



高职高专道路与桥梁专业系列规划教材

GAOZHIGAOZHUAN

道路工程力学(下册)

吴明军 主 编

陈 刚 副主编



科学出版社
www.sciencep.com

高职高专道路与桥梁专业系列规划教材

道路工程力学

(下册)

吴明军 主编
陈刚 副主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书根据高职高专道路与桥梁专业的教学目标和要求而编写。全书分上、下两册。上册共十章,主要包括工程力学基本知识、平面力系、空间力系、杆件的内力与变形、杆件的应力与强度、应力状态与强度理论、组合变形分析和压杆的稳定等;下册共九章,主要包括体系的几何组成分析、静定结构内力计算、影响线及其应用、结构位移计算、力法、超静定拱、位移法、力矩分配法、矩阵位移法等。

本书可作为高职高专道路与桥梁专业,以及水利工程专业、土木工程专业的教学用书,亦可供其他专业的师生和技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

道路工程力学(下册)/吴明军主编. —北京:科学出版社,2005

(高职高专道路与桥梁专业系列规划教材)

ISBN 7-03-014862-2

I. 工… II. 吴… III. 工程力学—高等学校:技术学校—教材
IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 001818 号

责任编辑:童安齐 沈 建 / 责任校对:耿 耘

责任印制:吕春珉 / 封面设计:东方上林工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年2月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2005年2月第一次印刷 印张: 17 3/4

印数: 1—4 000 字数: 343 000

定价: 46.00 元 (上、下册)

(如有印装质量问题, 我社负责调换 (双青))

前 言

本教材根据高职高专道路与桥梁工程(技术)专业培养目标及其工程力学教学大纲及教学要求而编写。本教材适应高职高专教育淡化学科、重视专业和强调应用的特点,强化工程力学知识应用的教学,注重例题、习题的选配,突出动手能力的培养,是编者多年教学实践经验的积累和总结。

由于考虑到不同学校在学制上有差异,对工程力学课学分或学时的设置也不尽相同,因此,本教材在内容取舍上照顾了知识面上的要求。各学校在教学时,具体教学内容可由教研室或任课教师在该课程授课计划中确定。

本教材尽管主要是针对高职高专道路与桥梁专业而编写的,但由于土建类专业对工程力学知识的要求具有一定的相通性,因此本教材也可适用于高职高专土建类其他专业,如建筑施工专业、给排水专业、环境工程专业、水工建筑专业等,也可作为其他相关专业的参考书。同时,下册还可单独作为“结构力学”教材使用。

参加本教材编写的有:山东农业大学王素华(第一、二、五章)、戴景军(第三、四章),昆明冶金高等专科学校刘凌(第六、九章),山东水利职业学院梁秋生(第七、十章)、刘秋生(第八章),四川建筑职业技术学院吴明军(第十一、十二章),福建交通职业技术学院陈刚(第十三、十六章),昆明冶金高等专科学校裴利剑(第十四、十九章),四川建筑职业技术学院肖盛莲(第十五章),广西建筑职业技术学院邓小峰(第十七、十八章)。

本教材第十一~十八章由四川交通职业技术学院黄万才主审,并提出了许多宝贵的建设性意见,在此表示衷心地感谢。

由于作者水平所限及时间仓促,书中难免存在不足之处,恳请广大读者批评指正。

目 录

前言

第十一章 体系的几何组成分析	1
11.1 概述.....	1
11.2 几何不变体系的基本组成规则.....	6
11.3 几何组成分析方法.....	9
本章小结.....	14
思考题.....	15
习题.....	16
第十二章 静定结构内力计算	18
12.1 多跨静定梁及静定斜梁的内力计算.....	18
12.2 静定平面刚架的内力计算.....	23
12.3 三铰拱的内力计算.....	33
12.4 静定平面桁架的内力计算.....	44
12.5 静定组合结构的内力计算.....	54
12.6 静定结构的特性.....	57
本章小结.....	59
思考题.....	60
习题.....	61
第十三章 影响线及其应用	65
13.1 概述.....	65
13.2 单跨静定梁支座反力及内力的影响线.....	67
13.3 结点荷载作用下的影响线.....	73
13.4 多跨静定梁的反力与内力影响线.....	75
13.5 我国公路和铁路的标准荷载制.....	77
13.6 影响线的应用.....	79
13.7 等代荷载.....	90
13.8 简支梁的绝对最大弯矩.....	94
13.9 简支梁的内力包络图.....	98
本章小结.....	100
思考题.....	102

