

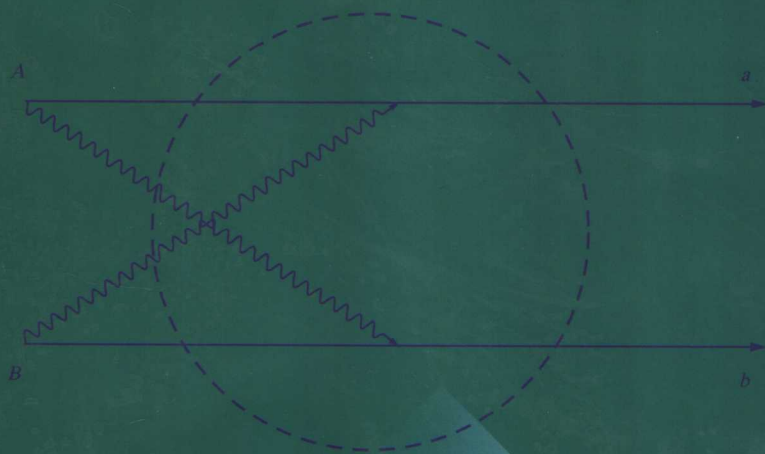
研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

高等量子力学 (第二版)

Advanced Quantum Mechanics

倪光炯 陈苏卿 著



复旦大学出版社
www.fudanpress.com.cn

本教材第一版得到上海市研究生教育专项经费资助
第二版入选教育部研究生工作办公室推荐的研究生教学用书



高等量子力学 (第二版)

Advanced Quantum Mechanics

倪光炯 陈苏卿 著

 复旦大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等量子力学/倪光炯,陈苏卿著.—2版.—上海:复旦大学出版社,2004.1

ISBN 7-309-03836-3

I. 高… II. ①倪…②陈… III. 量子力学 IV. 0413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 106027 号

高等量子力学(第二版)

倪光炯 陈苏卿 著

出版发行 复旦大学出版社

上海市国权路 579 号 邮编 200433

86-21-65118853(发行部) 86-21-65109143(邮购)

fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

责任编辑 梁 玲

装帧设计 马晓霞

总 编 辑 高若海

出 品 人 贺圣遂

印 刷 上海复旦四维印刷有限公司

开 本 787×960 1/16

印 张 31.75 插页 2

字 数 535 千

版 次 2004 年 1 月第二版 2004 年 1 月第一次印刷

印 数 1—3 100

书 号 ISBN 7-309-03836-3/O·315

定 价 42.00 元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社发行部调换。

版权所有 侵权必究

第 二 版 序

本书第一版前后印了两次,得到了许多老师、同学和专家学者的鼓励,也承蒙指出了书中存在的错误和缺点以及具体的改进意见.我们谨向所有关心这本书的人们表示衷心的感谢.2001年6月经国务院学位委员会学科评议组审定,本书作为一本由教育部研究生工作办公室向全国研究生推荐的教材,这本书的英文版(*Advanced Quantum Mechanics*, Guangjiong Ni and Suqing Chen)也已于2002年由Rinton Press在美国出版.

本书第二版除改正了全书已经发现的印刷错误和不妥之处外,还作了以下的补充和修改:在各章后面补充适当的习题,并把习题的答案、提示或附注放在全书的末尾,以帮助读者提高应用能力;删去原来的§2.7D和§2.8两节内容,增加附录1B、附录8A、附录8B、附录9B和附录9C;并在附录10B的最后补充介绍了一个新的实验,这样使章节划分和讲述内容更趋合理.

我们感到欣慰的是:在年轻时开始对物理学的两点猜测,在经过30多年的研究,特别是对6个佯谬的讨论之后,已逐渐落实到两点认识(见附录10B的最后),并且在两个问题——超光速中微子方程和反引力上得到具体的应用.当然一切都有待于实验的进一步检验,但我们仍热切地希望有更多同行,尤其是年轻一代,能够和我们共同切磋、探求真理,因此我们期待着继续得到广大读者和专家的指正.

