全国高等教育精选系列辅导教材

College Physics

大学物理学习指导与习题

刘凤智等　编著　　徐铁军　主审

中国经济出版社
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学习指导与习题/刘凤智等编著. —北京：中国经济出版社，2005.8
ISBN 7-5017-7130-8

Ⅰ. 大... Ⅱ. 刘... Ⅲ. 物理学-高等学校-教学参考资料
Ⅳ. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 080149 号

出版发行：中国经济出版社（100037·北京市西城区百万庄北街 3 号）
网　　址：www.economyph.com
责任编辑：王中梅（010-68319110）
责任印制：石星岳
封面设计：中子画
经　　销：各地新华书店
承　　印：北京东光印刷厂
开　　本：787mm×1092mm　　1/16
印　　张：18
字　　数：416 千字
版　　次：2005 年 8 月第 1 版
印　　次：2005 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-5017-7130-8/G·1266
定　　价：20.00 元

前言

Foreword

大学物理是一门重要的基础课。根据我们多年的教学经验，多数大学生在学习物理的过程中会感到困难，这里的因素有多种，其中一个主要因素是学生学习物理不得法。编写本书的目的，就是想给学习物理的学生提供一些帮助。本书依据教学基本要求，通过归纳总结及典型例题和习题，帮助学生掌握物理的基本概念和基本规律。学好物理，深刻理解物理规律，做一定量的物理习题是必不可少的，本书配有较丰富的习题。为方便阅读，习题都是按小节和难易程度来安排的；为便于自学，还给出了全部习题答案，对于部分较难的习题，给出了解题提示或解答。我们希望本书对学习物理的学生有所帮助，另外我们也希望对使用本书的教师也能起到一些积极的作用。

参加本书编写的编者有：王莉（第一章、第二章、第三章），张艳华（第四章、第五章），刘凤智（第六章、第七章、第十九章），赵杰（第八章、第九章、第十章），许星光（第十一章、第十二章），李向荣（第十三章、第十四章），裴芳芳（第十五章、第十六章），孟云棠（第十七章、第十八章），陈西园（第二十章），全书由刘凤智组织编写、统稿，徐铁军教授主审，张雷、石晓玲参加了部分辅助工作。

本书主要参考了由徐铁军主编的《大学物理学习指导与习题》一书，在编写过程中还参考了一些其他编者的书，编者在此表示谢意。由于编者水平有限，书中肯定存在错误与不妥之处，恳请读者批评指正。

