上岩石层具有明显的层状结构,横向明显不均匀。两个显著的特点是:西藏地区莫霍面起伏大;其上被错开有几条 10 km 左右的垂直断距和莫霍面有彼此叠覆的现象,如雅鲁藏布江两岸出现莫霍面断片的雁形排列,它意味着下地壳与上地幔之间物质的穿插与交换,这是受南北向强烈水平挤压作用的结果,使地壳压缩增厚。

(4) 青藏高原深部的热结构:现今青藏高原内部,分布着大量的热泉与热田,如羊八井地热田,藏北地区尚发育第四纪碱性火山喷发现象。已有的热流资料表明,喜马拉雅区与青藏高原内部,尤其是藏北高原内部具有很高的热流值,热流高达 $1.6\sim 2.8\text{ HFU}$ ($1\text{ HFU}=41.8\text{ MJ}/(\text{m}^2\cdot\text{s})$),远高于 1.4 HFU 的全球大陆热流平均值。根据地热测定,南部喜马拉雅地体和冈底斯地体呈热地体,表现为多层次的壳幔热结构和多层次的热作用,以冈底斯地体为例,对地热的来源,可作如下解释:① 减薄的地壳导致岩石层底部加热增强,产生向上传播的非稳定性热脉冲;② 局部地区产生的莫霍面

断错使下地壳与地幔部分叠合,成为壳幔物质交流的通道;③部分下地壳深融重熔,形成蘑菇状岩浆源区;④地壳中部区域性规模诱发热成因的局部熔融层;⑤加热的上地壳伴生岩浆囊和不同深度处的局部熔融体。特别是雅鲁藏布江蛇绿岩带上测得的热流值显示了缝合带上典型的地质-地球化学演化环境。地球物理探测结果则表明,青藏高原地壳内存在多个高导低速层,其中15~40 km深度范围内存在厚度达25 km的低速层,在藏北尚存在若干局部熔融区或部分熔融层。地震层析资料表明,在高原内部深120~310 km范围内,存在厚度达190 km的巨厚软流圈,在高原周缘,软流圈厚度显著变小甚至缺乏。

(5) 属国际岩石圈计划,由原地质矿产部和中国科学院完成的中国青藏高原“亚东—格尔木地学断面”通过地质-地球物理综合调查和研究,“揭示了大陆碰撞的第三种演化模式,即俯冲—逆冲叠覆模式”(吴功健,1990)。

(6) 青藏高原是现代构造运动强烈的地区。自新生代以来,青藏高原构造变形的特点表现为强烈的SN向挤压、逆冲和推覆构造,在后期出现伸展拉张构造。这些构造的形成除了与印度板块推挤有关外,尚与地壳深部温度变化引起的热应力有关。在高原周缘和内部存在许多活动断层,历史及近代地震地表破裂。高原周缘为规模巨大的逆断层、逆走滑和走滑断层所围限。青藏高原周缘与内部的活动断层在力学性质、运动方式、活动幅度上有明显的差别。大量地表地质和震源机制研究表明:青藏高原现代变形以东西拉张和部分块体之间的走滑为主。从活动断层和地震地表破裂带的活动性质和组合情况来看,高原内部的应力场具有北东—近南北向的挤压和近东西向的拉张的特点。

印度板块与欧亚板块碰撞以来,青藏高原开始大范围抬升,周缘剧烈崛起。在高原及其周缘显示曾发生过如下构造事件:①高原南部喜马拉雅前陆逆冲叠覆体(即地壳增生楔)形成;②高原南部物质向南东挤出,形成大规模挤压转换带;③高原腹地伸展形成南北向裂谷,并伴随产生碱性火山作用;④高原北部的挤压作用形成后陆逆冲带及阿尔金走滑逆冲带;⑤高原东部的挤压作用形成龙门山逆冲带。

关于青藏高原构造演化、增厚隆升机制这一热点问题,自1924年Argand提出了印度地盾向西藏高原俯冲的观点后,又有认为印度板块以低角度往北大规模俯冲于青藏高原下,形成双层地壳,而后由于重力均衡造成高原隆升(C. Powell, 1973; M. Barazangi, 1982; N. Beghoul, 1993),青藏高原岩石圈的缩短与加厚和印度板块、欧亚板块碰撞同时发生(J. Dewey, 1973, 1989; P. England, 1986)。另一些学者则认为,印度板块岩石圈往北深深地俯冲于青藏高原之下(M. P. Coward 1985, 1988; M. Mattauer, 1986);有用印度板块楔往北俯冲造成欧亚板块向东挤出,来解释印度板块和欧亚板块碰撞所形成的陆内变形远程效应(Tapponnier、Molnar, 1977);有俯冲-叠覆模式(常承法等, 1982; C. J. Allegre *et al.*, 1984),滑脱-推覆模式(许志琴, 1988; M. Mattauer, 1986)、回流模式(崔军文等, 1990)、挤入模式(曾融生等, 1992);还有某些学者提出了青藏高原的高度是由于地幔的拆沉作用(Zhao W L., 1985)或软流圈中的对流作用造成的(P. Molnar, 1988);也有一些学者开始注意到高原北部可能存在往南的大陆俯冲作用(M. Mattauer, 1986; 白文吉, 1987; Ph. Matte, 1997)。这些模式的提出利用了地质学方面的沉积特征、岩浆运动、变质作用和碰撞构造等理论和证据,也结合地球物理学手段,如地震活动、地热分布、重力异常等证据。这些成果代表了近代青藏高原构造演化、隆升增厚模式研究的新水平,但仍存在着多种分歧。