习题	102
第十四章 结构位移计算	107
14.1 外力在变形体上的实功、虚功与虚功原理	108
14.2 结构位移公式及应用	110
14.3 静定梁与静定刚架位移计算的图乘法	115
14.4 温度改变和支座移动引起的结构位移计算	120
14.5 互等定理	124
本章小结	126
思考题	128
习题	129
第十五章 力法	132
15.1 力法的基本原理	132
15.2 力法的典型方程	137
15.3 力法应用举例	140
15.4 利用结构对称性简化力法计算	148
15.5 超静定结构位移计算和最后内力图的校核	155
15.6 超静定结构由支座移动和温度变化引起的内力计算	158
本章小结	163
思考题	163
习题	163
第十六章 超静定拱	168
16.1 概述	168
16.2 弹性中心法计算对称无铰拱	170
16.3 总和法	174
16.4 无铰拱的影响线	179
16.5 温度改变和混凝土收缩对无铰拱的影响	182
16.6 支座移动对无铰拱的影响	185
16.7 两铰拱及系杆拱的计算	186
本章小结	190
思考题	190
习题	191
第十七章 位移法	193
17.1 位移法的基本原理	193
17.2 单跨超静定梁杆端弯矩正、负号的规定与判定方法	202
17.3 位移法应用举例	205
17.4 位移法典型方程简介	213

本章小结	219
思考题	219
习题	220
第十八章 力矩分配法	223
18.1 力矩分配法的基本原理	223
18.2 力矩分配法计算单结点超静定问题	228
18.3 力矩分配法计算多结点超静定问题	232
本章小结	239
思考题	239
习题	240
第十九章 矩阵位移法	243
19.1 概述	243
19.2 局部坐标系下的单元刚度矩阵	243
19.3 整体坐标下的单元刚度矩阵	247
19.4 整体刚度矩阵	250
19.5 等效结点荷载	254
19.6 矩阵位移法举例	256
19.7 结构计算的电算程序简介	260
本章小结	262
思考题	262
习题	263
部分习题参考答案	266
主要参考书目	272

第十一章 体系的几何组成分析

本章主要讨论杆件体系几何组成性质的确定,几何不变体系的简单组成规则及应用这些规则分析体系的几何组成性质,从而为构建几何不变体系、建造建筑结构打下基础。

11.1 概 述

11.1.1 体系及其几何组成分析的概念

这里所讨论的**体系**是指由杆件、有时也包括基础等通过某些方式联结而成的整体系统。其中,“基础”是相对的,是指体系某部分必须依附而又不必详细表达的那部分。联结方式则有链杆联结、铰链联结和刚性联结三种。如果体系的各部分都位于同一平面内,则称为平面体系。图 11.1 为常见平面体系。本章我们只讨论平面体系。

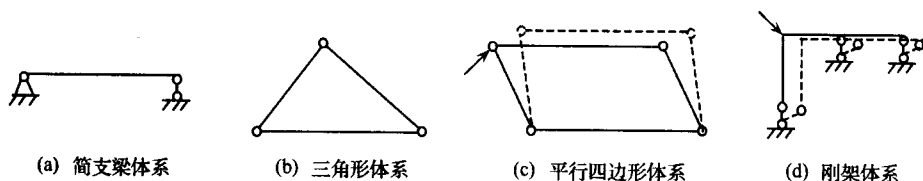


图 11.1

体系在受到任意方向的外力作用或外部干扰时,如果不考虑杆件的弯曲或伸缩变形,整个体系的几何形状或各部分的位置就不发生改变,则这种体系称为**几何不变体系**[图 11.1(a)、(b)];反之,则称为**几何可变体系**[图 11.1(c)、(d)]。几何不变体系能承受一定的外力或外部干扰,因此可以作为工程结构体系。几何可变体系不能承受外力或外部干扰,因此不能作为工程结构体系。

几何不变的平面体系称为**刚片**。图 11.1(a)、(b)所示体系都是刚片。在平面体系中,基础必须是刚片,链杆可以看成刚片。这样一来,体系的组成部分除链杆、基础、铰链外,还可以加上刚片。比如,图 11.1(a)所示简支梁体系可以看成是由基础刚片和链杆刚片通过一铰和一链杆联结而成的;图 11.1(b)所示三角形体系可以看成是由三个链杆刚片通过三个铰两两相连而成的。

体系是几何不变的或几何可变的这一特性称为体系的**几何组成性质**。要知道

一个体系能否作为工程结构体系,显然必须先确定该体系的几何组成性质。确定一个体系的几何组成性质的分析过程称为**体系的几何组成分析**。体系的几何组成分析基于对几何不变体系的组成规则的研究。几何不变体系的组成规则又与体系的运动自由度有关。因此,下面我们先讨论体系的运动自由度。