倪光炯 陈苏卿

2003年10月于复旦大学

第一版序

1978年全国恢复研究生制度以后,高等量子力学(“高量”)就被列为物理系各专业研究生必修的一门基础理论课.我边干边学地开始上这门课,于1981年印出了一本《高等量子力学选题》讲义,以后陈苏卿又多次上这门课,并编写了《高等量子力学》讲义.我们虽早有写书的念头,但实际上——拖就是十几年,原因是多方面的.

涉水方知深浅.在40多年的科研历程中,不断地从各个角度学习和应用量子力学,我们才逐渐体会到这门学科的博大精深,可以说经历了由“薄”到“厚”再到“薄”的过程,也可说是经历了由“胆大”到“胆怯”再到重新恢复勇气的过程.我们深知:写书必须以科研为后盾,而写书又不同于科研,原则上一字一句都不许有错,不能误人子弟.能做到这一点谈何容易,再想有新的体会更属难事.然而,正如量子力学有“不确定关系”那样,面对学科范围如此之广,变化发展如此之快,作者时间和水平有限而客观上又确有需要等诸多矛盾因素,我们惟有鼓起勇气,在可能范围内最大限度地作一次努力.

“理论联系实际”,这是学校教育的一个永恒主题,在我们看来,也是当前理论物理教学改革的一个迫切问题.多年以来,我们对“从一般到特殊”的演绎法是十分重视的,我们常常追求理论的系统性、完整性和严格性.本来演绎法、系统性、完整性和严格性也都是好东西,但一旦过了头,便走向反面.因为一切都是相对的,本来同样重要的“从特殊到一般”的分析归纳法被大大地忽视了,而这是不符合物理学发展规律的.过去不少书虽然对读者很有帮助,但对年轻人的培养教育也有不利的一面,虽然他们学到了一定的知识,但更多地学到的是计算方法,而不是思想方法,甚至在思想上反而受到束缚.我们从多年来理论物理的教学中看到一个现象,来问教师问题的多半是计算中有困难的学生,而那些自以为学得很好的学生很少来提问题.这决不是一种好现象.

我们认为:学物理不能把演绎法讲过头,而应该多学一些“从特殊到一般”的分析归纳法,并把它与演绎法结合起来,这是本书写作时的主要指导思想之一.

学习在本质上是自学,科研在本质上是探索.对开始想做研究的研究

生来说,最重要的是两个词:Motivation 和 Observation. 一本书或一篇文章首先要引起读者的兴趣,产生强烈的好奇心和求知欲,一定要让读者知道作者在讲什么? 提出了什么问题? 困难在哪里? 解决到什么程度? 这样才会激发起动机或动力(Motivation). 然后同样重要的是眼光或洞察力(Observation);有时是一眼看到问题,更多情况下是在摸索中转了几个弯才看到解决问题的曙光,才有可能找到正确的前进方向. 于是再坚持一下,情况豁然开朗,突然看到了关键之点或突破口在哪里? 第三是正确的方法,最后才是计算的细节. 数学计算不是不重要,但它变得重要是在有了 Motivation 和 Observation 之后,而不是在这之前. 过去我们在有些理论物理课上讲了那么多内容,其中不少对初学者是不必要的,因为他们当时还不可能懂;而在他们经过许多年成为专家后再回头去看时,又会感到那些内容原来是多余的.

因此,本书虽仍以演绎法作为叙述的主线,也注意理论的系统性、完整性和严格性,但适可而止;同时注意多讲“从特殊到一般”的分析归纳方法,力求讲清楚 Motivation 和 Observation;多介绍新的实验结果,并讨论它们对理论发展可能提供什么启示? 还适当地反映作者自己的研究成果或见解[如 Levinson 定理(§ 2.4)、几何相(§ 1.6E, § 6.4)、Casimir 效应(§ 4.6)、分数统计(§ 7.3C, D)、狭义相对论的本质(§ 9.5)和量子力学的基本解释(§ 10.3)等]. 我们知道,有些问题在学术界一直存在着这样或那样的看法. 然而,物理学首先是实验科学,我们讨论问题一定要从事实出发而不是从概念出发. 伽利略说得好:“一个科学家必须超越‘单纯的思索’(mere think),必须通过实验来‘聪明的提问’(intelligent questions)”. 幸运的是:时值世纪之交,一系列令人惊异的新的实验发现接踵而至. 现在应该是认真地面对实验事实,从基本观念上讨论这些问题的的时候了.