编者

2005 年 5 月

目 录

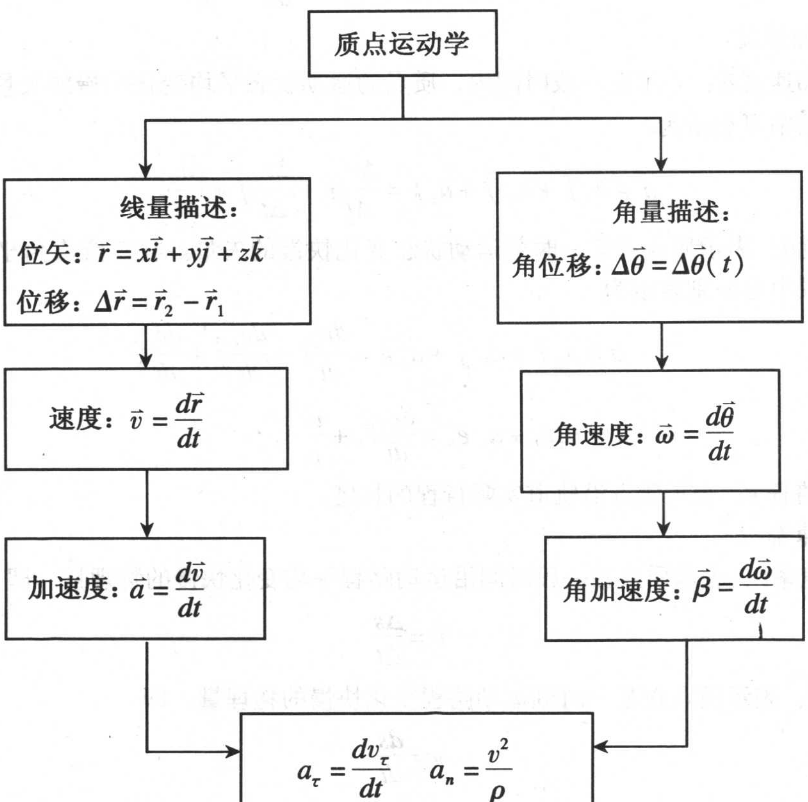
Contents

第一章　质点运动学

一、基本要求

1. 掌握位矢、位移、速度、加速度和角加速度等物理量。
2. 能借助于直角坐标系熟练计算质点在平面内运动时的速度及加速度。
3. 能计算质点作直线运动时的速度、加速度、路程、位移等物理量。
4. 能计算质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

二、知识框图



三、内容提要

1. 描写质点运动的基本物理量

（1）位置矢量$\vec{r}$：表示质点位置状态的矢量。在三维直角坐标系中，可表示为

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

（2）位移$\Delta\vec{r}$：表示质点位置状态变化的矢量。在三维直角坐标系中可表示为

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k}$$

（3）速度

平均速度$\overline{\vec{v}}$：表示在Δt一段时间内，质点的位置状态平均变化快慢的矢量。在三维直角坐标系中可表示为

$$\overline{\vec{v}}=\bar{v}_x\vec{i}+\bar{v}_y\vec{j}+\bar{v}_z\vec{k}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j}+\frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$$

速度$\vec{v}$：表示质点在某一时刻位置状态变化快慢的矢量。在三维直角坐标系中可表示为

$$\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}$$

（4）加速度

平均加速度$\overline{\vec{a}}$：表示在一段时间内，质点的运动状态平均变化快慢的矢量。在三维直角坐标系中可表示为

$$\overline{\vec{a}}=\bar{a}_x\vec{i}+\bar{a}_y\vec{j}+\bar{a}_z\vec{k}=\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\vec{i}+\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\vec{j}+\frac{\Delta v_z}{\Delta t}\vec{k}$$

加速度$\vec{a}$：表示质点在某一时刻运动状态变化快慢的矢量。在三维直角坐标系中和自然坐标系中可分别表示为

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}+\frac{dv_z}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{a}=a_\tau\vec{e}_t+a_n\vec{e}_n=\frac{dv_\tau}{dt}\vec{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

（5）路程s：表示质点沿轨道实际行程的长度。

（6）速率

平均速率$\bar{v}$：表示质点在一段时间沿运动路程平均变化快慢的物理量。即

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

速率v：表示质点在某一时刻运动路程变化快慢的物理量。即

$$v=\frac{ds}{dt}$$

2. 描述质点运动的基本方程

（1）轨道方程：表示质点在轨道上的运动的空间坐标之间所满足的函数式。

（2）运动方程：表示质点在轨道上的运动的空间坐标随时间变化的函数式。

3. 几种特殊运动的基本公式

（1）匀变速直线运动

$$v_x = v_{0x} + a_x t,$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x (x - x_0)$$

（2）抛体运动

$$a_x = 0, \quad a_y = -g$$

$$v_x = v_0 cos\theta, \quad v_y = v_0 sin\theta - gt$$

$$x = v_0 cos\theta t, \quad y = v_0 sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

（3）匀变速圆周运动

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \beta = \frac{d\omega}{dt}, \quad \omega = \omega_0 + \beta t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2,$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta(\theta - \theta_0)$$

4. 线量和角量的关系式

$$v_t = \rho\omega \quad a_t = \rho\beta \quad a_n = \rho\omega^2$$

5. 相对运动基本公式

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}\, t, \quad \vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}, \quad \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}'_0$$

四、典型例题

本章习题大致分为两大类型：第一种类型是已知质点的运动方程，求速度（或角速度）、加速度（或角加速度）——用微分方法解；第二种类型是已知加速度（或角加速度）及初始条件，求质点的速度（或角速度）、位移（或角位移）、路程、运动方程或给定速度（或角速度）和初始条件，求质点的位移（角位移）、路程、运动方程——用积分方法求解。

例 1：一质点从静止开始作直线运动，开始时加速度为 a_0，此后加速度随时间均匀增加，经过时间τ后，加速度为$2a_0$，经过时间2τ后，加速度为$3a_0$，……，求经过时间$n\tau$后，该质点的速度和走过的距离。