11.1.2 平面体系的自由度与约束个数

体系的运动自由度与体系自由度概念和约束个数概念密切相关。

1. 平面体系的自由度概念

体系或其部分的自由度是指体系或其部分在空间中运动的独立方式数目。如图 11.2 所示,一个铰(即一点)在平面内的运动分解成水平运动和竖直运动两种方式,故其自由度为 2。一根链杆(即一线段)在平面内的运动可分解为随某点的平动和绕该点的转动两种方式,故其自由度为 3。同样,一个刚片在平面内也有 3 个自由度。

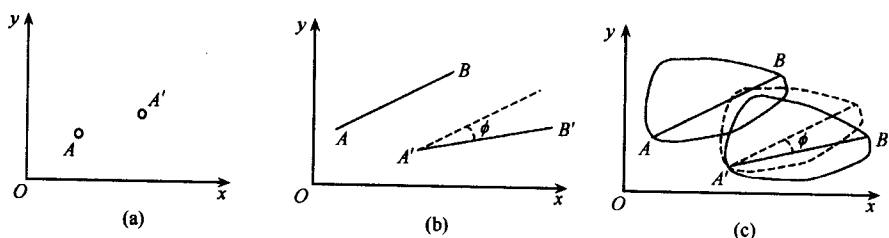


图 11.2

从另一个角度看,体系或其部分的自由度是指体系或其部分在空间中运动时所改变的独立坐标数目。一个铰在平面内运动可以改变 x 、 y 两个独立坐标,故自由度为 2。一根链杆或一个刚片在平面内运动可以改变 x 、 y 、 ϕ 三个独立坐标,故自由度为 3。实质上,体系或其部分的自由度也是固定体系或其部分的位置所需要的最少独立坐标参数的个数。

由于运动是相对的,因此体系或其部分的自由度数也是相对于观察者所选定的参照系而言的。如图 11.3(a)所示杆件体系或图 11.3(b)所示刚片体系,要相对于坐标系固定其位置,都至少需要 4 个坐标参数,因而自由度都是 4。但要图 11.3(a)中 AB 杆相对于 AC 杆固定位置,则只需要 1 个坐标参数——两杆的夹角 ϕ ,故 AB 杆相对于 AC 杆的自由度(称为体系内部自由度)为 1。同理,图 11.3(b)中刚片 I 相对于刚片 II 的自由度也为 1。

2. 约束个数概念

我们知道,约束是限制物体或物系运动的装置或机构,但不同类型的约束对物

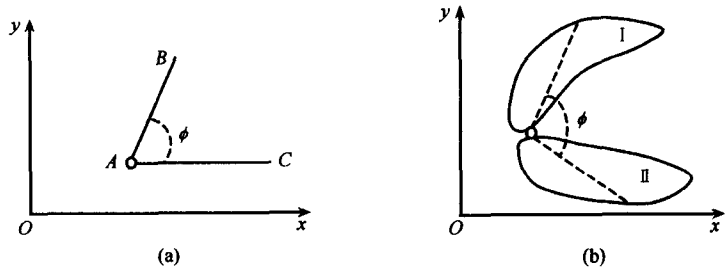


图 11.3

体运动限制的程度是不一样的。在此,我们规定:能减少体系一个自由度的约束为 1 个约束。这样就可以把限制物体运动的约束定量化。

(1) 一根链杆只能减少系统的一个自由度,故为 1 个约束。如图 11.4(a)所示,铰 A 在平面上运动本来有两个自由度,用一根链杆与参照坐标系相连后,就只有绕链杆另一端铰转动的一种运动方式,即只有 1 个自由度,说明一根链杆减少了系统的一个自由度。从图 11.4(b)可以看出链杆使平面内的杆件减少了一个自由度。

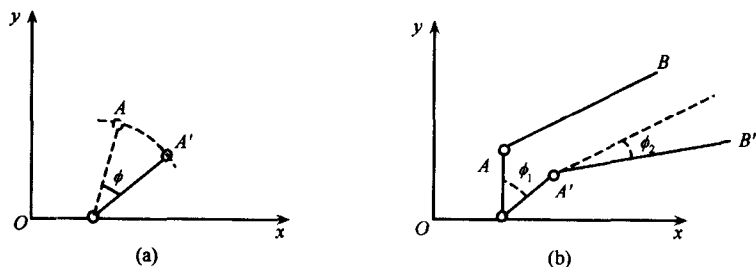


图 11.4

(2) 一个单铰能减少系统的 2 个自由度,故为 2 个约束。单铰是指仅联结两个刚片的铰链。平面内的刚片本来有 3 个自由度,用一个铰与参照坐标系联结后,就只有绕铰心转动的一种运动方式,即只有 1 个自由度[图 11.5(a)]。说明一个单铰