总之,本书基本上涵盖了目前各校通用的“高量”教学大纲的内容,同时也反映了作者对这门学科的心得体会以及在教学上一种新的尝试. 庄子曰:“吾生也有涯,而知也无涯”;杜甫诗曰:“文章千古事,得失寸心知”. 字斟句酌,临笔踌躇. 本书清样印出后,虽于 1999 年秋冬在复旦一个 30 多人的研究生班上作为教材使用一遍,与同学们一起仔细地校订了一次,犹恐谬误或不当之处,仍在所难免,尚望广大老师同学、专家学者惠予指正为幸. 纵一字之改,亦吾师也. 是为序.

倪光炯

2000 年 2 月于复旦大学

目 录

第一章 量子力学的基本概念和方法	1
§ 1.1 自旋二态体系	2
1.1A 电子的自旋	2
1.1B 自旋的矩阵表示及其几率诠释	3
1.1C Pauli 矩阵和自旋极化矢量	5
§ 1.2 态矢量、算符和矩阵表示	8
1.2A 右态矢和左态矢	8
1.2B 算符	9
1.2C 基矢和矩阵表示	11
§ 1.3 波函数和薛定谔方程,海森堡运动方程	13
1.3A 连续谱与 δ 函数	13
1.3B 图景和表象,薛定谔方程	14
1.3C 时间演化算符, U 矩阵	17
1.3D 算符的海森堡运动方程	19
§ 1.4 简谐振子	20
1.4A 从经典力学经过量子论到量子力学	20
1.4B 产生算符和湮灭算符, N 表象	22
1.4C x 表象中的波函数	23
§ 1.5 测量中的不确定关系	24
1.5A 观察量的均方差	24
1.5B 不确定关系的导出	25
1.5C 谐振子与不确定关系	26
§ 1.6 相干态和压缩态	27
1.6A 湮灭算符 $\hat{a}$ 的本征态	27
1.6B 相干态是最小不确定态	29
1.6C 相干态从基态平移得到	30
1.6D 物理学中的相干态和相位	31
1.6E 相干态的运动和几何相	32
1.6F 压缩态	35
§ 1.7 路径积分和 Green 函数	37

1. 7A	从经典力学过渡到量子力学的 3 种途径	37
1. 7B	费曼传播函数和海森堡图景中位置基矢的转换矩 阵元	39
1. 7C	算符排列的 Weyl 顺序	40
1. 7D	Green 函数	41
附录 1A	算符代数的若干定理	43
附录 1B	Hilbert 空间及其表示, 量子力学基本原理	45
习题		49
参考文献		51
第二章	量子散射理论	52
§ 2. 1	弹性散射的严格解	52
2. 1A	Lippmann-Schwinger 方程	52
2. 1B	Green 函数的选择	53
2. 1C	严格的跃迁矩阵元	56
2. 1D	Dyson 方程	58
2. 1E	跃迁矩阵元的另一种形式	59
§ 2. 2	Born 近似	60
2. 2A	Born 近似的级数展开	60
2. 2B	汤川势中弹性散射的一级 Born 近似	62
§ 2. 3	分波法	63
2. 3A	分波展开和相移	63
2. 3B	截面和光学定理	66
2. 3C	相移的计算及其变化趋势	68
§ 2. 4	Levinson 定理	71
2. 4A	引言和数学准备	71
2. 4B	渐近完备性定理	74
2. 4C	Levinson 定理的证明	76
2. 4D	Levinson 定理新形式的证明	79
§ 2. 5	低能中子和质子的散射, 核力	81
2. 5A	氘核的基态性质和核力	81
2. 5B	慢粒子在球方势阱中的散射	82
2. 5C	低能散射的有效力程理论	84
2. 5D	核力对自旋的依赖性	86
§ 2. 6	演化算符和 S 矩阵	87

