高等院校计算机系列教材

GAODENGYUANXIAO
JISUANJI
XILIEJIAOCAI

离散数学

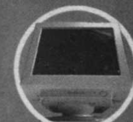
总主编：陈火旺 主 编：刘任任 郑 瑾 湖南省计算机学会规划教材 中南大学出版社

LSSX
LISAN
SHUXUE


离散数学

高等院校计算机系列教材

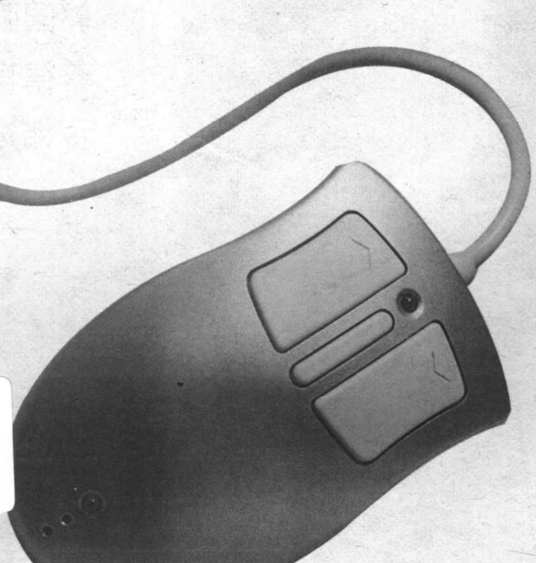
GAODENGYUANXIAO
JISUANJI
XILIEJIAOCAI



离散数学

总主编：陈火旺　湖南省计算机学会规划教材　中南大学出版社

主　编：刘任任　郑　瑾
副主编：张陵山　袁友伟
编　委：（按姓氏笔画排序）
王　婷　朱明娥　陈　敏　吴湘华
罗　扬　曹　军　曹春红



图书在版编目(CIP)数据

离散数学/刘任任主编．—长沙：中南大学出版社，2005.7

ISBN 7-81105-149-4

Ⅰ．离…　Ⅱ．刘…　Ⅲ．离散数学－高等学校－教材　Ⅳ．0158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 062687 号

离散数学

刘任任　郑　瑾　主编

□责任编辑　谭晓萍
□责任印制　汤庶平
□出版发行　中南大学出版社
社址：长沙市麓山南路　　邮编：410083
发行科电话：0731-8876770　　传真：0731-8710482
□印　　装　中南大学印刷厂

□开　　本　787×1092　1/16　□印张　15.25　□字数　373 千字
□版　　次　2005 年 7 月第 1 版　□2005 年 7 月第 1 次印刷
□书　　号　ISBN 7－81105－149－4/TP·014
□定　　价　22.00 元

高等院校计算机系列教材编委会

总　序

21 世纪，人类社会已经步入信息时代，信息产业推动着全球经济的蓬勃发展，改变着人类的联系与交换方式，从某种意义上说，信息革命是人类历史上又一次深刻的社会变革。无疑，在以信息产业为基础的知识经济社会中，计算机科学与技术具有举足轻重的地位。有鉴于此，当今世界各国皆把培养高素质的创新型计算机科学与技术专业人才作为一项重要的战略任务来抓。早在 1984 年，邓小平同志就强调指出："计算机的普及要从娃娃抓起"，从此开启了中国信息革命的征程。经过 20 多年的努力，我国的计算机教育虽然取得了令人瞩目的成就，但离知识经济社会的要求还有很大的差距。据 2005 年信息产业部的数据显示，我国的信息化人才资源指数仅为 13.43，每年短缺信息化专业人才达 100 万之多。因此，快速培养和造就一大批高素质的计算机与信息人才，乃是我国高等教育所面临的一项严峻挑战。为此，我们必须改革和完善现有计算机与信息技术学科的教学计划和课程体系，优化课程结构，精炼教学内容，拓宽专业基础，强化实践环节，注重学生的知识、能力和综合素质的培养。

为了适应计算机科学与技术学科发展和教育的需要，湖南省计算机学会，参照《中国计算机科学与技术学科教程 2002》，组织了一批长期从事计算机科学与技术专业教学与科研的学者参与编撰了这套由中南大学出版社出版的《高等院校计算机系列教材》，希望在教材中及时反映学科前沿的研究成果与发展趋势，以高水平的科研促进教材建设，以优秀教材促进教学质量的提高。该系列教材具有如下特点：