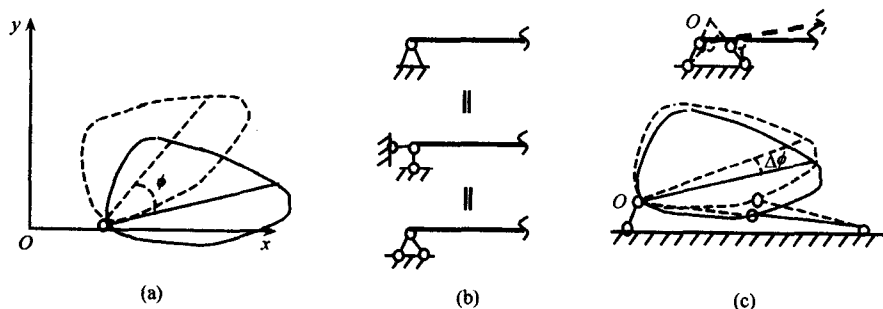


图 11.5

为 2 个约束,相当于两根链杆。因此,常用二链杆代替一个铰[图 11.5(b)],不过,要求此二链杆公用一个铰且不共线,称该二链杆形成“实铰”。

若两链杆不公用一个铰,且不平行,则称该二链杆形成其延长线交点处的“虚铰”[图 11.5(c)],交点为铰心,被联结的两刚片可绕此铰心相对转动,而一旦转动,则两链杆位置发生变化,其交点位置随之变化。因此,在这种情况下,被联结的两刚片的相对转动中心是变化的。

若两链杆不公用一个铰,且平行,则称该二链杆形成其延长线在无穷远处的“虚铰”[图 11.6(a)]。此时被联结的两刚片的相对转动中心在无穷远处,被联结的两刚片的相对转动实际上变为相对平动。若两链杆等长,被联结的两刚片可永远做相对平动。若两链杆不等长,被联结的两刚片只能在开始瞬间做相对平动。

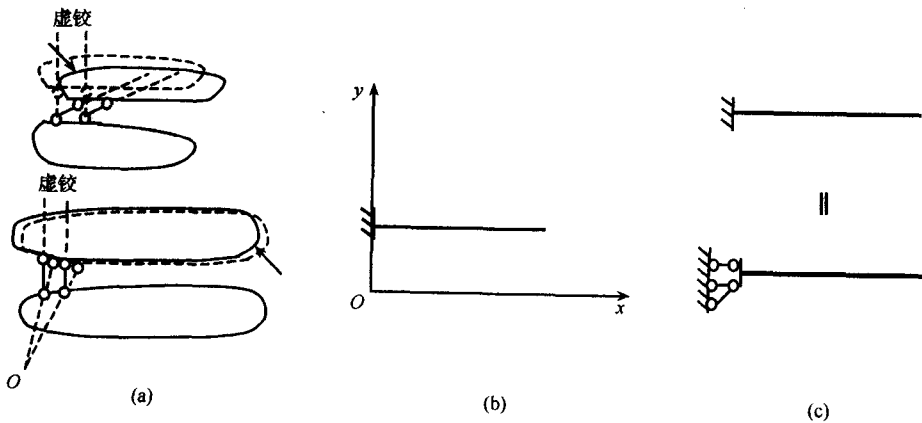


图 11.6

联结 3 个及以上刚片的铰称为**复铰**。联结 n 个刚片的复铰相当于 $n-1$ 个单铰 ($n=2$ 时为单铰)。

(3) 一个刚性联结能减少系统的 3 个自由度,故为 3 个约束。如图 11.6(b)所示,平面内的杆本来有 3 个自由度,用一个刚性联结与参照坐标系联结后,就不能运动了,即自由度为 0。说明一个刚性联结为 3 个约束,相当于三根链杆[图 11.6(c)]。不过,后面将说明,这三链杆既不能全平行,又不能汇交于一点。

3. 体系自由度的计算

上面介绍了体系元素自由度概念。简单体系的自由度一看便知,但复杂体系的自由度并不是一下子就能看出来的,需要通过计算才能知道。为此,可以把体系中各已知的几何不变部分(包括杆件、基础等)看成刚片,把整个体系看成由若干刚片通过若干铰联结起来的整体。设体系中所认定的刚片数为 n ,联结所认定刚片的单铰数为 h ,体系的自由度 D 可用式(11.1)计算:

$$D = n \times 3 - h \times 2 \quad (11.1)$$

在使用式(11.1)时,有三点值得指出:①计算出的自由度不一定是体系的真实自由度,故称为**计算自由度**;②计算时,复铰必须换算成单铰;③刚性联结没有作为约束计算,应直接把刚性联结在一起的若干小刚片看成一个大刚片。