解：

设质点的加速度为 $a = a_0 + \alpha t$

$\because t = \tau$时，$a = 2a_0$

$\therefore \alpha = a_0/\tau$ 即 $a = a_0 + a_0 t/\tau$，

由 $a=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$，得 $\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$，两边积分

$$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t (a_0+a_0t/\tau)\,\mathrm{d}t \qquad \therefore\ v=a_0t+\frac{a_0}{2\tau}t^2$$

由 $v=\mathrm{d}s/\mathrm{d}t$，$\mathrm{d}s=v\mathrm{d}t$，两边积分

$$\int_0^s \mathrm{d}s=\int_0^t v dt=\int_0^t (a_0t+\frac{a_0}{2\tau}t^2)\,\mathrm{d}t$$

解得
$$s=\frac{a_0}{2}t^2+\frac{a_0}{6\tau}t^3$$

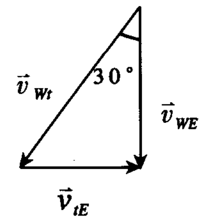
$t=n\tau$时，质点的速度
$$v_{n\tau}=\frac{1}{2}n(n+2)a_0\tau$$

质点走过的距离
$$s_{n\tau}=\frac{1}{6}n^2(n+3)a_0\tau^2$$

例 2：当一列火车以 36km/h 的速率水平向东行驶时，相对于地面匀速竖直下落的雨滴，在列车的窗子上形成的雨迹与竖直方向成30°角。

（1）雨滴相对于地面的水平分速有多大？相对于列车的水平分速有多大？

（2）雨滴相对于地面的速率如何？相对于列车的速率如何？



（例 2 图）

解：

（1）题给雨滴相对于地面竖直下落，故相对于地面的水平分速为零。雨滴相对于列车的水平分速与列车速度等值反向为 10m/s，正西方向。

（2）设下标 W 指雨滴，t 指列车，E 指地面，则有

$$\vec{v}_{WE}=\vec{v}_{Wt}+\vec{v}_{tE},\ v_{tE}=10\mathrm{m/s}$$

v_{WE}竖直向下，v_{Wt}偏离竖直方向 30°，由图求得

雨滴相对于地面的速率为 $v_{WE}=v_{tE}\mathrm{ctg}30°=17.3\mathrm{m/s}$

雨滴相对于列车的速率 $v_{Wt}=\dfrac{v_{tE}}{\sin 30°}=20\mathrm{m/s}$

例 3：一质点沿半径为 R 的圆周运动。质点所经过的弧长与时间的关系为 $S=bt+\frac{1}{2}ct^2$，其中 b、c 是大于零的常量，求从 $t=0$ 开始到切向加速度与法向加速度大小相等时所经历的时间。

解：

$$v=\mathrm{d}S/\mathrm{d}t=b+ct$$
$$a_t=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=c$$
$$a_n=(b+ct)^2/R$$

根据题意：$a_t=a_n$

即 $c=(b+ct)^2/R$

解得 $$t=\sqrt{\frac{R}{c}}-\frac{b}{c}$$

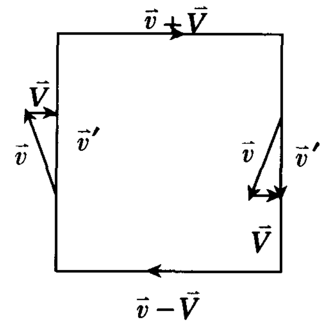
例 4： 一飞机相对于空气以恒定速率 v 沿正方形轨道飞行，在无风天气其运动周期为 T。若有恒定小风沿平行于正方形的一对边吹来，风速为 $V=kv(k\ll 1)$。求飞机仍沿原正方形（对地）轨道飞行时周期要增加多少。