1. 教材参照《中国计算机科学与技术学科教程 2002》建议的教学大纲、知识领域、知识单元和知识点，结合作者多年教学与科研经验来编写，注重基本理论、基础知识的梳理、推演与挖掘，注意知识的更新，跟踪新技术、新成果的发展，并将之吸收到教材中来，力求开阔学生视野，逐步形成"基础课程精深，专业课程宽新"的格局，努力提高教材质量。

2. 注重理论联系实际，注意能力培养。力图通过案例教学、课堂讨论、课程实验设计与实习，训练学生掌握知识、运用知识分析并解决实际问题的能力以满足学生今后从事科研和就业的需要。

3. 在规范教材编写体例的同时，注重写作风格的灵活性：每册的每个章节包括教学目的、本章小结、思考题与练习题，每门教材都配有 PPT 电子教案，并做到层次分明、逻辑性强、概念清楚、图文并茂、表达准确、可读性强。

这套教材的编写吸纳了广大计算机科学与技术教育工作者多年的教学与科研成果，凝聚了作者们的辛勤劳动，也得到了湖南省各高等院校相关专业领导和专家的大力支持。我相信这套教材的出版，对我国计算机科学与技术专业本科教学质量的提高将有很好的促进作用。

由于编委和作者们水平与时间的限制，教材中难免还有不足之处，恳请广大读者批评指正。

陈火旺

2005 年 7 月

前　言

离散数学是计算机科学的基础数学，它以离散量为研究对象，充分描述了计算机科学离散性的特点.

离散数学是随着计算机科学的发展而逐步建立的，它的主要内容在计算机出现之前就已散见于数学的各个分支中. 它形成于 20 世纪 70 年代初，因此，国外也有人称之为“计算机数学”.

离散数学包括的内容主要有：集合论、图论、数理逻辑、代数结构等，并且其内容一直随着计算机科学的发展而不断地扩充和完善. 作为计算机专业的核心课程，它为后续课程提供了必要的数学基础. 这些后续课程主要有：数据结构、编译理论、算法分析、自动机理论、计算机密码学、人工智能和可计算性理论等.

本书是在多年讲授离散数学课程的基础上编写而成的，其目的在于通过讲授离散数学中的基本概念、基本定理和运算技巧及其在计算机科学中的应用，培养学生的数学抽象能力、用数学语言描述问题的能力、逻辑思维能力以及数学论证能力. 因此，本书力求概念阐述严谨，证明推演详尽，较难理解的概念用实例说明.

全书共分四篇：第一篇是集合论，主要介绍集合、关系、映射以及可数集与不可数集，这些内容是全书的基础知识和基本工具. 第二篇是图论，主要介绍图与子图、树、平面图、匹配、图的着色、有向图、网络流以及 Petri 网等内容. 由于图为任何一个包含二元关系的系统提供了一种离散数学模型，因此，应用图论来解决计算机科学以及工程技术等领域中的问题已显示出极大的优越性. 此外，图论对于锻炼学生的组合思维能力，提高运用数学工具描述并解决实际问题的能力也大有益处. 第三篇是数理逻辑，包括命题逻辑与一阶逻辑，它们是数理逻辑中与计算机科学关系较密切的内容. 第四篇是代数结构，主要内容有群、环、域以及格与布尔代数，这些内容是自动机理论、计算机密码学等学科的基础.

本书主要用作计算机专业基础课教材，也可以作为与计算机相关专业的基础知识教材. 教师可以按授课对象的层次和专业对本书的章节进行取舍，根据需要讲授. 对于计算机专业本科学生而言，本书可分作两个学期讲授，约 140 学时；对于计算机专业专科学生而言，本书可作一个学期的教材使用(其中带 * 号的章节可以不讲)；对其它专业的学生，可根据需要讲授.

参加本书编写工作的人员主要有：刘任任、张陵山、袁友伟、王婷、朱明娥、陈敏、吴湘华、罗扬、郑瑾、曹军、曹春红。

由于编者的水平有限，难免存在错误和疏漏之处，恳请读者批评指正.