计算自由度是在理论上一个体系或其部分相对于所取参照坐标系的运动可能方式数。习惯上,常把参照坐标系建立在基础上,因此,计算自由度为体系或其部分相对于基础的自由度。如果把参照坐标系建立在体系中的某刚片上,则该刚片不应计算在刚片数内,算出的自由度为体系除该刚片之外的部分相对于该刚片的自由度,称为**内部计算自由度**。对于与基础刚片有联结的体系,由于参照坐标系建立在基础刚片上,因此,基础刚片不应计算在刚片数内,算出的自由度是体系除基础刚片之外的部分相对于基础刚片的自由度,实质上仍是一种内部自由度。

图 11.1(a)所示简支梁体系中,把梁看作 1 个刚片,链杆看作 1 个刚片,因此 $n=2$ 。固定铰支座 1 个铰,链杆两端各 1 个铰,因此, $h=3$,故体系的计算自由度按式(11.1)为: $D=2 \times 3 - 3 \times 2 = 0$ 。它是基础之外部分相对于基础的计算自由度。说明从计算上看,基础之外部分相对于基础刚片的可能运动方式数为 0,即没有运动可能性,说明体系有可能是几何不变体系。

图 11.1(b)所示三角形体系, $n=3, h=3$,因此相对于基础(这里即指大地)上平面坐标系的计算自由度为: $D=3 \times 3 - 3 \times 2 = 3$,说明三角形体系相对于基础有三种运动可能,不难看出这“三种运动可能”就是:沿水平和竖直两方向的移动加绕某参照点的转动。若以体系中水平杆为参照物,则 $n=2, h=3$,故其内部计算自由度为: $D=2 \times 3 - 3 \times 2 = 0$,说明从计算上看,水平杆以外部分相对于该水平杆没有运动可能性。

图 11.3 所示两种体系相对于坐标系的计算自由度都为: $D=2 \times 3 - 1 \times 2 = 4$ 。AB 杆相对于 AC 杆的内部计算自由度为: $D=1 \times 3 - 1 \times 2 = 1$ 。刚片 I 相对于刚片 II 的内部计算自由度为: $D=1 \times 3 - 1 \times 2 = 1$ 。

又如,图 11.4(a)所示体系中只有 1 个刚片(即链杆)和 1 个联结铰(联结刚片与坐标系),铰 A 不起联结作用,不能算在铰数内,因此体系相对于坐标系的计算自由度(是内部计算自由度)都为: $D=1 \times 3 - 1 \times 2 = 1$ 。图 11.4(b)所示体系中有 2 个刚片和 2 个联结铰(其中一个铰链联结刚片与坐标系),因此体系相对于坐标系的计算自由度都为: $D=2 \times 3 - 2 \times 2 = 2$ 。

由于图 11.6(b)所示体系与图 11.6(c)所示三链杆体系等效,因此体系相对于基础刚片的计算自由度为: $D=4 \times 3 - 6 \times 2 = 0$,说明没有相对运动可能性。其实,图 11.6(b)所示体系为两刚片刚性联结,直接构成一个更大的刚片。一个刚片内部各部分之间的相对自由度必然为 0。

【例题 11.1】 试计算图 11.7 所示体系的自由度。

【解】 杆 AC 与杆 CD 直接刚性联结,可看成一个大刚片。杆 BD 直接与基础刚片联结,一起看成一个大基础刚片,不算在刚片数内。故该体系由一刚片和两铰构

成,计算自由度为

$$D = 1 \times 3 - 2 \times 2 = -1$$

通过刚片 ACD 运动特性分析不难知道,该体系为几何不变体系。

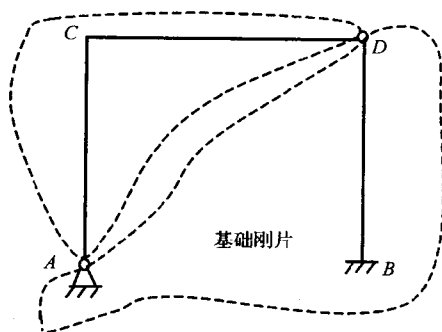


图 11.7

4. 体系自由度与几何组成性质的关系

图 11.1(a)、(b),图 11.6(a),图 11.7 所示体系都是几何不变体系,内部计算自由度都 ≤ 0 。图 11.1(c)是几何可变体系,内部计算自由度也为 0(同学们可验算一下)。而图 11.3、图 11.4 所示几个内部计算自由度 >0 的体系都是几何可变体系。因此,体系的内部计算自由度与其几何组成性质有一定关系。

