

算學小叢書

算學的故事

拉萊特著
徐韞知譯



商務印書館發行

中華民國二十二年六月初版
中華民國二十七年十一月四版

(58728)

算學叢書
算學的故事 一冊

Story of Mathematics

每冊實價國幣叁角

外埠酌加運費匯費

原著者 Denham Larrett

譯述者 徐韞知

發行人 王雲五

長沙南正路

印刷所 商務印書館

各

發行所 商務印書館

(本書校對者胡達聰)

版權所有
翻印必究

年 代 表

本書各章所述的故事在歷史上的順序是怎樣貫串的，請看
下表分曉：

公 元	算學故事	同時的世界大事
前 1000	愛默士 (II)	公元前 735 羅馬建國
	忒理斯 (III)	前 551 孔子誕生
前 500	畢達哥拉 (III)	前 323 亞歷山王薨
	齊娜 (III)	前 214 秦始皇築長城
	梅奈克姆 (III)	
	歐几里德 } (IV)	公元 608 日人來華留學
	阿幾默德 }	
	亞波羅紐 }	
公元 500	希臘學派結束 (IV)	
	數碼輸入歐洲 (V)	
1000	牛津劍橋兩大學成立 (IV)	1118 中國賜詔於日本
	採用十號與一號 (VII)	1492 哥崙布西航大西洋
1500	笛卡兒 (VIII)	
	發明對數 (VII)	
	牛頓 } (VIII)	1689 劃定中俄國界
	來本之 }	
	尤拉 } (IX)	1759 英敗法取加拿大
	拉果蘭諸 }	1783 英許美獨立
	拉普拉斯 }	1871 德國統一
	朱爾 } (X)	
	克爾文 }	
1905	愛恩斯坦 } 相對論 (VIII)	
	明可斯基 }	
1915	相對論 (VIII)	1914 歐洲大戰

目 次

年代表.....	1
第一章 緒論.....	1
第二章 古代 <u>埃及</u> 的貢獻.....	8
第三章 『幾何學』的發達.....	13
第四章 <u>歐几里德</u> 『幾何學』.....	22
第五章 數碼的來源.....	33
第六章 中古時代大學的情況.....	38
第七章 『文藝復興』(renaissance)運動 中的『算學』.....	46
第八章 近世算學的形成 —— <u>牛頓</u> 和時代 背景.....	51
第九章 算學的理論和實務.....	65
第十章 能力.....	73

第十一章	圓周率·····	81
第十二章	科學上的新觀念·····	85
第十三章	『相對論』淺釋·····	91
第十四章	科學的統一性·····	99
第十五章	結論·····	103

算學的故事

第一章 緒論

歷史使人明敏，詩歌使人詠諧；算學使人精巧；
物理學使人深沉；道德使人嚴肅；邏輯和修辭學
能使人善辯。

——培根(Bacon)——

不要設想算學是困難麻煩，而和常識無關的，其
實他純是常識的精華。

——凱爾文(Lord Kelvin)男爵——

編這本書的目的並不是要用來教讀者的什麼算學，本來關於這科有價值的算學教科書儘多現成的，而且學校的教師們也隨時在講授着各種算學的基本理論；不過我們默察學生們學習算學，感到困難，就常常發生疑問——(1)究竟算學這個科目怎樣發生的？(2)這科的用處在甚麼地方？第一個問題大都是屬於歷史的方面。研究一種學問，

如果能夠知道他發展的程序和時代的背景，纔容易從活的積極的方面推闡起來；否則這種研究是死的，自然不會懂得這種學問連鎖演進的條理，和更精邃的演繹。第二個問題是屬於性質的方面。研究一種學問，如果能夠明瞭他實際的用途和影響的範圍；這種研究纔算是現實的而且人生的。這本小書就是把自古以來算學發達的情形簡略的敘述出來，同時，拿時代作背景把他的各種顯著的應用簡單說明。我們不惟重視各種日常度支計算和商業應用的核算能力；並且還應該明白每種科學工作以及聯帶的各種發明和算學的關係。

說到算學的用途，最顯著的是在各種機械工程，電氣工程，建築工程等方面。但是社會問題和經濟問題也無不和各種統計學算學有密切關係。再如最近的數理哲學 (mathematical philosophy)，數理邏輯 (logique mathématique) 的發達，構成哲學邏輯學上最光明之一頁。還有近代的實驗心理學也和算學有很多的關係。這些都是抽象的