解：

设正方形边长为 L，则无风时

$$L=vT/4$$

在有风天气为使飞机仍在正方形轨道上飞行，飞机在每条边上的航行方向（相对于空气的速度方向）和飞行时间均须作相应调整，如图（图中风速从左向右）。



（例 4 图）

令 $L=(v+V)t_1=(v-V)t_2=v't_3$

其中 $$v'^2+V^2=v^2$$

则新的运动周期为

$$T'=t_1+t_2+2t_3=\frac{L}{v+V}+\frac{L}{v-V}+\frac{2L}{\sqrt{v^2-V^2}}$$

$$\approx\frac{L}{v}\left[(1-k+k^2)+(1+k+k^2)+2\left(1+\frac{1}{2}k^2\right)\right]$$

$$=\frac{4L}{v}+\frac{3k^2L}{v}=T\left(1+\frac{3k^2}{4}\right)$$

$\therefore$ $$\Delta T=T'-T=3k^2T/4$$

五、习　　题

（一）选择题

1. 某质点作直线运动的运动学方程为 $x=3t-5t^3+6$（SI），则该质点作 [　　]

（A）匀加速直线运动，加速度沿 x 轴正方向

（B）匀加速直线运动，加速度沿 x 轴负方向

（C）变加速直线运动，加速度沿 x 轴正方向

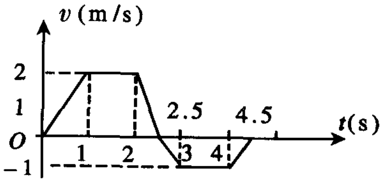
（D）变加速直线运动，加速度沿 x 轴负方向

2. 一质点沿 x 轴作直线运动，其 $v-t$ 曲线如图所示，如 $t=0$ 时，质点位于坐标原点，则 $t=4.5$s 时，质点在 x 轴上的位置为 [　　]

（A）5m　　（B）2m

（C）0　　（D）-2m

（E）-5m



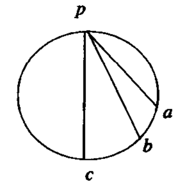
（题 2 图）

3. 图中 p 是一圆的竖直直径 pc 的上端点，一质点从 p 开始分别沿不同的弦无摩擦

下滑时，到达各弦的下端所用的时间相比较是 [ ]

(A) 到 a 用的时间最短　　(B) 到 b 用的时间最短

(C) 到 c 用的时间最短　　(D) 所用时间都一样



(题 3 图)

4. 几个不同倾角的光滑斜面，有共同的底边，顶点也在同一竖直面上。若使一物体（视为质点）从斜面上端由静止滑到下端的时间最短，则斜面的倾角应选 [ ]

(A) 60°　　(B) 45°

(C) 30°　　(D) 15°

5. 一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表示式为$\vec{r} = at^2\,\vec{i} + bt^2\,\vec{j}$（其中 a、b 为常量），则该质点作 [ ]

(A) 匀速直线运动　　(B) 变速直线运动

(C) 抛物线运动　　(D) 一般曲线运动

6. 一运动质点在某瞬时位于矢径$\vec{r}$（x，y）的端点处，其速度大小为 [ ]

(A) $\dfrac{dr}{dt}$　　(B) $\dfrac{d\vec{r}}{dt}$

(C) $\dfrac{d|\vec{r}|}{dt}$　　(D) $\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$

7. 质点沿半径为 R 的圆周作匀速率运动，每 T 秒转一圈。在 $2T$ 时间间隔中，其平均速度大小与平均速率大小分别为 [ ]

(A) $2\pi R/T$，$2\pi R/T$　　(B) 0，$2\pi R/T$

(C) 0，0　　(D) $2\pi R/T$，0

8. 以下五种运动形式中，$\vec{a}$保持不变的运动是 [ ]

(A) 单摆的运动　　(B) 匀速率圆周运动

(C) 行星的椭圆轨道运动　　(D) 抛体运动

(E) 圆锥摆运动

9. 质点作曲线运动，$\vec{r}$表示位置矢量，$\vec{v}$表示速度，$\vec{a}$表示加速度，S 表示路程，a 表示切向加速度，下列表达式中， [ ]

(1) $dv/dt = a$　　(2) $dr/dt = v$

(3) $dS/dt = v$　　(4) $|d\vec{v}/dt| = a_t$

(A) 只有（1）、（4）是对的　　(B) 只有（2）、（4）是对的

(C) 只有（2）是对的　　(D) 只有（3）是对的

10. 某物体的运动规律为 $dv/dt = -kv^2t$，式中的 k 为大于零的常量。当 $t = 0$ 时，初速为 v_0，则速度 v 与时间 t 的函数关系是 [ ]