青藏高原究竟何时开始隆升?何时形成现在的格局?各个阶段的状态如何?至今仍是争论的问题。从地质作用的过程看,自印度次大陆与亚洲主大陆开始碰撞起,青藏高原现今各块体即连成了一个整体,大陆碰撞这个历史性转折事件即是青藏高原隆升的起点。这个划分是人为的,实际上从新特提斯向北消减起,冈底斯即以科迪勒拉型造山形式而逐步从海底升起。根据同位素年代学等综合分析,大陆碰撞以来,高原的抬升可分四个阶段;青藏高原的隆升是多阶段、非均匀、不等速过程,是多种机制联合作用的产物,存在快速抬升阶段(45~38 Ma, 25~17 Ma, 13~8 Ma, 3 Ma至现代)和长期的夷平过程(丁林,钟大赉, 1995),青藏高原现今的面貌是3~4 Ma以来快速抬升的结果。通过遥感卫星照片判读、大地测量资料、地震活动和震源机制分析,结合地体性质、地壳结构及不同

期发生的构造运动情况,对青藏高原三维变形运动学进行了进一步研究(马宗晋等,1998),认为青藏高原的构造演化历史可以划分为 α 、 β 、 γ 和 δ 四个构造期。它们在时间上可能互有叠置,但运动性质完全不同。 α 期(45~35Ma)以南北缩短和向北推移为主。之后,进入了以垂向加厚和抬升隆起为主的变形运动阶段,抬升隆起具有明显的阶段性:早期(β 期,35~53Ma)为缓慢抬升,晚期(γ 期,5.3~3.0Ma)为快速抬升。抬升过程分别表现为长周期和短周期的脉动特点。不同抬升期和脉动期具有不同的抬升速率。总的看来,青藏高原近东西向断裂和阿尔金断裂由挤压逆冲转变为走滑的时间大致都发生在第三纪末—第四纪初,其他方式的伸展变形的开始时间也大体与此相当。这意味着青藏高原的三维变形在3.0 Ma以后逐渐转变为以伸展变形和向东挤出为主的运动体制(δ 期)。在青藏高原形成演化的一定阶段出现伸展是三维变形的必然结果。东西伸展之所以表现为向东挤出的运动方式,主要是由于印度板块的向北推挤在帕米尔地区的“西构造结”受到相对稳定的塔里木地块的强烈阻挡,以及沿阿尔金断裂的大规模左行走滑位移造成的。从整体上看,青藏高原以羌塘地块为中心,其南部的东西向断裂最新构造运动均为右旋,而北部的近东西向断裂均为左旋,表明夹持其间的羌塘地体被向东挤出,与此同时,羌塘地体还通过内部北东和北西两组共轭断裂挤压或拉张剪切作用发生东西向伸展。相对于所有其他形式的伸展变形来说,沿近东西走向断裂的走滑运动是主导的。

青藏高原的形成及其隆升问题是一个非常复杂的问题。青藏高原是由多地体拼合而成的,各地体的构造形态有明显的差异。大量地质及地球物理资料表明:青藏高原腹地岩石圈古老变形主要以南北挤压下的垂向塑性拉伸(中、下地壳)或脆性叠瓦(上地壳和岩石圈上地幔)为主,而现代变形表现为东西向的拉张和顺时针旋转流动。现代变形主要受上地幔北东向流动所控制;印度板块俯冲总体上限制在雅鲁藏布江缝合线以南,在康马附近以较高的角度俯冲到150~200 km之间,然后逐渐变平。在藏南岩石圈上部存在局部熔融,在藏北羌塘和松潘甘孜地块下方的上地幔存在一上升的地幔柱。

吕庆田(1998)在综合大量地质及地球物理资料基础上认为青藏高原形成、演化的动力学模式可概述为:青藏高原是由不同时期从冈瓦纳古陆分离出的微板块拼合而成的。从新生代开始,随着特提斯洋的关闭,印度板块和欧亚板块南部发生高角度陆-陆俯冲,青藏高原岩石圈内部不同圈层表现出不同的增厚变形特征;中新世以后增厚的岩石圈上地幔发生不均匀剥离,并导致青藏高原快速隆升,使青藏高原由以南北挤压变形为主变为以东西拉张变形为主,部分地区出现火山活动。

潘裕生(1999)通过一些实验研究,认为青藏高原的形成与隆升完全受控于印度地盾的持续北移推挤,高原经历了多次叠加压扁变形、南北缩短、垂向拉伸、东西流展、热作用等。他把这一统一过程归纳起来,提出了“叠加压扁热动力模型”。

蔡学林等(1999)将研究青藏高原隆升及地球动力学机制与沉积盆地的形成和演化联系起来,通过对青藏高原隆升机制和隆升过程与前陆沉积盆地变形作用时空耦合关系的对比研究,提出了青藏高原隆升的多向碰撞楔入隆升的变形动力学模式:青藏高原碰撞隆升过程中,高原边缘以走滑挤压构造为主,高原内部以伸展构造为主。岩石圈变形总体是:上部以伸展变形为主,中部以挤压变形为主,下部以伸展变形为主。