2.6A 反应道	87
2.6B 相互作用图景	89
2.6C 演化算符的微扰展开	91
2.6D 波算符	93
2.6E S 矩阵	98
2.6F 跃迁矩阵	101
§2.7 跃迁几率和截面	102
2.7A 跃迁几率和黄金规则	102
2.7B 重整碰撞的截面	106
2.7C 光学定理	108
§2.8 黑核模型	109
习题	112
参考文献	114

第三章 量子力学中的对称性和角动量

§3.1 引言	115
§3.2 转动态的定义和转动算符	118
3.2A 转动态的定义	118
3.2B 算符的转动	119
3.2C 态的无限小转动	121
3.2D 态的有限转动	126
§3.3 角动量算符的一般性质	127
§3.4 两个角动量的耦合, Clebsch-Gordan 系数	129
§3.5 转动算符的矩阵表示, D 函数	134
§3.6 不可约张量算符, Wigner-Eckart 定理和选择规则	137
3.6A 标量算符和不可约张量算符	137
3.6B Wigner-Eckart 定理	140
3.6C 选择规则	141
§3.7 对称性和守恒律	143
3.7A 可观察量和不可观察量	143
3.7B 空间的均匀性及动量守恒	145
3.7C 时间的均匀性与能量守恒	145
§3.8 空间反演和宇称	146
3.8A 量子态和算符的宇称	146
3.8B 宇称守恒定律	148

3.8C 宇称不守恒的发现	148
§3.9 时间反演对称性	150
3.9A 时间反演算符	150
3.9B 时间反演对称性带来的后果	152
3.9C 关于时间反演不守恒的一点评注	154
习题	155
参考文献	157

第四章 电磁场的量子化及其与荷电粒子的相互作用

§4.1 电磁场的库仑规范, 荷电粒子和电磁场的总哈密顿量	158
4.1A 麦克斯韦方程和四维势	158
4.1B 电磁场的哈密顿量, 库仑规范	159
4.1C 最小电磁相互作用原理	162
§4.2 自由电磁场的平面波解和量子化	164
4.2A Fourier 分解和辐射振子	164
4.2B 辐射振子的量子化	167
4.2C 黑体辐射的普朗克公式	169
§4.3 自由电磁场的球面波解和量子化	172
4.3A 矢量球谐函数	173
4.3B 电多极场(TM 波)和磁多极场(TE 波)	177
4.3C 矢势的多极场展开和量子化	179
§4.4 电磁多极辐射的跃迁几率	181
4.4A 荷电粒子体系与电磁场的耦合	181
4.4B 放单光子的跃迁几率	182
4.4C 电磁多极跃迁矩阵元和跃迁几率	183
§4.5 电磁跃迁几率的数量级估计和选择规则	187
4.5A 电磁跃迁几率相对大小的定性估计	187
4.5B 电磁跃迁的选择规则	188
§4.6 Casimir 效应	193
4.6A 电磁场零点能与 Casimir 能量	193
4.6B Plana 求和公式	194
4.6C 三维空间电磁场的 Casimir 效应	195
习题	197
参考文献	198

第五章 密度矩阵与量子统计	200
§ 5.1 密度算符和系综	200
5.1A 极化束流与非极化束流	200
5.1B 系综平均和密度算符	201
5.1C 密度矩阵的性质	203
5.1D 二态体系的密度矩阵与极化	204
§ 5.2 密度矩阵的运动方程	206
§ 5.3 极化和散射	207
5.3A 散射的 S 矩阵依赖于自旋的情形	207
5.3B 极化束流引起散射的左右不对称性	210
§ 5.4 量子统计学简介	211
5.4A 密度矩阵与熵	211
5.4B 配分函数, 电子的顺磁性	214
5.4C 巨正则系综, 电子的反磁性	216
习题	221
参考文献	223
 第六章 量子力学中的相位	224
§ 6.1 电磁势和规范变换	224
§ 6.2 Aharonov-Bohm 效应和磁通量量子化	228
6.2A Aharonov-Bohm 效应及其含义	228
6.2B 超导环中的磁通量量子化	230
§ 6.3 绝热近似与 Berry 相因子	232
6.3A 绝热近似	232
6.3B Berry 的发现	235
6.3C 再论 Aharonov-Bohm 效应	239
§ 6.4 二态体系中的几何相问题	241
6.4A 动力学相和几何相	241
6.4B 演化算符的幺正矩阵法	243
6.4C 用密度矩阵法算几何相, 纤维丛和联络	246
6.4D 二态体系与受力谐振子相干态在几何相上的 比较	252
习题	254
参考文献	255