(A) $v = \dfrac{1}{2}kt^2 + v_0$　　(B) $v = -\dfrac{1}{2}kt^2 + v_0$

(C) $\dfrac{1}{v} = \dfrac{kt^2}{2} + \dfrac{1}{v_0}$　　(D) $\dfrac{1}{v} = -\dfrac{kt^2}{2} + \dfrac{1}{v_0}$

11. 一物体从某一确定高度以$\vec{v}_0$的速度水平抛出，已知它落地时的速度为$\vec{v}_t$，那么它运动的时间是　[　　]

(A) $\dfrac{v_t - v_0}{g}$　　(B) $\dfrac{v_t - v_0}{2g}$

(C) $\dfrac{(v_t^2 - v_0^2)^{1/2}}{g}$　　(D) $\dfrac{(v_t^2 - v_0^2)^{1/2}}{2g}$

12. 质点作半径为R的变速圆周运动时的加速度大小为（v表示任一时刻质点的速率）　[　　]

(A) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$　　(B) $\dfrac{v^2}{R}$

(C) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{v^2}{R}$　　(D) $\left[\left(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\dfrac{v^2}{R}\right)^2\right]^{1/2}$

13. 在高台上分别沿45°仰角方向和水平方向，以同样速率投出两颗小石子，忽略空气阻力，则它们落地时速度　[　　]

(A) 大小不同，方向不同　　(B) 大小相同，方向不同

(C) 大小相同，方向相同　　(D) 大小不同，方向相同

14. 在相对地面静止的坐标系内，A、B两船都以2m/s速率匀速行驶，A船沿x轴正向，B船沿y轴正向。今在A船上设置与静止坐标系方向相同的坐标系（x、y方向单位矢用$\vec{i}$、$\vec{j}$表示），那么在A船上的坐标系中，B船的速度（以m/s为单位）为　[　　]

(A) $2\vec{i} + 2\vec{j}$　　(B) $-2\vec{i} + 2\vec{j}$

(C) $-2\vec{i} - 2\vec{j}$　　(D) $2\vec{i} - 2\vec{j}$

15. 一条河在某一段直线岸边同侧有A、B两个码头，相距1km。甲、乙两人需要从码头A到码头B，再立即由B返回。甲划船前去，船相对河水的速度为4km/h；而乙沿岸步行，步行速度也为4km/h。如河水流速为2km/h，方向从A到B，则　[　　]

(A) 甲比乙晚10分钟回到A　　(B) 甲和乙同时回到A

(C) 甲比乙早10分钟回到A　　(D) 甲比乙早2分钟回到A

16. 一飞机相对空气的速度大小为200km/h，风速为56km/h，方向从西向东。地面雷达站测得飞机速度大小为192km/h，方向是　[　　]

(A) 南偏西16.3°　　(B) 北偏东16.3°

(C) 向正南或向正北　　(D) 西偏北16.3°

(E) 东偏南16.3°

（二）填空题

1. 两辆车A和B，在笔直的公路上同向行驶，它们从同一起始线上同时出发，并且由出发点开始计时，行驶的距离x与行驶时间t的函数关系式：

$$x_A = 4t + t^2,\quad x_B = 2t^2 + 2t^3\ (\mathrm{SI}),$$

（1）它们刚离开出发点时，行驶在前面的一辆车是________________；

（2）出发后，两辆车行驶距离相同的时刻是______________________；

（3）出发后，B 车相对 A 车速度为零的时刻是______________________。

2. 一质点沿 x 方向运动，其加速度随时间变化关系为

$$a=3+2t \text{ (SI)},$$

如果初始时质点的速度 v_0 为 5m/s，则当 t 为 3s 时，质点的速度 $v=$ __________。

3. 一质点沿直线运动，其运动学方程为 $x=6t-t^2$（SI），则在 t 由 0 至 4s 的时间间隔内，质点的位移大小为__________，在 t 由 0 到 4s 的时间间隔内质点走过的路程为__________________。