一般地,体系的几何组成性质与体系的内部计算自由度的关系是:几何可变体系内部计算自由度必定 >0 ,几何不变体系内部计算自由度必定 ≤ 0 ,但内部计算自由度 ≤ 0 的体系不一定是几何不变的,即内部计算自由度 ≤ 0 是体系几何不变的必要条件,但不是充分条件。

因此,要准确判断一个内部计算自由度 ≤ 0 的体系的几何组成性质,还必须作进一步分析。分析的依据就是下节将介绍的几何不变体系的基本组成规则。

11.1.3 体系几何组成分析的目的、意义和方法

通过对体系作几何组成分析,可以判断体系的几何组成性质,从而确定体系能否作为工程结构。掌握了几何不变体系的组成规则,可以避免设计与建造工程结构时形成几何可变体系,以保障工程安全。另外,几何组成分析还可以帮助我们确定工程结构体系是静定的还是超静定的,为选择结构分析方法提供依据。

几何组成分析的方法我们将在 11.3 节专门讨论。

11.2 几何不变体系的基本组成规则

由上节知,体系内部计算自由度 ≤ 0 时,体系的几何组成性质有三种可能性:

几何可变、几何不变且无多余约束和几何不变有多余约束。一个体系到底属于哪种情况,必须进一步分析。这里,多余约束是指维持体系几何不变所不必要的约束。那么,使一个体系成为几何不变体系到底需要多少约束?这些约束应当具有什么特性?这就是几何不变体系组成规则要解答的问题。本节,我们讨论三个常用的最基本的平面几何不变体系组成规则。

11.2.1 两刚片规则

如果有两个刚片[图 11.8(a)]要构成几何不变体系,最简明的方法是:先用一铰将其联结[图 11.8(b)]。此时,刚片 I 相对于刚片 II 只有转动这一种自由度。然后,只要用一根链杆将两刚片相连,则体系就成为几何不变体系,没有多余约束[图 11.8(c)]。从自由度看:图 11.8(a)中刚片 I 相对于刚片 II 的自由度为 3;图 11.8(b)中刚片 I 相对于刚片 II 的自由度为 1;图 11.8(c)中刚片 I 相对于刚片 II 的自由度为 0。

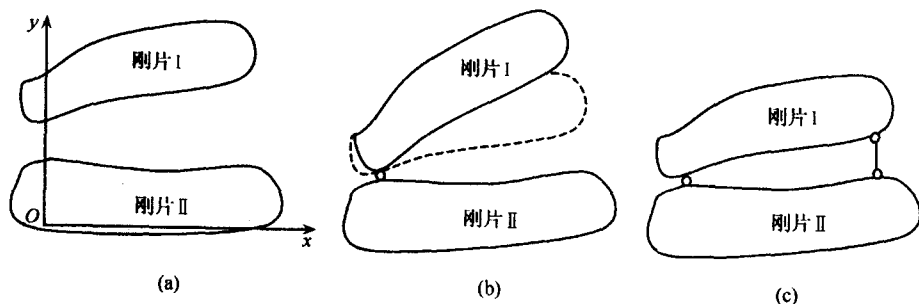


图 11.8

但此时要注意,链杆和铰不能共线,否则,如图 11.9(a)所示,中间铰 O_3 会沿绕 O_1 、 O_2 转动的圆弧公切线做微小的上下移动,是可变体系。但由于中间铰一旦移动微小距离,就不可能再移动,即体系只能在最初瞬间几何可变,故又称之为几何瞬变体系。几何瞬变体系同样不能作为工程结构体系。

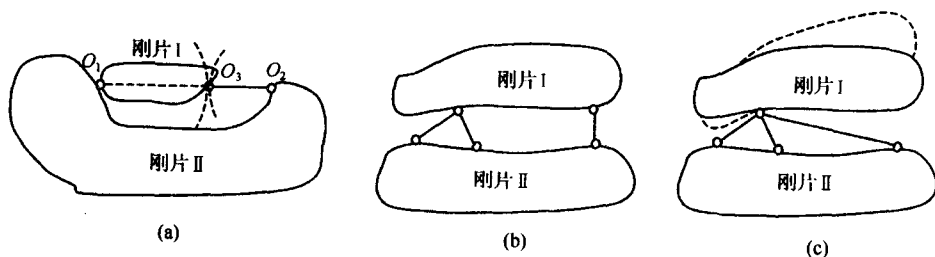


图 11.9

由于一个铰可换成两根链杆,因此两刚片也可用三链杆联结[图 11.9(b)],构成无多余约束的几何不变体系。不过,这时三链杆不应汇交于一点[图 11.9(c)],也不应全平行[图 11.10(a)、(b)]。否则,相当于一铰一链杆联结时链杆与铰共线的特例,体系成为几何可变:图 11.9(c)三链杆汇交,图 11.10(a)三链杆平行且等长,体系都永远可变,称为**几何恒变体系**;图 11.10(b)三链杆平行但不等长,体系只在开始瞬间可变,为**几何瞬变体系**。于是有如下规则:

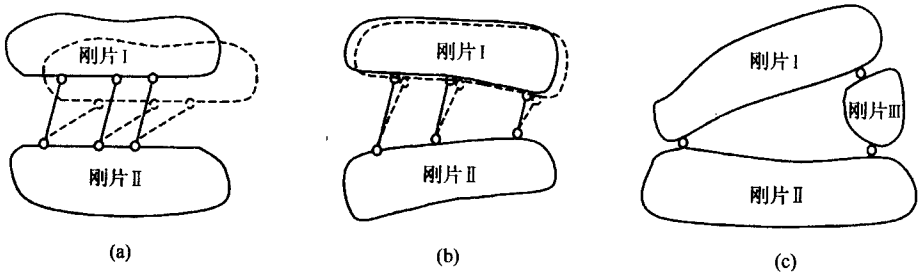


图 11.10

两刚片规则 1 两刚片用一铰和一链杆相连,只要铰与链杆不共线,则构成无多余约束的几何不变体系。

两刚片规则 2 两刚片用三链杆相连,只要三链杆不全平行或汇交于一点,则构成无多余约束的几何不变体系。

符合两刚片规则的两刚片,相当于刚性连接在一起了[图 11.6(b)、(c)]。

11.2.2 三刚片规则

在两刚片规则 1 中,把链杆换成刚片,则形成三刚片用三铰两两相连的相连情况[图 11.10(c)]。这时“铰与链杆不共线”的条件变成“三铰不共线”,否则成为几何瞬变体系[图 11.9(a)]。于是有如下规则:

三刚片规则 三刚片用三铰两两相连,只要三铰不共线,则构成无多余约束的几何不变体系。

这里,每一个铰都可以换成两根链杆形成的虚铰。当三个铰都是虚铰时,成为三刚片六链杆的情况。此时要求三虚铰既不能共线,也不能重合(若三铰都为无穷远虚铰,则要求不能在同一方向),否则,都会成为瞬变体系。

11.2.3 二元体规则

所谓**二元体**,是指铰连但不共线的二链杆整体,图 11.11(a)即为一个二元体,其中铰 B 可称为二元体的**顶铰**。二元体用三个铰的符号加连线表示,顶铰的符号应放在中间,因此图 11.11(a)中的二元体可记为 $A-B-C$ 。在“两刚片规则 1”中,把一个刚片变换成其两铰之间的一链杆,则形成在刚片上增加一个二元体的情况[图 11.11(b)]。这时“铰与链杆不共线”的条件应变成“二元体的三铰不共线”,否

则成为几何瞬变体系[图 11.9(a)]。因此,有如下二元体规则:在刚片上增加二元体,只要二元体的三铰不共线,则构成无多余约束的几何不变体系。

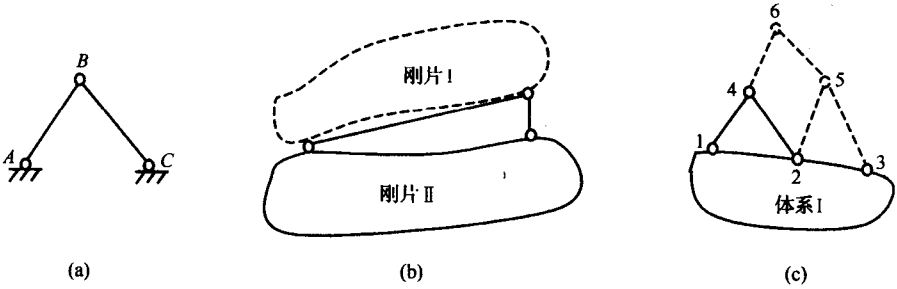


图 11.11

二元体规则还可以推广为:在一个体系中增加或拆除二元体,不会改变原体系的几何组成性质。如图 11.11(c)所示,在体系 I 上增加二元体 1-4-2、2-5-3、4-6-5 所得整个体系与原体系 I 的几何组成性质相同;从整个体系中依次拆除二元体 4-6-5、2-5-3、1-4-2 后所余体系 I 与拆除前的整体的几何组成性质也相同。

11.3 几何组成分析方法

对体系作几何组成分析时,首先应计算出体系的内部计算自由度 D 。若 $D > 0$, 则必为几何可变体系,又可分为几何恒变体系和几何瞬变体系;若 $D \leq 0$, 则有可能为几何不变体系或几何可变体系,尚需按几何不变体系的组成规则进一步分析才能做出准确判断,故体系几何组成分析步骤如图 11.12 所示。