滕吉文等(1999)提出喜马拉雅碰撞造山带的深层动力过程与陆-陆碰撞新模型:青藏高原的整体隆升与地壳缩短和其增厚的物理-力学机制是该区深部物质与能量交换,圈层结构与物质运移及其耦合的产物。印度板块与欧亚板块碰撞的前缘——喜马拉雅碰撞造山带错综的深层动力过程是本质。基于地震瑞利波三维速度结构和深部地震探测结果,发现雅鲁藏布江南北两侧深部构造和地球物理场差异显著,并具有特异的深层动力过程。提出了印度板块地壳和上地幔物质由此“挺进”,分别在不同挡体阻隔作用下终止于不同部位的双层“楔板”新模式,在南北双向挤压力作用下形成了喜马拉雅碰撞造山带和青藏高原隆升的复杂格局。

傅容珊等(1999)提出青藏高原隆升过程的三阶段模式:印度板块和欧亚板块汇聚、大陆碰撞及大陆形变;基本特征为青藏高原地壳的加厚和缩短,地壳物质的横向流动。青藏高原隆升过程呈现多阶段性、多样性和复杂性。组成青藏高原的各块体可能有不同的主导隆升机制。青藏高原不仅是印度板块和欧亚板块汇聚、碰撞以及大陆形变的结果,它也是青藏高原大陆岩石层和下伏地幔物质运动的

相互耦合、相互作用的结果。青藏高原隆升表现为断离隆升—挤压隆升—对流隆升的三阶段模式。

对于青藏高原地学研究,除地质学、地球物理学外,还需要与地学有关的相关学科的逐步深入和参与。

§ 1.3 青藏高原地区开展的大地测量工作

从 20 世纪 60 年代以来,国家测绘部门在青藏高原地区进行了相当规模的大地测量工作,其中包括:

1. 在 60~70 年代布测了国家一、二等三角测量和导线测量,包括格尔木—安多—狮泉河—皮山—若羌的我国最大的一等三角锁环和格尔木—沱沱河—竹节寺—玛多—诺木洪的标准尺度的三角锁环,大锁环的狮泉河—安多段横贯西藏中部,长约 1 200 km,大环中由两条相交一等导线分成 4 个三角锁—导线环,这 4 个环中又各布设了 1 条二等导线(包括 1 条二等三角锁与导线相接段);距南部边境线 100~200 km 布设有 1 条长一等导线,并连有若干二等导线及沿一等导线的三等三角网(宽 100 km 左右),西藏东部地区有约 $4^{\circ} \times 3^{\circ}$ 的大面积三等三角网。

2. 绝大部分(约 90%以上)一等三角点和导线点上测了一等或二等天文构成天文水准。

3. 一、二等水准路线大致与一、二等三角锁或导线重合,到目前为止已有 3 期复测成果,第一期测于 1960~1961 年;第二期测于 1976~1981 年;第三期测于 1992 年。

4. 施测一、二等重力约 5 400 点,但分布不均,沿一等水准路线约 10~15 km 一点,每 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 单元为 6~80 点不等,其中拉萨西北色哇—班戈地区 $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ 中 4 个相邻 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 单元,每个单元重力点分别为 552, 564, 665, 93, 这一区域在格尔木—亚东地学大断面上略偏西,除去这 4 个重力密集单元外,平均 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 有 25 个重力点。

5. 1966 年、1975 年、1992 年和 1998 年为测定珠峰高程和水平位置进行了 4 次大规模的大地测量,包括水平定位、高程、天文、重力和气象等项目。

6. 在青藏地区已完成 1 : 10 万地形图的编制,西藏东部地区以及沿国境线 100~200 km 宽度范围还完成了 1 : 5 万地形图。

随着空间大地测量观测手段的不断发展, GPS 已成为研究青藏高原地壳运动的主要工具。从 80 年代末开始,国家测绘局、中国地震局、中国科学院等单位在青藏高原及邻区布设了大量 GPS 观测点并进行了复测。国家测绘局 1991 年完成了中尼边境珠穆朗玛峰北、南两侧 16 点组成的 GPS 网(约 $250 \text{ km} \times 250 \text{ km}$),又在西藏、青海施测了 35 个点;1992 年在珠峰地区布设了 GPS 监测网,为珠峰高程复测施测了 8 个点,1998 年进行了复测;复测点有曲宗、珠峰基准点、Ⅲ 7、西 1、I 定江 1、I 定江 6、I 定江 2、吉隆 8 个点。国家测绘局与德国合作在新疆地区观测了三期。还有中法西藏网、中美(MIT)天山网等。1988 年,中国地震局地震研究所与德国汉诺威大学合作,最早在我国建立了 GPS 地壳形变监测网(22 个站),已于 1988 年、1991 年、1997 年和 1999 年进行了四次观测。此外,川西 GPS 监测网(16 个站)于 1990 年、1997 年和 1999 年进行了三次观测,滇西、川西还于 1991 年进行了联网观测,此外在鲜水河断裂带,四川地震局布设有跨断层 GPS 网,并于 1992 年、1996 年进行了两次观测。中国地震局地震研究所、第一地形变监测中心、第二地形变监测中心分别于 1993 年、1997 年、1998 年对青藏高原 GPS 监测网(酒泉、肃北、大柴旦、德令哈、格尔木、沱沱河、唐古拉、安多、索县、那曲、当雄、工布江达、拉孜、江孜、日喀则等 15 个站)进行了三次观测,1993 年、1998 年、1999 年对河西走廊 GPS 监测网(包括肃北、敦煌、安西、西宁、银川等 40 个点)进行了三次观测。中国科学院测量与地球物理研究所在藏南布设了 GPS 监测网(8 个点),于 1992 年、1996 年进行了两次观测。武汉测绘科技大学在国家自然科学基金资助下,在青藏高原中东部布设了 GPS 锁网,并于 1993 年、1995 年、1997 年、2000 年进行了四次观测。其中 2000 年美国科罗拉多大学及阿拉斯加大学在藏南和尼泊尔进行国际联测。成都地质矿产研究所与美国麻省理工学院合作,在青藏高原东部及相邻的四川盆地和云贵高原,布设了龙门山网和云南网。