4. 一辆作匀加速直线运动的汽车，在 6s 内通过相隔 60m 远的两点，已知汽车经过第二点时的速率为 15m/s，则

（1）汽车通过第一点时的速率 $v_1=$ __________；

（2）汽车的加速度 $a=$ __________。

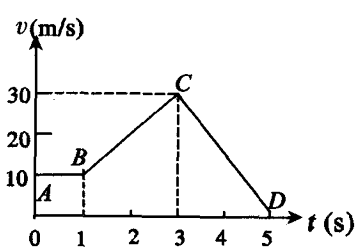
5. 在 x 轴上作变加速直线运动的质点，已知其初速度为 v_0，初始位置为 x_0，加速度 $a=Ct^2$（其中 C 为常量），则其速度与时间的关系为 $v=$ __________，运动学方程为__________。

6. 一质点沿 x 轴作直线运动，它的运动学方程为 $x=3+5t+6t^2-t^3$（SI）则

（1）质点在 $t=0$ 时刻的速度 $\vec{v}_0$ __________；

（2）加速度为零时，该质点的速度 v __________。

7. 一质点作直线运动，其 $v-t$ 曲线如图所示，则 BC 和 CD 段时间内的加速度分别为__________，__________。



（题 7 图）

8. 一物体在某瞬时，以初速度 $\vec{v}_0$ 从某点开始运动，在 Δt 时间内，经一长度为 S 的路径后，又回到出发点，此时速度为 $-\vec{v}_0$，则在这段时间内：

（1）物体的平均速率是__________________；

（2）物体的平均加速度是__________________。

9. 一质点作半径为 0.1m 的圆周运动，其角位置的运动学方程为：

$$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}t^2$$

则其切向加速度为 $a_t=$ __________。

10. 质点沿半径为 R 的圆周运动，运动学方程为 $\theta=3+2t^2$（SI），则 t 时刻质点的法向加速度大小为 $a_n=$ __________；角加速度 $=\beta$ __________。

11. 一质点从静止出发沿半径 $R=1$m 的圆周运动，其角加速度随时间 t 的变化规律是 $\beta=12t^2-6t$（SI），则质点的角速度 $\omega=$ ________；切向加速度 $a_t=$ __________。

12. 一质点沿半径为 0.1m 的圆周运动，其角位移 θ 随时间 t 的变化规律是 $\theta=2+4t^2$（SI）。在 $t=2$s 时，它的法向加速度 $a_n=$ __________________；切向加速度 $a_t=$ __________。

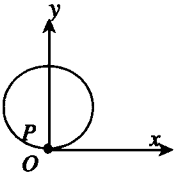
13. 在半径为 R 的圆周上运动的质点，其速率与时间关系为 $v=ct^2$（式中 c 为常量），则从 $t=0$ 到 t 时刻质点走过的路程 $S(t)$ = ____________；t 时刻质点的切向加速度 a_t = ______________；t 时刻质点的法向加速度 a_n = ____________。

14. 在 Oxy 平面内有一运动质点，其运动学方程为：

$$\vec{r}=10\cos5t\,\vec{i}+10\sin5t\,\vec{j}\ \text{(SI)}$$

则 t 时刻其速度 $\vec{v}$__________；其切向加速度的大小 a_t______________；该质点运动的轨迹是____________________。

15. 一质点从 O 点出发以匀速率 1cm/s 作顺时针转向的圆周运动，圆的半径为 1m，如图所示。当它走过 2/3 圆周时，走过的路程是____________，这段时间内的平均速度大小为__________，方向是________。



(题 15 图)

16. 一质点沿半径为 0.10m 的圆周运动，其角位移 θ 可用下式表示

$$\theta=2+4t^3\ \text{(SI)}$$

（1）当 $t=2\text{s}$ 时，切向加速度 a_t = ____________________；

（2）当 a_t 的大小恰为总加速度 $\vec{a}$ 大小的一半时，θ = ____________。

17. 一质点在 Oxy 平面内运动。运动学方程为 $x=2t$ 和 $y=19-2t^2$（SI），则在第 2 秒内质点的平均速度大小 $\bar{v}$______________，2 秒末的瞬时速度大小 v_2 ____________。

18. 飞轮作加速转动时，轮边缘上一点的运动学方程为 $S=0.1t^3$（SI），飞轮半径为 2m。当此点的速率 $v_2=30\text{m/s}$ 时，其切向加速度为________，法向加速度为________。

19. 当一列火车以 10m/s 的速率向东行驶时，若相对于地面竖直下落的雨滴在列车的窗子上形成的雨迹偏离竖直方向 30°，则雨滴相对于地面的速率是____________；相对于列车的速率是________。