學問應用算學的例證。至於自然科學方面更可見着算學偉大的用處。我們若果拿史的眼光來看，算學的確是黑暗時代阿拉伯 (Arabs) 人遺留下來的——一線光明，可惜這種學問的本身過於專門，因此普通學習的人只會增加一種神祕或盲目的崇拜，結果差不多好像一堆啞謎。發明固然必要，可是確定和表明他存在的價值，尤為一切工作中最切要的工作。

原始社會進化到稍有經濟組織雛形的時候，人們在日常生活中自然就需要計算，因為需要計算，就漸漸想出計算的方法，懂得計算，自然會想用法子來記載計算的結果，留着以備後來考查。社會日益進化，人類要求亦益增多，自人們會利用思維，便常常發出疑問如『為什麼』？……『怎麼樣』？……『為什麼天上的星會動』？……『太陽離我們幾多遠』？……有了這些問題，也就會設法來求解答。經過幾千百年後，問題的數目增多，從事解決這些問題的科學家也隨着增多。因

此，自然界逐漸開放了他互古保藏着的祕密。到了這個時候，學科家的武器，不僅是望遠鏡，物理儀器等等；並且還有前輩遺留的條理，整齊的記錄，這種表示許多精確的綜合結果成為精確的格式的能力，是科學家對付環繞四圍的自然界的最有力的武器。這種能力就是『算學』（mathematics）。沒有『算學』科學的進步實際上就不可能。我們要問算學的用途在甚麼地方，這就是他的答案；而且只要自然界還有許多祕密尙待啓發，人類還在尋求知識，『算學』在科學中仍然佔一個中心位置，繼續發展他的效用，或為人類解決無數問題，這答案總是對的。

有史以前人類在科學上的成就如何，我們所知道的實在有限。我們只是從兩方面得到一點知識：第一，從遺留到今的古石器，陶器及壁畫等方面來研究，第二，從現存的退化民族的習慣方面來研究。我們由這兩方面的研究，可以猜想：很早以前，人已經能夠區別一個大數目和一個小數目，

並且能辨別這兩個數目的不同；稍久漸具有計算的能力。我們從退化的民族看起來，原人係用手指來計算數目的，或許只能夠計到『十』位，現在有些民族用的數目名稱，還和手指的名稱一樣。

『十』位以上，退化民族通常都不能計算；所以他們常說『十』位以上的數目爲『多數』，或其他類似的名辭。至於用符號來代替數目直到後來很久纔算發達。

其次一個時期，因爲社會經濟組織變繁，人類的慾求增加，用手指來計算已經不夠，於是改用石子來代替手指。依照自然界表現的例證，每組『十』個的若干石子就構成計數的工具。這種進步實在是計數科學的萌蘗。這種進步同時也表現『思想』上發生的一個重要的進步。他們計數的方法，先把第一組大小同樣的『十』個石子放在一排，然後再把另一組放在側邊，仿此類推，就可以計算超過『十』位的數目。又因爲用到兩組以上的石子，就發生了一個『單位』(unit)的觀

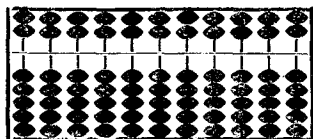


圖 1 算 盤

念。他們再改良這種方法，用第二組的一個^絲石子來代表第一組的全體；舉個例說，第二組的一個石子和第一組的五個石子一起就代表十五。如此就有了計算到『百』位的工具。再用到第三組石子，可以計數到『千』位。後來文化較高的民族改進這種方法，結果就造出『算盤』（abacus）來。這種東西自從有史記載直到近百年間還是唯一通行的計數工具。『算盤』係用『算珠』來代替石子。中間用一條木片隔成上下兩格（如第一圖）；上窄下寬。『盤』上縱串許多銅線；每條銅線上串着七個『算珠』，兩個在上格，五個在下格，都留有適當的空隙，以使用者自由撥動。珠算上用的『單位』觀念和前邊所說的一致。不過為便利起見，每條銅線的上格一個『算珠』代表下格五個『算珠』；換句話說，下格的五珠相當於上格的一珠。這是中國式的『算盤』。西洋式的『算盤』沒有那條橫

隔的木片，每條線上共有十個『算珠』；用的單位自然較中國式的『算盤』上用的單純。但中國的『算盤』自有其相當的歷史和進步，我們如果從他的實用方面來看，卻也很有存在的價值。