此外,“中国地壳运动观测网络”在青藏高原及邻区布设了大量 GPS 站,其中包括 9 个基准站(德令哈、拉萨、西宁、乌鲁木齐、乌什、盐池、塔什库尔干、下关和昆明)、28 个基本站,目前基准站已开始正式运行,基本站已在 1998 年 8 月进行了第一次全区观测,根据计划 2000 年进行一次复测;所有区域站(包括基本站)于 1999 年 3 月~8 月进行了一次全区观测,并于 2001 年进行复测。

由青藏高原中东部的 GPS 资料分析可得:西藏块体大约以 (28.5 ± 5.0) mm/a 的速率,沿 $N31^\circ E$ 方向朝西伯利亚运动,而喜马拉雅块体则以 (46.0 ± 6.2) mm/a 的速率,沿 $N27^\circ E$ 方向朝西伯利亚运动,而西藏块体与喜马拉雅块体向东运动的速率分别为 (14.8 ± 5.2) mm/a、 (21.1 ± 7.2) mm/a(刘经南,许才军,宋成骅,1998);青藏高原现今地壳运动仍以南北向挤压、东西向拉张、垂直方向隆升为主。喜马拉雅块体的相对汇聚速率为 (19.5 ± 1.7) mm/a,拉张速率为 (5.5 ± 6.0) mm/a,隆升速率为 (7.6 ± 5.2) mm/a。西藏块体相对于格尔木南北向缩短率大约为 (9.3 ± 4.6) mm/a,东西向拉张速率大约为 (8.7 ± 6.4) mm/a,中部拉张速率最大约为 (15.6 ± 6.3) mm/a,反映了高原的侧向挤出运动。印度板块向北运动量,大约 40% 由喜马拉雅块体吸收,大约 20%~30% 由西藏块体吸收。喜马拉雅块体以压应变为主,西藏块体中部以张应变为主,青藏高原最大张应变率和最大压应变率分别为 $0.131 \times 10^{-6}/a$ 和 $-0.189 \times 10^{-6}/a$ (刘经南,许才军等,2000)。这些结果反映了青藏高原现今地壳形变与应变情况,它与地质、地震资料得到的青藏高原现代构造形变特征是一致的。这些结果也表明青藏高原三维地壳运动可能是由于多因素驱动力作用引起的。

在印度板块与欧亚板块的碰撞带, GPS 观测结果分析表明:南北向穿越尼泊尔、喜马拉雅山的汇聚率为 18 ± 2 mm/a,藏南东西向拉张速率为 11 ± 3 mm/a(Larson, *et al.*, 1999)。

1959~1961 年和 1979~1981 年的两期精密水准资料结果表明,青藏高原的上升速率,由北向南递增,南部明显大于北部,沱沱河—炉霍一带相对稳定,向南依次增大到狮泉河—萨噶—邦达一线,其平均上升速率达 8.9 mm/a,其中拉萨—邦达段最大,达 10 mm/a(张春松等,1991)。中国科学院测量与地球物理研究所从 1982 年起对成都—拉萨进行重复重力测量。根据膨胀源模式建立了重力变化与垂直位移的关系,计算了拉萨相对于成都的地壳垂向变化率为 11.98 mm/a(蒋福珍,1989)。尼泊尔采用精密水准,先后于 1974 年和 1990 年两次测定了从加德满都谷地沿中国—尼泊尔公路到中—尼友谊桥的垂直地壳位移,设以加德满都河谷为该水准的起始点,由此往北的上升速率为递增趋势,至大喜马拉雅上升速率约为 6~7 mm/a(R. Bilham, Project of GPS in the Himalaya, 1991)。利用水准资料计算所得喜马拉雅块体相对西藏块体隆升速率为 7.5 ± 5.6 mm/a(M. Jackson and R. Bilham, 1994)。