（三）计算题

1. 一质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为

$$a=2+6x^2\ \text{(SI)}$$

如果质点在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速度。

2. 有一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x=4.5t^2-2t^3$（SI）。试求：

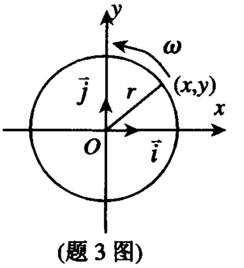
（1）第 2 秒内的平均速度；

（2）第 2 秒末的瞬时速度；

（3）第 2 秒内的路程。

3.（1）对于在 xy 平面内，以原点 O 为圆心作匀速圆周运动的质点，试用半径 r、角速度 ω 和单位矢量 $\vec{i}$、$\vec{j}$ 表示其 t 时刻的位置矢量。已知在 $t=0$ 时，$y=0$，$x=r$，角速度 ω 如图所示；

（2）由（1）导出速度 $\vec{v}$ 与加速度 $\vec{a}$ 的矢量表示式；



(题 3 图)

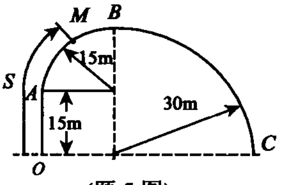
（3）试证加速度指向圆心。

4. 由楼窗口以水平初速度$\vec{v}_0$射出一发子弹，取枪口为原点，沿$\vec{v}_0$方向为x轴，竖直向下为y轴，并取发射时刻t为0，试求：

（1）子弹在任一时刻t的位置坐标及轨迹方程；

（2）子弹在t时刻的速度，切向加速度和法向加速度。

5. 质点M在水平面内的运动轨迹如图所示，OA段为直线，AB、BC段分别为不同半径的两个1/4圆周。设$t=0$时，M在O点，已知运动学方程为$S=30t+5t^2$（SI）。求$t=2\text{s}$时刻，质点M的切向加速度和法向加速度。



(题5图)