第七章 电子在磁场中的运动	257
§ 7.1 Landau 能级和简并度	257
7.1A Landau 规范下的解	257
7.1B Landau 能级的简并度	258
7.1C 对称规范下的解	260
§ 7.2 量子 Hall 效应简介	264
7.2A 经典 Hall 效应	264
7.2B 量子力学的计算	265
7.2C 量子 Hall 效应的实验发现	266
7.2D 整数量子 Hall 效应的解释	268
7.2E 分数量子 Hall 效应的解释	271
§ 7.3 二维分数统计简介	274
7.3A 引言, Wilczek 模型	274
7.3B 任意子气体的第二维里系数	279
7.3C 分数统计的拓扑学特点	285
7.3D 分数统计与 Chern-Simons 规范场	288
§ 7.4 复合玻色子和复合费米子	291
7.4A 量子 Hall 效应的 CSLG 理论	291
7.4B FQHE 中的元激发具有分数电荷和分数统计 性质	294
7.4C FQHE 的复合费米子理论	299
§ 7.5 FQHE 中分数电荷的实验发现	300
习题	302
参考文献	302
第八章 量子多体问题方法及其应用	304
§ 8.1 二次量子化方法	304
8.1A 二次量子化, 玻色子和费米子	304
8.1B 量子光学中的 Jaynes-Cummings 模型	306
§ 8.2 二次量子化后的哈密顿量	309
8.2A 场算符, 一粒子态和多粒子态	309
8.2B 自由哈密顿和相互作用哈密顿	312
8.2C Fock 空间算符随时间的演化和运动方程	317
§ 8.3 玻色-爱因斯坦凝结	319
8.3A 玻色-爱因斯坦凝结(BEC)的条件	319

8.3B 气态 BEC 的实验发现	322
§ 8.4 液氦的超流理论	324
8.4A Bogoliubov 的正则变换	324
8.4B Landau 超流理论	328
§ 8.5 超导的 BCS 理论	331
8.5A 电子-声子相互作用和 Cooper 对的概念	331
8.5B 费米子的正则变换	335
8.5C 超导基态, 能隙和超导临界温度	338
附录 8A 实时 Green 函数方法	341
附录 8B Josephson 效应	345
习题	347
参考文献	349
 第九章 相对论性量子力学	 350
§ 9.1 相对论性波动方程	350
9.1A Klein-Gordon 方程	350
9.1B Dirac 方程及其平面波解	352
9.1C Dirac 粒子的自旋	356
§ 9.2 K-G 方程与电磁场的耦合	357
§ 9.3 电磁场中的电子	361
9.3A Pauli 方程和电子的自旋磁矩	361
9.3B 自旋-轨道耦合与类氢原子能级的精细结构	363
9.3C 库仑场中 Dirac 方程的严格解	368
§ 9.4 Klein 佯谬和反粒子	371
9.4A 势阱为何关不住粒子?	371
9.4B K-G 方程的分解形式, Klein 佯谬的解释	374
§ 9.5 关于狭义相对论的本质	378
9.5A Einstein-Podolsky-Rosen 佯谬和反粒子	378
9.5B CPT 定理实际上已变为一个基本假设	379
9.5C 狭义相对论效应即隐藏反粒子场的效应	382
9.5D 相对论性多粒子体系定态薛定谔方程, 重夸克偶素	389
§ 9.6 氢原子基态附近能级的研究	394
9.6A 氢原子基态附近能级概况, 超精细结构	394
9.6B 莱姆移位的定性解释——辐射修正	396
附录 9A 莱姆移位的一种半定量计算方法	399