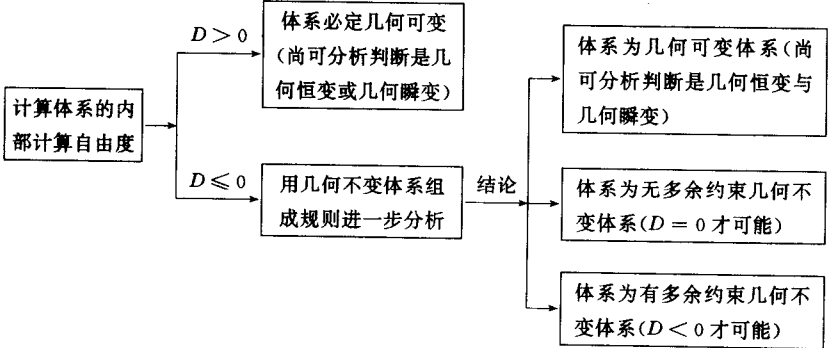


图 11.12

为了能在几何组成分析时用符号表达,使叙述简明,我们特做如下表示方法规定:

(1) 刚片。在其名称符号外加中括号表示。如基础刚片 I 记为[基础]或[I]。几何不变体系也是刚片,也可用这种表示方法。例如,某体系中 ABCD 部分若为无

多余约束几何不变体系,则直接记为 $[ABCD]$;若为多余 x 个约束的几何不变体系,则记为 $[ABCD] \cdots \cdots x$ 。

(2) 铰。在其名称符号外加圆括号表示。例如,铰 A 记为 (A) 。

(3) 链杆。在其两端符号中间加中连线表示。例如,链杆 AB 记为 $A-B$ 。

(4) 几何可变体系。在其名称符号外加加大括号表示。例如,某体系中 EFG 部分为几何可变体系,则记为 $\{EFG\}$ 。

(5) 刚片间的联结与增加二元体用“+”表示。拆除体系中的二元体用“-”表示。新体系形成用“=”表示。

【例题 11.2】 试分析图 11.13(a)所示体系的几何组成性质。

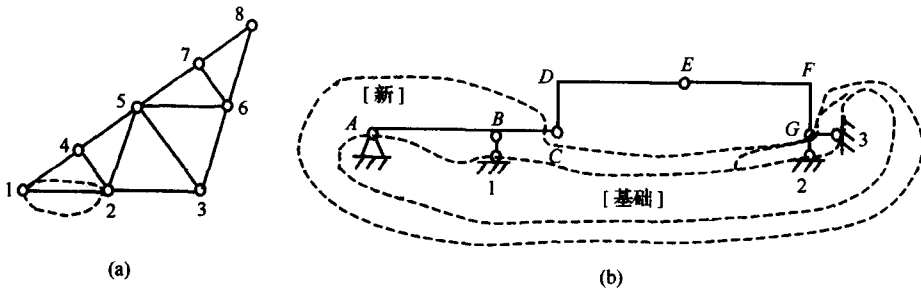


图 11.13

【解】 (1) 计算体系的内部计算自由度

由于这是一个与基础没有联结的体系,因此计算自由度时一定要注意“内部”这一特性要求,参照坐标系一定要建立在体系中的某刚片上,即计算刚片数时不能把参照刚片计算在内。本题可选链杆 1-2 为参照刚片,则刚片数 $n=12$,体系中有 2 个单铰,3 个 3 链杆复铰,2 个 4 链杆复铰,1 个 5 链杆复铰,因此单铰数 $h=1 \times 2 + 3 \times (3-1) + 2 \times (4-1) + 1 \times (5-1) = 18$,故内部计算自由度为

$$D = 12 \times 3 - 18 \times 2 = 0$$

内部计算自由度为 0,不能直接判断体系几何组成性质,尚需进一步分析。

(2) 分析

先把链杆 1-2 看作刚片,即 $[12]$,并圈出来(注意:圈画刚片时,联结铰不要画在刚片内)。由二元体规则,可写出如下表达式:

$$[12] + 1-4-2 + 4-5-2 + 5-3-2 + 5-6-3 + 5-7-6 + 7-8-6 = [\text{整个体系}]$$

由于每一步都恰好符合二元体规则,说明整个体系是无多余约束的几何不变体系,故直接用方括号括起来。

本题也可用拆除二元体的方法:

$$\begin{aligned} & \text{整个体系} - 7-8-6 - 5-7-6 - 5-6-3 - 5-3-2 - 4-5-2 \\ & - 1-4-2 = 1-2 \quad (\text{二元体规则}) \end{aligned}$$