6. 一人自原点出发，25s内向东走30m，又10s内向南走10m，再15s内向正西北走18m。求在这50s内：

（1）平均速度的大小和方向；

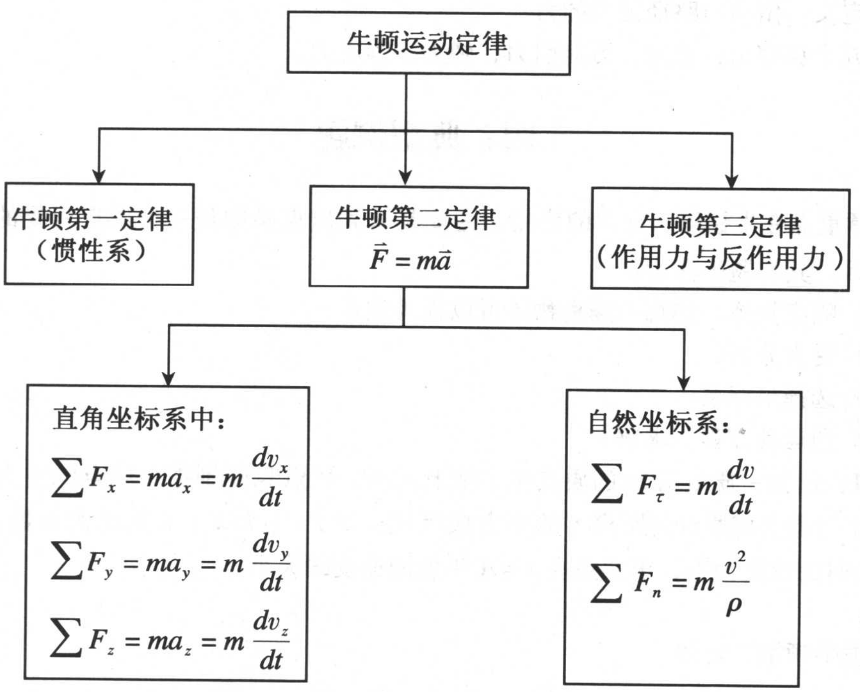
（2）平均速率的大小。

第二章　牛顿运动定律

一、基本要求

1. 掌握牛顿三定律及其适用条件。
2. 理解惯性系和非惯性系的概念。

二、知识框图



三、内容提要

1. 基本定律

（1）第一定律

$$若\vec{F}=\sum_j \vec{F}_j=0 \qquad 则\vec{v}=恒量$$

（2）第二定律

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

（3）第三定律

$$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$$

2. 适用条件

a. 质点　　b. 低速　　c. 惯性系

3. 常见力

重力，压力，张力，支撑力，弹力，摩擦力，库仑力，洛仑兹力，安培力和万有引力等。

4. 惯性力

为了使牛顿第二定律在非惯性系中成立而引进的一个虚构的力

$$\vec{F}=-m\vec{a}_0$$

$\vec{a}_0$ 为非惯性系相对与惯性系的加速度。

5. 保守力

a. 定义：做功与路径无关的力

b. 几个保守力：重力，万有引力，弹力，静电力。

四、典型例题

本章重点在牛顿第二定律的应用，主要是求解质点系中任一个质点所受的力 $\vec{F}_j$ 和加速度 $\vec{a}_j$。其解题步骤为：

（1）隔离物体，使每个隔离物体可以视为质点；

（2）受力分析；

（3）选择坐标系；

（4）列运动方程，求解。

例 1： 已知一质量为 m 的质点在 x 轴上运动，质点只受到指向原点的引力的作用，引力大小与质点离原点的距离 x 的平方成反比，即 $f=-k/x^2$，k 是比例常数。设质点在 $x=A$ 时的速度为零，求质点在 $x=A/4$ 处的速度的大小。

解：

根据牛顿第二定律

$$f=-\frac{k}{x^2}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\mathrm{m}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

$$\therefore\qquad v\mathrm{d}v=-k\frac{dx}{mx^2},\quad \int_0^v v\mathrm{d}v=-\int_A^{A/4}\frac{k}{mx^2}\mathrm{d}x$$

$$\frac{1}{2}v^2=\frac{k}{m}\left(\frac{4}{A}-\frac{1}{A}\right)=\frac{3}{mA}k$$

$$\therefore\qquad v=\sqrt{6k/(mA)}$$

例 2：质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中，设子弹所受阻力与速度反向，大小与速度成正比，比例系数为 K，忽略子弹的重力，求：

（1）子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式；

（2）子弹进入沙土的最大深度。

解：

（1）子弹进入沙土后受力为 $-Kv$，由牛顿定律

$$-Kv = m\frac{dv}{dt}$$

$$\therefore \quad -\frac{K}{m}dt = \frac{dv}{v},\quad -\int_0^t \frac{K}{m}dt = \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}$$

$$\therefore \quad v = v_0 e^{-Kt/m}$$

（2）求最大深度

解法一：

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$dx = v_0 e^{-Kt/m}dt$，两边积分

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_0 e^{-Kt/m}dt$$

$$\therefore \quad x = (m/K)v_0(1 - e^{-Kt/m})$$

$$x_{max} = mv_0/k$$

解法二：

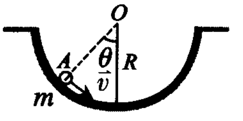
$$-Kv = m\frac{dv}{dt} = m\left(\frac{dv}{dx}\right)\left(\frac{dx}{dt}\right) = mv\frac{dv}{dx}$$

$\therefore dx = -\frac{m}{K}dv$，两边积分

$$\int_0^{x_{max}} dx = -\int_{v_0}^{0}\frac{m}{k}dv$$

$$\therefore \quad x_{max} = mv_0/K$$

例 3：如图所示，质量为 m 的钢球 A 沿着中心在 O、半径为 R 的光滑半圆形槽下滑。当 A 滑到图示的位置时，其速率为 v，钢球中心与 O 的连线 OA 和竖直方向成 θ 角，求这时钢球对槽的压力和钢球的切向加速度。



（例 3 图）

解：

球 A 只受法向力 $\vec{N}$ 和重力 $m\vec{g}$，根据牛顿第二定律

法向：　$N - mg\cos\theta = mv^2/R$　　（1）

切向：　$mg\sin\theta = ma_t$　　（2）

由（1）式可得　$N = m\ (g\cos\theta + v^2/R)$

根据牛顿第三定律，球对槽压力大小同上，方向沿半径向外。