用大地测量资料研究青藏高原的地壳运动远非理论化、系统化。特别是大地测量学科如何参与青藏高原形成、构造演化动力学机制的研究,是大地测量学者们迫切需要解决的问题。

§ 1.4 大地测量参与青藏高原地学研究的作用与任务

大地测量参与青藏高原地学研究,最根本的一点是研究高原的地壳运动。大地测量可以用重复的高精度水准手段提供地壳的垂直运动信息,用 GPS 可以以 $10^{-8} \sim 10^{-10}$ 的精度监测点距几十至几百公里不同尺度范围的地壳地表运动和形变,用 VLBI 和 SLR 技术可以测定相距数千里的全球板块运动;现代精密重力仪可以微伽的精度测定重力场的变化。通过这些运动信息的数据处理,可以直观地描述高原地壳运动规律。然而地表地壳运动是地球深部动力学过程的一种表象,研究地壳运动,需要结合地质、地球物理等资料,探讨构造运动的动力学机制,研究构造运动的力源。李四光在《地质力学概论》一书中曾指出,“从各种构造类型反映出来的地应力活动方式推断各个地区作为一个整体被‘体力’或‘外力’推动的方式和方向,再把区域性运动综合起来探讨地壳运动的方式和方向”。通常,地应力的活动方式是通过构造应力场的研究来加以解释的。构造应力场的研究方法,目前主要有地质学、地震学、地应力测量和数理模拟等四类方法。地质学方法是在搞清构造变形的空间分布及其运动特征的基础上进行的,是利用岩层中已存在的构造形迹特征来分析变形时的构造应力状态;地震学的

方法主要是利用震源机制和地震构造变形资料分析构造应力场,这种方法分析的结果主要反映地震发生时期的现代构造应力场;地应力测量方法主要是利用钻孔倾斜资料分析构造应力场,一般钻孔倾斜方向是与最小水平主应力一致的,因此通过大量钻孔倾斜方位资料的统计,可以大致反映区域构造应力场。然而地应力测量、地貌分析、震源机制解只能提供空间上零星的、时间上不连续的资料,为了理解地壳构造应力场类型、特征及驱动力源,需要通过一定的构造物理模型来推测。用数理方法研究构造应力场,特别是数值模拟方法,具有灵活性,能全面反映区域的构造应力场概貌。数值模拟构造应力场早期的工作有19世纪后期的达尔文、开尔文,20世纪初期的勒夫、列宾逊等,他们都做了全球自转、极移等应力场分析。60年代高速计算机的发展,特别是有限元、边界元方法的引用,应力场的计算有了很大的发展,Richardson (1979, 1980)、Tapponnier (1976)、汪素云 (1980)、王仁 (1985) 等都数值方法进行过应力场研究,然而,从某种意义上说,他们采用的数值模拟方法研究构造应力场,由于约束条件不充分,所采用的构造物理的数值模型都处于一种不确定的状态,至少是不惟一确定状态。这主要是因为缺乏足够的观测资料来保证模拟结果的正确性。而大地测量能够在全球范围内高精度地提供足够的观测位移值约束,且大地测量数据可以对地壳运动的方式和方向给予合理解释,因此,用大地测量观测值来研究构造应力场必将使结果更合理可靠。近几年来,国内外许多学者通过数值模拟方法,结合地应力测量、震源机制解等结果反演研究了板块区域构造应力场,探讨了驱动力源及影响因素(许忠淮, 1992; 汪素云, 1996; Coblenste, 1996; 王世民, 1996; 安美建, 1998), 其中王世民除应用实测地应力资料外,还应用了VLBI和GPS等空间大地测量资料。用大地测量观测值研究构造应力场及力源,实际上是一个反演问题,由结果反推原因,即通过大地测量数据反演构造应力场,再推断其力源。

由此可见,大地测量参与青藏高原地学研究,其主要任务有两方面:一是研究青藏高原地壳地表运动,建立高原地壳运动学模型,直观地描述高原地壳运动规律,二是用大地测量数据结合地质、地球物理资料研究青藏高原构造应力场,推断驱动力源,建立合理的高原动力学模型,对高原构造演化、隆升机制作出合理的解释。

大地测量研究青藏高原地壳运动是一项长期而又艰巨的任务,目前才刚起步。大地测量学科参与青藏高原地学研究,必定为其本学科的发展及对地球科学发展作出重要贡献。

第二章 青藏高原地壳运动学模型

§ 2.1 引言

随着大地测量监测系统在青藏高原逐步建立,观测数据和观测类型将愈来愈多,因此,如何合理地处理这些不同观测类型的数据,建立合适的青藏高原地壳运动学模型,将是大地测量学者面临的迫切任务,这也是大地测量与地质学、地球物理学相互渗透研究青藏高原地球动力学问题的前提。大地测量监测结果具有离散性和间断性,特别是对青藏高原这样自然条件特殊的地区,要在整个范围内均布密集的测点是不现实的。为使大地测量监测系统合理地反映高原地壳运动的概貌,即既要反映出真实的运动学特征,又要对整个青藏高原具有广泛的代表性,选择合适的数学模型来建立高原地壳运动学模型是非常重要的。

本章系统地讨论用大地测量监测数据建立青藏高原地壳运动模型的理论和方法。综合地质学、地球物理学资料,提出用“板块变动”模型描述高原地壳运动,并基于空间大地测量观测值建立实用数学模型。本章还详细讨论了各种地壳运动学模型应用问题,充分顾及地质、地球物理资料确定的地壳运动的先验信息,结合高精度大地测量观测值,使建立的青藏高原地壳运动学模型更有科学性,也能更合理地反映高原现代地壳运动;利用1900年以来284次大于5.0级地震的地震矩张量,由卡斯特罗夫(Kostrov)公式计算了地震应变率;综合GPS地壳应变率、地震应变率及地质构造背景探讨了青藏地区现今地壳形变特征及地震危险性区域。