附录 9B 中微子是超光速粒子吗?	407
附录 9C 反引力和宇宙学	417
习题	421
参考文献	425
第十章 从实验看量子力学基本解释	429
§ 10.1 波粒二重性, 互补原理和测不准关系	429
10.1A 光的双缝干涉实验	430
10.1B 费曼“追踪电子”的双缝干涉实验	431
10.1C 原子干涉仪中的“Which Way”实验	432
§ 10.2 Einstein-Podolsky-Rosen 佯谬及其实验检验	436
10.2A EPR 佯谬与非定域纠缠态	436
10.2B Bell 不等式及其实验检验	438
10.2C 双光子的非经典干涉效应与 Franson 型实验 中的长程关联	442
10.2D 对 $K^0 \bar{K}^0$ 体系做的 EPR 实验	446
§ 10.3 量子理论和物理实在	450
10.3A Einstein-Pauli-Yukawa 佯谬	450
10.3B 测量的本质	452
10.3C 量子态和波函数	455
10.3D 个体与环境的对立统一	456
10.3E 自在之物和为我之物	459
附录 10A 量子态隐形传输	463
附录 10B 薛定谔猫态及其消相干的实验研究	468
习题	474
参考文献	475
附录 关于物理量单位制	478
习题答案、提示或附注	482

第一章 量子力学的基本概念和方法

本书是在大学量子力学课程基础上编写的,因此第一章带有复习的性质,然而也包含有不少新的、提高的内容,如路径积分、谐振子运动中的几何相位、相干态和压缩态等.对量子力学这种学科(恐怕任何学科都是如此),学一遍是远远不够的,只有在不断深入学习、应用和研究的过程中,才会真懂,即才会有体会、有感觉.为此不妨引用一段杨振宁教授在谈到一位聪明的年轻人时所说的话(“杨振宁教授一席谈”,倪光炯根据录音整理,中国《百科知识》1987年第一、二期;转载在《科学、教育与中国现代化》,杨振宁著[人民日报出版社,1987],92~113页;《杨振宁演讲集》[南开大学出版社,1989],88~100页等多本书上):

他虽然很聪明,比如说我问他几个量子力学的问题,他都会回答.但我问他:这些量子力学问题,哪一个你觉得是妙的?然而他却讲不出来.对他讲起来,整个量子力学就像是茫茫一片.我对于他的看法是:尽管他吸收了很多东西,可是他没有发展成一个 taste.这就是我所以觉得对他的前途发展不能采取最乐观态度的基本道理.因为学一个东西不只是要学到一些知识,学到一些技术上面的特别的方法,而是更要对它的意义有一些了解,有一些欣赏.假如一个人在学了量子力学以后,他不觉得其中有的东西是重要的,有的东西是美妙的,有的东西是值得跟人辩论得面红耳赤而不放手的,那我觉得他对这个东西并没有学进去.他只学了很多可以参加考试得很好分数的知识,这不是真正做学问的精神.他没有把问题里面基本的价值掌握住.学一个学科,不只是物理学,不但要掌握住它们里面的知识、定理和公理,更要掌握住这些知识、定理和公理的意义、精神及其重要性,等到你觉得这些东西重要到一个程度时,你才是真正把这些东西吸收进去了.我想一个思考比较成熟的、学得很好的学生,如果能够在早的时候接触到一些风格比较合适或者是比较重要的文章,并吸收了它们的精神,这对他将来选择正确的问题和正确地解决问题的方法是会有很大帮助的.

§ 1.1 自旋二态体系

1.1A 电子的自旋

对原子、分子过程的长期研究使人们逐渐懂得:对微观世界一个态的认识,与过去对宏观状态的描写是很不相同的.最能显示这一特色的体系是电子的自旋,乍看起来,它似乎完全没有经典的对应^[1-6].