最后，我们引用计算机科学巨匠、图灵奖获得者 D. E. Kunth 的一段话，来说明数学，特别是离散数学在计算机科学中的重要地位：“除了无穷维 Hibert 空间不可能用得上以外，其它数学理论都可能在计算机科学中得到应用. 概括地说，在计算机科学的研究领域中，凡一

问题要求形式化、精确化表示，最可能用到的数学理论是数理逻辑，某些部分可能用到代数，甚至拓扑学；凡一问题要求表示出算法执行过程中各部分的逻辑结构或关系，最可能用到的数学理论是图论和数理逻辑，某些部分可能用到代数；凡一问题要求给出量的测定，最可能用到的数学理论是组合数学、数论和概率论等；凡一问题要求得出最优方案，最可能用到的数学理论是运筹学、数论，甚至将来有可能用到数学分析.”

编　者

2005 年 6 月

目 录

第一篇 集合论

第二篇 图 论

第三篇　数理逻辑

第四篇　代数结构

第一篇　集合论

集合论是现代数学的基础，它作为一门独立的数学分支诞生于19世纪．当时，由于科学和技术的发展，极大地推动了微积分、抽象代数、几何学等领域的理论与应用研究．就整个经典数学而言，迫切需要建立一个能够统括各个数学分支，并能建树其上的理论基础．正是在数学发展的这样一个历史背景下，康托尔（Deorg Cantor）系统地总结了长期以来对数学的认识与实践，创立了集合论．

集合论的创立，使数学研究对象从有限推进到无限，并为整个经典数学的各个分支提供了一个共同的理论基础．目前，集合论的概念几乎已渗透到现代数学的各个领域，并且在计算机科学、经济学、语言学和心理学等学科中起着重要的应用．

本篇主要介绍集合论中有关集合、关系、映射以及集合的基数等基本知识．

第1章　集　合

众所周知，任何一个理论系统，都要包含着一些不加以定义而直接引入的基本概念．例如，欧几里德几何学系统中的"点"和"直线"，而"三角形"、"圆"等几何概念都可以通过"点"和"直线"来定义．在集合论中，集合就是这样一个惟一不精确定义而直接引用的基本概念．集合论是现代数学中最重要的基本概念之一．

本章主要介绍集合的概念及其表示、集合的运算和笛卡尔积．

1.1　集合的概念及其表示

由于集合是一个不精确定义的概念，因此，只能给它以直观的描述．所谓集合，可描述为"由一些任意确定的、彼此有区别的对象所组成的一个整体"．集合中的对象就称为该集合中的元素．通常用大写英文字母表示集合，而用小写英文字母表示元素．

如果 a 是集合 S 中的元素，则记为 $a\in S$，读作"a 属于 S"；如果 a 不是 S 中的元素，则记为 $a\notin S$，读作"a 不属于 S"．

定义 1.1.1　设 A 为集合，用 $|A|$ 表示 A 中所含元素的数目．

（1）若 $|A|=0$，则称 A 为空集，空集常用 $\varnothing$ 表示；

（2）若 $|A|=n$（自然数），则称 A 为有限集；

（3）若 $|A|=\infty$，则称 A 为无限集；

（4）若 $|A|\neq 0$，则称 A 为非空集．

［例1］　以下是一些集合的例子．

(1)教室里所有课桌的集合;

(2)全体自然数的集合;

(3)100 以内的素数集合;

(4)方程 $x^2+x+1=0$ 的实根集合.

在例 1 所举的 4 个集合中,(1)和(3)为非空有限集,(2)为无限集,(4)为空集.

为方便起见,本书用以下符号表示固定集合:

N——自然数集合;**Z**——整数集合;**Q**——有理数集合;**R**——实数集合.

由集合的概念可知,要确定一个集合,只需指出哪些元素属于该集合,哪些元素不属于该集合. 常用以下两种方法描述一个集合:

1. 列举法

按任意一种次序,不重复地将集合中的元素全部或部分地列出来,未列出来的元素用“…”代替,并用括号括起来,例如,

10 以内的素数的的集合 $M=\{2,3,5,7\}$;

26 个英文小写字母的集合 $M=\{a,b,c,\cdots,x,y,z\}$;

所有整数的集合 $\mathbf{Z}=\{\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots\}$;

全体正偶数的集合 $E=\{2,4,6,\cdots\}$.

部分地列举元素时,一般所列出的元素要能反映出该集合元素的构造规律.

2. 描述法

用集合中元素所共同具有的某个性质来刻画集合. 任何一个元素属于该集合当且仅当该元素具有那个性质. 例如,在直角坐标系平面内,满足方程 $x^2+y^2=1$ 的全部点坐标所组成的集合 D 可以表示为:

$$D=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbf{R}\text{ 且 }x^2+y^2=1\}$$

其中,(x,y)表示集合 D 的元素.