§ 2.2 用地壳形变模型描述高原地壳运动

1. 用水准测量数据建立高原地壳垂直形变模型

处理水准测量数据,建立准静态、线性单点运动模型、非线性单点运动模型、随机运动模型或卡尔曼滤波实时运动模型,可用来描述地壳的垂直运动,进行区域的地壳垂直运动速率面拟合预测,其主要模型有多项式速率面拟合模型和多面函数描述垂直运动速率面模型。

(1) 多项式速率面拟合模型

设监测网中任一水准点其运动速率为 H_i ($i=1, 2, \dots, n$), 相应水准点的平面坐标为 $P_i(x_i, y_i)$, 并假设地壳垂直运动速率面是连续面, 点的运动速率与点的平面位置有关, 则监测网区的地壳垂直运动速率面的函数模型为

$$s(x, y) = f(x, y) + \Delta \quad (2-1)$$

若多项式取至二次项, 则 $f(x, y)$ 可表示为

$$f(x, y) = a_1x + a_2y + a_3xy + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 \quad (2-2)$$

该模型的特点是多项式的项数决定了拟合的逼近程度, 但实际应用中, 次数选取太高, 最小二乘拟合法的方程会出现病态, 且对非采样点的预测效果欠佳, 若观测点分布均匀, 内插效果较好, 但外推预测范围不宜大。

(2) 多面函数描述垂直运动速率面模型

这是美国 Hardy 教授提出的一种曲面拟合方法, 我国陶本藻教授、黄立人研究员等也对它作过深入研究, 该方法的依据是: 任何数学表面和任何不规则的光滑表面, 均可由数学上定义的多个表面的总和, 以任意精度逼近。任意的速率面上某一点 (x, y) 处的垂直运动速率 $S(x, y)$ 可表达为

$$S(x, y) = \sum_{j=1}^n \alpha_j Q(x, y, x_j, y_j) \quad (2-3)$$

式中： u 为节点总数； α_j ($j=1, 2, \dots, u$) 为待估参数； $Q(x, y, x_j, y_j)$ 为核函数。

核函数 $Q(x, y, x_j, y_j)$ 在理论上可以任意选择，但在实际应用中，应考虑研究对象的性质，一般核函数有下列形式：

$$Q(x, y, x_j, y_j) = [(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + \delta^2]^\beta \quad (2-4)$$

式中： δ 为光滑因子， β 通常取 $\frac{1}{2}$, 1 , $-\frac{1}{2}$ 等。研究（陶本藻等，1990）表明，多面函数作为高程速率面的拟合预测函数，最好选择双曲面作为核函数，即

$$Q(x, y, x_j, y_j) = [(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + \delta^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (2-5)$$

其中 δ 可取一小正数或零。

按照青藏高原地质构造背景和活动构造背景，青藏高原的地壳垂直运动模型宜分区建立，对不同的活动构造区或地体采取不同的多面函数，且模型参数需用统计分析进行假设检验。青藏地区的垂直运动多面函数模型可表示为下列一般形式：

$$H(x, y) = \sum_{i=1}^N S_i(x, y) = \sum_{j=1}^{u_1} \alpha_j Q_1 + \sum_{j=1}^{u_2} \alpha_j Q_2 + \dots + \sum_{j=1}^{u_N} \alpha_j Q_n \quad (2-6)$$

式中： N 为分块（区）数； $u_1, u_2, \dots, u_N$ 分别为各块（区）节点数； $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ 为各块（区）的核函数。

2. 地壳水平形变模型的建立

青藏高原地壳形变测量主要选择地缝合线（断裂带）、活动断层等地质构造活动的地方，其地壳运动不仅在空间上表现为不连续，而且在时间上也可能出现突变，因此，在建立水平形变模型时，要具体情况作出决断。

地壳水平形变模型通常被描述为刚体的平移和旋转，以及弹性体的变形等几种简单运动的叠加。若大地测量观测值横跨地体，可以用块体位移模型来简单描述。块体位移模型可表示为

$$\begin{cases} u(x_A, y_A) = 0 \\ v(x_A, y_A) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u(x_B, y_B) = a_0 \\ v(x_B, y_B) = b_0 \end{cases} \quad (2-7)$$

即 B 块体相对于 A 块体的位移。

而对于一个块体（地体）上的观测值，可用均匀应变模型简单描述之。均匀应变模型表示为

$$\begin{cases} u(x, y) = \epsilon_x \cdot x + \epsilon_{xy} \cdot y + \omega \cdot y \\ v(x, y) = \epsilon_{yx} \cdot x + \epsilon_y \cdot y - \omega \cdot x \end{cases} \quad (2-8)$$