這就是我們能夠敘述的有史以前和古代人類對於算學的一點成就；現在開始來說『算學』有記錄以後直到今日的情形。

第二章 古代埃及的貢獻

造成金字塔，只有努力。埃及雖然滅亡，努力的
紀念碑永遠存在着啊！

——楊(Young)——

我們今日所有最古的筆錄的『算學』著作，是在紀元前一千年左右一個埃及的教士，叫做愛默士 (Ahmes) 用通草寫的。這本筆記普通認為是較早幾百年前一種類似著作的抄本。這本筆記內中包含着許多算術和幾何學的問題。前邊曾經說過古代人的算術能力如何；再從這本筆記看來，愛默士實在很通曉算術演算的基本方法以及分數的應用。他用的方法有的非常奇特，不過都表現出很難得的巧妙；同時還足以證明他完全精通這種學問。

『算術』(arithmetic) 的來源實在要歸結到原人用石計數的行爲，不過經過埃及人的努力以後，它的基本演算法則纔算從此確立，所以我們不能

不承認埃及人對於算術有他們相當的貢獻。還有『幾何學』(geometry)這種學問大概也是發源於埃及(Egypt)地方。埃及許多區域每年都受尼羅河(Nile)定期汎濫的影響，沿河兩岸水漲時常被淹沒，水落時則漾出灘地。這種灘地的形狀逐年不同，然而這種很適宜於農作物。因為關係於他們生產事業異常重要，所以需要一種地形測量術，因此纔發明『幾何學』。我們雖不能說這種說法完全真實，不過埃及人測量的知識的確豐富。再根據史的記載，希臘人(Greeks)的『幾何學』知識還是從埃及人方面得來的。

我們由埃及境內寺廟的遺蹟看來，前邊所述『幾何學』導源於埃及的話似乎近理。埃及人都固定在類似的位置建造寺廟——這種事實自然就需要決定東西和南北方向的工具。他們先觀察天上的星如北極星(polar star)得到南北向；再用巧妙的方法作南北向的垂線，就得到東西向。這種法子是先取一根繩子，按照 3 : 4 : 5 的比例打兩個結，

然後沿着結摺成一個三角形，在這個三角形內，兩個短邊間的角是個直角。如果一條短邊是南北向，另一條短邊和它垂直就是東西向，這樣要定的東西向就立刻得出。這種方法和今日建築上用的大同小異。

愛默士書裏提到『幾何學』的問題，大半是關於各種形的面積，和與金字塔（pyramids）相關的問題。本來在較古以及那個時候，『幾何學』的發明由於人類的實際需要，所以一切研究也只限於實際的應用。直到後來希臘人纔開始把這種學問做成一種抽象科學來研究。

在這時期內，與埃及同時的其他世界各國的科學成就究竟怎樣，我們不大清楚。又因為缺乏信史的記錄的原故，所以敘述更加困難。不過我們用史的眼光來判斷，腓尼基（Phoenicians）的社會背景本是個商業極發達的國家，他們具有的『算學』知識想來至少足夠他們在商業活動上的應用。所以我們相信『算術』的知識在腓尼基民族中一

定有相當的成就，還有他們的鄰國卡泰人 (Chaldeans) 多半喜歡星象，在歷法上很有貢獻，並且他們觀察星象的結果，後來逐漸集成一類極豐富的『天文學』 (astronomy) 的知識。比較遠一點的還有東方的中國和印度 (India)，中國的『算學』側重實用方面，雖然在裝飾的藝術上，可以見得出他們的精巧；但是沒有理論的記載，在這種學問上不能有什麼貢獻。至於印度方面，後章將要說到。古代印度算術上的許多知識，再經過幾度變遷，就是現在『算術』中許多材料。還有今日通用的方法。也是古代印度人的計數知識的一種遺留。

這許多古代民族的『算學』能力都是偏於實用方面的，並且多半是實地觀察的結果。我們再留心埃及的金字塔，寺廟，巴比倫 (Babylon) 的空中花園等工程，對於他們只用簡單的工具和粗淺的學識，竟能成就這樣偉大的工程，這可不能不佩服他們的才力和勇氣。希臘人由埃及方面得到

他們的『幾何學』知識，再從而發揚光大之，就形成了這種學問的基礎。