我们知道,元素与集合之间是属于或不属于的关系,对集合之间的关系,我们有

定义 1.1.2 设 A,B 为任意两个集合.

(1)若对每个 $x\in A$ 均有 $x\in B$,则称 A 为 B 的子集,也称 A 含于 B 或 B 包含 A,记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$.

(2)若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$,则称 A 与 B 相等,记为 $A=B$,否则称 A 与 B 不相等,记为 $A\neq B$.

(3)若 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$,则称 A 为 B 的真子集,也称 A 真含于 B 或 B 真包含 A,记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$.

由集合的概念可知,一个集合也可以作为另一个集合的元素.

定义 1.1.3 设 A 为任意集合,令 $\rho(A)=\{X\mid X\subseteq A\}$. 称 $\rho(A)$为 A 的幂集,即 A 的所有子集做成的集合. A 的幂集也可以记为 2^A.

例如,设 $A=\{a,\{b\}\}$,则 A 的幂集为

$$\rho(A)=\{\varnothing,\{a\},\{\{b\}\},\{a,\{b\}\}\}$$

显然,若 A 为有限集,且 $|A|=n$,则 $\rho(A)$的元素个数为

$$|\rho(A)|=C_n^0+C_n^1+\cdots+C_n^n=2^n$$

[例 2] 设 $A=\{\varnothing\}$,$B=\rho(\rho(A))$,下列各题是否正确?

(a)$\varnothing\in B$,$\varnothing\subseteq B$,(b)$\{\varnothing\}\in B$,$\{\varnothing\}\subseteq B$;(c)$\{\{\varnothing\}\}\in B$,$\{\{\varnothing\}\}\subseteq B$

解：因 A 是仅以空集 $\varnothing$ 为元素的集合，故 $\rho(A)=\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$，$B=\rho(\rho(A))=\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\{\varnothing\}\},\rho(A)\}$，于是：

(a) $\varnothing\in B$，因为空集含于任何集合，所以 $\varnothing\subseteq B$.

(b) $\{\varnothing\}\in B$，因为 $\varnothing\in B$，所以 $\{\varnothing\}\subseteq B$.

(c) $\{\{\varnothing\}\}\in B$，因为 $\{\varnothing\}\in B$，所以 $\{\{\varnothing\}\}\subseteq B$.

所以，各题是正确的.

［**例 3**］ 证明对任何集合 X 和 Y，$(X-Y)\cap(Y-X)=\varnothing$

证明：
$$\begin{aligned}(X-Y)\cap(Y-X)&=(X\cap\overline{Y})\cap(Y\cap\overline{X})\text{（由差运算的定义）}\\&=X\cap\overline{Y}\cap Y\cap\overline{X}\text{（由结合律）}\\&=(X\cap\overline{X})\cap(Y\cap\overline{Y})\text{（由交换律和结合律）}\\&=\varnothing\cap\varnothing\text{（由互补律 I）}\\&=\varnothing\text{（由幂等律）}\end{aligned}$$

1.2 集合的基本运算

以下设 E 是这样一个集合，它包含我们所讨论的所有集合，并称 E 为全集.

定义 1.2.1 设 A,B 为任意两个集合，令：

$$A\cup B=\{x\mid x\in A\text{ 或 }x\in B\}$$
$$A\cap B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\in B\}$$
$$A-B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\notin B\}$$
$$A\oplus B=(A\cup B)-(A\cap B)$$

分别称 $A\cup B$、$A\cap B$、$A-B$ 和 $A\oplus B$ 为集合 A 与 B 的并、交、差和对称差.

特别地，差集 $E-A$ 称为 A 的补集，记为 $\overline{A}$.

如果 $A\cap B=\varnothing$，则称 A 与 B 不相交.

例如，若取全集 $E=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3,4\}$，$B=\{3,5\}$，则有

$$A\cup B=\{1,3,4,5\},A\cap B=\{3\},$$
$$A-B=\{1,4\},B-A=\{5\},$$
$$A\oplus B=\{1,4,5\},\overline{A}=\{2,5\},\overline{B}=\{1,2,4\}.$$

不难证明，对任意集合 A，B 和 C，下面的运算规律成立：

(1) $A\cup A=A, A\cap A=A$ （幂等律）

(2) $A\cup B=B\cup A, A\cap B=B\cap A$ （交换律）

(3) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C), (A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$ （结合律）

(4) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C), A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ （分配律）