在 1922 年所做的 Stern-Gerlach 实验表明:一个电子(实际上是一个原子中最外层的 S 电子)具有自旋角动量 $\mathbf{S}$, $\mathbf{S}$ 沿着空间某一固定方向(通常是一个固定的外磁场 $\mathbf{B}$ 的方向,并取为 z 轴方向),只有两个可能的投影值,记为

$$S_z = \frac{\hbar}{2} \quad \text{或} \quad S_z = -\frac{\hbar}{2} \quad (1.1.1)$$

这里

$$\begin{aligned} \hbar &= 1.0546 \times 10^{-34} \text{ 焦耳} \cdot \text{秒} \\ &= 6.5822 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{秒} \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

是一个基本的角动量单位,它等于 Planck 常数 h 除以 2π ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$).

现在已经测定电子的自旋磁矩 $\boldsymbol{\mu}$ 与 $\mathbf{S}$ 成正比:

$$\boldsymbol{\mu} = -g \frac{e}{2mc} \mathbf{S} \quad (1.1.3)$$

其中 $e = 4.80296 \times 10^{-10} \text{ esu} = 1.602095 \times 10^{-19} \text{ 库仑}$,

$$m = 9.10710 \times 10^{-31} \text{ 千克}$$

分别是电子的电荷(绝对值)和质量,无量纲的 g 因子叫做回转磁比率,在 Dirac 理论(见 9.3.8 式)中可以证明 $g = 2$ (在只考虑电子的轨道运动而不计自旋时, $g_l = 1$),但实验测得为

$$g = 2[1 + 0.0011596522] \quad (1.1.4)$$

其中 $\frac{1}{2}(g-2) = a = 0.00116$, 这一个 g 对于 Dirac 理论值 2 的相对偏差,常被称为电子磁矩的反常部分,现在已能够由量子电动力学予以解释.

电子自旋磁矩与外磁场 $\mathbf{B}$ 的相互作用能量是

$$H = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \quad (1.1.5)$$

以(1.1.3)式代入(1.1.5)式,即见 $S_z = \frac{\hbar}{2}$ 与 $(-\frac{\hbar}{2})$ 的两个态在磁场中有不同的能量;再假设磁场强度沿 z 方向有一不均匀性,这使电子束流(沿 y 轴方向)受到沿 z 方向的力

$$F_z = \frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}) \approx \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (1.1.6)$$

于是束流便分成了两束,这是 Stern-Gerlach 实验及类似实验的基础。

1.1B 自旋的矩阵表示及其几率诠释

经过 70 多年的研究,人们仍不知道电子有什么样的内部结构,因而不了解为什么 S 或其投影值是量子化的. 不过最聪明的办法是把这个问题搁置起来,而明确指出自旋体系是一个最简单的二态体系,把对应于 $S_z = \frac{\hbar}{2}$ 和 $(-\frac{\hbar}{2})$ 的两个态分别记作

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.1.7)$$

这里引进了二行一列的列矩阵表示. 进一步指出:一个电子的任意自旋状态 $|\psi(t)\rangle$ 必可表成为 α 与 β 的线性组合:

$$|\psi(t)\rangle = C_1(t)\alpha + C_2(t)\beta \quad (1.1.8)$$

其中 $C_1(t)$ 与 $C_2(t)$ 一般是任意复数(时间 t 的函数),但是受到归一化条件的限制. 后一点需要说明. 为此先定义态 $|\psi(t)\rangle$ 的厄密共轭为

$$\langle\psi(t)| = C_1^*(t)\alpha^\dagger + C_2^*(t)\beta^\dagger \quad (1.1.9)$$

其中

$$\alpha^\dagger = (1, 0), \quad \beta^\dagger = (0, 1) \quad (1.1.10)$$

我们要求 $|\psi(t)\rangle$ 是一个归一化的态:

$$\langle\psi(t)|\psi(t)\rangle = 1 \quad (1.1.11)$$

注意到 $\alpha^\dagger\alpha = \beta^\dagger\beta = 1$, $\alpha^\dagger\beta = \beta^\dagger\alpha = 0$, 就有

$$|C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2 = 1 \quad (1.1.12)$$

这个归一化条件的意义是: $|\psi(t)\rangle$ 态中电子自旋朝上 ($S_z = \frac{\hbar}{2}$) 的几率与朝下 ($S_z = -\frac{\hbar}{2}$) 的几率之和等于 1. 量子力学的这种几率诠释经过