其中：

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (2-9)$$

对于跨断层的测量数据，可以用位错模型来描述。位错模型又分为刚体滑动模型、表面断层滑动模型和地下断层滑动模型。

刚体滑动模型为

$$u_i = \frac{a}{2} \text{sign}(y_i) \quad (2-10a)$$

表面断层滑动模型为

$$u_i = \frac{a}{\pi} \arctan(d/y_i) \quad (2-10b)$$

地下断层滑动模型为

$$u_i = \frac{a}{\pi} \arctan(y_i/d) \quad (2-10c)$$

位错模型以断层线为 x 轴，垂直断层线方向为 y 轴（见图 2-1）， u_i 是地表任一点 i 沿 x 轴方向的位移， a 是断层两边块体在断层处总的相对位移量， d 是表面断层深度或地下断层深度。

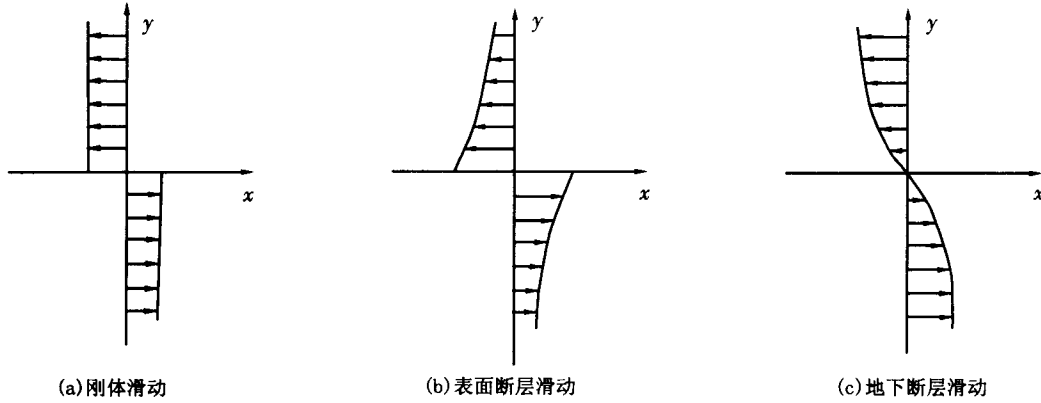


图 2-1 位错模型

除上述几种水平形变模型外，也可以用多项式、核函数来描述较复杂的变形模式。

3. 四维整体大地测量与三维形变模型

青藏高原大地测量监测系统，包括有水准、重力、GPS 等多种监测网，是一个三维整体大地测量监测网。事实上，普遍公认青藏高原变形具有下述特征：既有南北向的缩短，又有垂向上的增厚和抬升，再加上东西方向的拉伸，变形是三维的。因此，用整体大地测量方法处理监测数据并建立三维形变模型是非常必要的，处理各类多期的动态大地测量监测资料，需要用四维整体大地测量方法，四维整体大地测量在青藏高原地壳动力学研究中将具有广阔的前景。

(1) 四维整体大地测量模型

四维整体大地测量的一般观测方程为

$$L(t) = F(X(a, t), W(X(a, t), b, t)) \quad (2-11)$$

式中： $L(t)$ 为时变观测测量； $X(a, t)$ 为时变三维点位向量；参数向量 a 是点位时变模型参数， $W(X(a, t), b, t)$ 是时变重力位，向量 b 是时变重力位模型参数， F 是一个作用于 X 和 W 的非线性泛函，鉴于目前我们对青藏高原的认识情况，暂不考虑参数向量 a 和 b 的作用。由此

$$L(t) = F(X(t), W(X(t), t)) \quad (2-12)$$

为使式 (2-12) 线性化，先作如下分解：

$$X(t) = X(t_0) + \dot{X} \Delta t \quad (2-13)$$

$$W(X(t), t) = U(X(t), t) + T(X(t), t) \quad (2-14)$$

其中 $\frac{\partial X}{\partial t} = \dot{X}$ ，考虑到 $U(X(t), t)$ 是正常位，仅取决于时变点位，即有 $U(X(t), t) = U(X(t))$ ，且正常位中的参数一般采用固定常数，则有

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (2-15)$$

故

$$U(X(t), t) = U(X(t_0), t_0) + \frac{\partial U}{\partial X} \dot{X} \Delta t$$

$$T(X(t), t) = T(X(t_0), t_0) + \frac{\partial T}{\partial X} \dot{X} \Delta t + \frac{\partial T}{\partial t} \Delta t$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{T}$$

$$W(X(t_0), t_0) = U(X(t_0), t_0) + T(X(t_0), t_0)$$

于是有

$$\begin{aligned} W(X(t), t) &= W(X(t_0), t_0) + \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial T}{\partial X} \right) \dot{X} \Delta t + \dot{T} \Delta t \\ &= W(X(t_0), t_0) + \frac{\partial W}{\partial X} \dot{X} \Delta t + \dot{T} \Delta t \end{aligned} \quad (2-16)$$

由此, 式 (2-12) 线性化表达式为

$$L(t) = F(X(t_0), W(X(t_0), t_0)) + \left(\frac{\partial F}{\partial X} + \frac{\partial F}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial X} \right)_{t=t_0} \dot{X} \Delta t + \frac{\partial F}{\partial W} \dot{W} \Delta t \quad (2-17)$$