(5) $A\cap(A\cup B)=A, A\cup(A\cap B)=A$ （吸收律）

(6) $A\cup\varnothing=A, A\cap E=A$ （同一律）

(7) $A\cup E=E, A\cap\varnothing=\varnothing$ （零律）

(8) $A\cup\overline{A}=E, A\cap\overline{A}=\varnothing$ （互补律 I）

(9) $\overline{E}=\varnothing, \overline{\varnothing}=E$ （互补律 II）

(10) $\overline{(A\cap B)}=\overline{A}\cup\overline{B}, \overline{(A\cup B)}=\overline{A}\cap\overline{B}$ （De Morgan 律）

(11) $\overline{(\overline{A})}=A$ (对合律)

例如,我们来证明分配律之一:$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

任取 $x\in A\cap(B\cup C)$,则 $x\in A$ 且 $x\in B\cup C$,即 $x\in A$ 且 $x\in B$ 或 $x\in C$. 于是,$x\in A\cap B$ 或者 $x\in A\cap C$,故 $x\in(A\cap B)\cup(A\cap C)$,即证得:

$$A\cap(B\cup C)\subseteq(A\cap B)\cup(A\cap C) \tag{1-1}$$

另一方面,任取 $x\in(A\cap B)\cup(A\cap C)$,则 $x\in A\cap B$ 或者 $x\in A\cap C$,即 $x\in A$ 且 $x\in B$,或者 $x\in A$且 $x\in C$,于是有 $x\in A$ 且 $x\in B$ 或者 $x\in C$,即 $x\in A$ 且 $x\in B\cup C$,因此,$x\in A\cap(B\cup C)$,故

$$(A\cap B)\cup(A\cap C)\subseteq A\cap(B\cup C) \tag{1-2}$$

总之,由(1-1)和(1-2)可得:

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$

我们再来证明德·摩尔根(De Morgan)律之一:$(\overline{A\cup B})=\overline{A}\cap\overline{B}$.

因为,任取 $x\in(\overline{A\cup B})$,则 $x\notin(A\cup B)$,于是有 $x\notin A$ 且 $x\notin B$,即 $x\in\overline{A}$ 且 $x\in\overline{B}$,因此 $x\in\overline{A}\cap\overline{B}$,所以,$(\overline{A\cup B})=\overline{A}\cap\overline{B}$.

其余的运算规律,都可以类似地证明.

1.3 笛卡尔积

我们知道,集合中的元素是无次序的,例如$\{x,y\}=\{y,x\}$. 然而,现实世界中,许多对象必须用两个具有固定次序的元素来描述. 比如,直角平面坐标系中的点通常由横坐标 x 和纵坐标 y 表示$\langle x,y\rangle$,而且当 $x\neq y$ 时,$\langle x,y\rangle$与$\langle y,x\rangle$代表平面中不同的两点,我们称两个具有固定次序的对象为序偶,记为$\langle x,y\rangle$.

定义 1.3.1 设$\langle x,y\rangle$和$\langle u,v\rangle$为两个序偶,若 $x=u$ 且 $y=v$,则称这两个序偶相等,记为$\langle x,y\rangle=\langle u,v\rangle$.

序偶$\langle x,y\rangle$中的两个元素可以来自两个不同的集合. 例如,若 x 代表姓名,y 代表国名,则序偶$\langle x,y\rangle$就可表示某公民及其国籍的信息. 更一般地,我们有:

定义 1.3.2 设 A, B 是任意两个集合. 令:

$$A\times B=\{\langle x,y\rangle \mid x\in A \text{ 且 } y\in B\}$$

那么,称集合 $A\times B$ 为 A 与 B 的笛卡尔积或直接积.

特别地,记 $A\times A$ 为 A^2.

[例 1] 设 $A=\{\alpha,\beta\}$,$B=\{1,2,3\}$,则:

$$A\times B=\{\langle\alpha,1\rangle,\langle\alpha,2\rangle,\langle\alpha,3\rangle,\langle\beta,1\rangle,\langle\beta,2\rangle,\langle\beta,3\rangle\}$$
$$B\times A=\{\langle 1,\alpha\rangle,\langle 2,\alpha\rangle,\langle 3,\alpha\rangle,\langle 1,\beta\rangle,\langle 2,\beta\rangle,\langle 3,\beta\rangle\}$$
$$A\times A=A^2=\{\langle\alpha,\alpha\rangle,\langle\alpha,\beta\rangle,\langle\beta,\alpha\rangle,\langle\beta,\beta\rangle\}$$

由例 1 可知,一般,$A\times B\neq B\times A$.

可以将序偶的概念推广为 n 元有序组.

定义 1.3.3 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为任意 n 个元素,$n\geqslant 2$,令:

$$\langle x_1,x_2,\cdots,x_n\rangle=\langle\langle x_1,x_2,\cdots,x_{n-1}\rangle,x_n\rangle;$$
$$\langle x_1\rangle=x_1$$

称 $\langle x_1,x_2,\cdots,x_n\rangle$ 为由 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 组成的 n 元有序组，并称 x_i 为第 i 个分量，$i=1,2,\cdots,n$. 用归纳法可以证明，$\langle x_1,x_2,\cdots,x_n\rangle=\langle y_1,y_2,\cdots,y_n\rangle$ 当且仅当 $x_i=y_i,i=1,2,\cdots,n$.

定义 1.3.4　设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为任意个集合，令：

$$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n=\{\langle x_1,x_2,\cdots,x_n\rangle\mid x_i\in A_i,i=1,2,\cdots,n\}$$

称 $A_1\times A_2\times\cdots\times A_n$ 为 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的笛卡尔积. 当 $A_1=A_2=\cdots=A_n=A$ 时，将 $A_1\times A_2\times\cdots\times A_n$ 简记为 A^n.

例如，$n=3$ 时，$R\times R\times R=R^3=\{\langle x,y,z\rangle\mid x\in\mathbf{R}$(实数集)$\}$ 表示空间直角坐标系中所有点的集合.

不难证明，$|A_1\times A_2\times\cdots\times A_n|=|A_1|\times|A_2|\times\cdots\times|A_n|$

习　题

1. 用列举法表示下列集合：

(1) 1 到 100 之间的自然数的集合；　(2) 小于 5 的正整数集合；

(3) 偶自然数的集合；　(4) 奇整数的集合.

2. 用描述法表示下列集合：

(1) 偶整数的集合；　(2) 素数的集合；

(3) 自然数 a 的整数幂的集合.

3. 设 $S=\{2,a,\{3\},4\}$，$R=\{\{a\},3,4,1\}$，请判断下面的写法是否正确：

(1) $\{a\}\in S$；　(2) $\{a\}\in R$；

(3) $\{a,4,\{3\}\}\subseteq S$；　(4) $\{\{a\},1,3,4\}\subset R$；

(5) $R=S$；　(6) $\{a\}\subseteq S$；

(7) $\{a\}\subseteq R$；　(8) $\varnothing\subseteq R$；

(9) $\varnothing\in\{\{a\}\}\subseteq R\subseteq E$；　(10) $\{\varnothing\}\subseteq S$；

(11) $\varnothing\in R$；　(12) $\varnothing\subseteq\{\{3\},4\}$.

4. 设 A,B 和 C 为任意三个集合. 以下说法是否正确？若正确则证明之，否则举反例说明.

(1) 若 $A\in B$ 且 $B\subseteq C$，则 $A\in C$；　(2) 若 $A\in B$ 且 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$；

(3) 若 $A\subseteq B$ 且 $B\in C$，则 $A\in C$；　(4) 若 $A\subseteq B$ 且 $B\in C$，则 $A\subseteq C$.

5. 设 $P=\{S\mid S$ 是集合且 $S\notin S\}$. P 是集合吗？请证明你的结论.

6. 设 $E=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3\}$，$B=\{1,4,5\}$，$C=\{4,3\}$. 试求下列集合：

(1) $A\cap\overline{B}$；　(2) $(A\cap B)\cup\overline{C}$；

(3) $(\overline{A\cap B})$；　(4) $\overline{A}\cup\overline{B}$；

(5) $(A-B)-C$；　(6) $A-(B-C)$；

(7) $(A\oplus B)\oplus C$；　(8) $(A\oplus B)\oplus(B\oplus C)$.

7. 设 A,B 和 C 为任意三个集合，以下说法是否正确？若正确则证明之，否则举反例说明.

(1) 若 $A\cup B=A\cup C$，则 $B=C$；　(2) 若 $A\cap B=A\cap C$，则 $B=C$；

(3) 若 $A\oplus B=A\oplus C$，则 $B=C$；　(4) 若 $A\subseteq B\cup C$，则 $A\subseteq B$ 或 $A\subseteq C$；

(5) 若 $B\cap C\subseteq A$ 则 $B\subseteq A$ 或 $C\subseteq A$.