进一步写成矩阵形式为

$$\delta L(t) = A \dot{X} + B \dot{W} + n \quad (2-18)$$

式中: A , B 为系数阵, n 为噪声。

$$\begin{cases} A = \left(\frac{\partial F}{\partial X} + \frac{\partial F}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial X} \right)_{t=t_0} \Delta t \\ B = \left(\frac{\partial F}{\partial W} \right)_{t=t_0} \Delta t \end{cases}$$

利用最小二乘配置等方法由式 (2-18) 可以求解 $\dot{X}$ 和 $\dot{W}$ 。

(2) 三维应变模型

在三维应变中, 应变与位移关系定义为

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ r_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = r_{yx} \\ r_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = r_{zx} \\ r_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = r_{zy} \end{cases} \quad (2-19)$$

式中: u, v, w 为点位位移在 x, y, z 方向上的分量; $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 为 x, y, z 轴上的线应变, 伸长为正, 缩短为负; r_{xy}, r_{yz}, r_{xz} 分别为 xy 方向、 yz 方向和 xz 方向上的剪应变。由于四维整体大地测量给出的是位移速率, 相应地, 可以用应变速率模型来描述三维动态应变, 仿照式 (2-19) 可定义为

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_x = \frac{\partial \dot{u}}{\partial x}, \dot{\epsilon}_y = \frac{\partial \dot{v}}{\partial y}, \dot{\epsilon}_z = \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \\ \dot{r}_{xy} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \\ \dot{r}_{xz} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \\ \dot{r}_{yz} = \frac{\partial \dot{v}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} \end{cases} \quad (2-20)$$

对于均匀应变场, 应变与位移可表示为:

$$\begin{cases} u = u_0 + x \epsilon_x + y \epsilon_{xy} + z \epsilon_{xz} - y \omega_z + z \omega_y \\ v = v_0 + x \epsilon_{xy} + y \epsilon_y + z \epsilon_{yz} + x \omega_z - z \omega_x \\ w = w_0 + x \epsilon_{xz} + y \epsilon_{yz} + z \epsilon_z - x \omega_y + y \omega_x \end{cases} \quad (2-21)$$

同理，在均匀应变场中，应变率与位移率之间的关系式为

$$\begin{cases} \dot{u} = u_0 + x \dot{\epsilon}_x + y \dot{\epsilon}_{xy} + z \dot{\epsilon}_{xz} - y \dot{\omega}_z + z \dot{\omega}_y \\ \dot{v} = v_0 + x \dot{\epsilon}_{xy} + y \dot{\epsilon}_y + z \dot{\epsilon}_{yz} + x \dot{\omega}_z - z \dot{\omega}_x \\ \dot{w} = w_0 + x \dot{\epsilon}_{xz} + y \dot{\epsilon}_{yz} + z \dot{\epsilon}_z - x \dot{\omega}_y + y \dot{\omega}_x \end{cases} \quad (2-22)$$

进一步可得每个点 6 个应变率分量 $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y, \dot{\epsilon}_z, \dot{\epsilon}_{xy}, \dot{\epsilon}_{yz}, \dot{\epsilon}_{xz}$ 和 3 个主应变率。以下讨论主应变率问题。

由应变率张量矩阵

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_x & \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{xz} \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_y & \dot{\epsilon}_{yz} \\ \dot{\epsilon}_{zx} & \dot{\epsilon}_{zy} & \dot{\epsilon}_z \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

得其特征值方程为

$$\begin{vmatrix} \dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon} & \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{xz} \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_y - \dot{\epsilon} & \dot{\epsilon}_{yz} \\ \dot{\epsilon}_{zx} & \dot{\epsilon}_{zy} & \dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon} \end{vmatrix} = 0 \quad (2-24)$$

或

$$\dot{\epsilon}^3 + B\dot{\epsilon}^2 + C\dot{\epsilon} + D = 0 \quad (2-25)$$

由式 (2-25) 可解得三个主应变率。根据三次代数方程的理论，式 (2-25) 的 3 个根由以下各式给出：

令

$$\begin{cases} P = C - \frac{B^3}{3} \\ Q = \frac{2}{27}B^3 - \frac{BC}{3} + D \end{cases} \quad (2-26)$$

以及

$$R = \left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3$$

若 $R=0$ ，方程 (2-25) 有 3 个实根，其中 2 个根相等，它们分别为

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= 2\sqrt[3]{-\frac{Q}{2}} - \frac{B}{3} \\ \dot{\epsilon}_2 &= \dot{\epsilon}_3 = -\sqrt[3]{-\frac{Q}{2}} - \frac{B}{3} \end{aligned} \quad (2-27)$$

若 $R<0$ ，方程 (2-25) 有 3 个不等的实根，它们分别为

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= 2S \cos \frac{T}{3} - \frac{B}{3} \\ \dot{\epsilon}_2 &= 2S \cos \left(\frac{T+2\pi}{3}\right) - \frac{B}{3} \\ \dot{\epsilon}_3 &= 2S \cos \left(\frac{T+4\pi}{3}\right) - \frac{B}{3} \end{aligned} \quad (2-28)$$

其中：

$$S = \sqrt[3]{-\frac{P}{3}} \quad (2-29)$$

$$T = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{-Q}{2S^3} \quad (2-30)$$

在求得 3 个主应变率后，可求得每个应变率主向的方向余弦 l_i, m_i, n_i ，