奥林匹克

小学数学
解题思路

主编：王超群

五年级

湖北武汉 黄冈地区特高级教师 编写

小学数学奥林匹克

解题思路

（五年级）

主　编：王超群
副主编：梅　林　吴天寿

新疆青少年出版社

责任编辑:金　锐
责任校对:梅　琳

小学数学奥林匹克解题思路(五年级)

王超群　主编

新疆青少年出版社出版发行
(乌鲁木齐胜利路100号　邮编830001)
武汉市佳汇印务有限公司印刷
880×1230毫米　32开　6.75印张　140千字
2000年7月第1版　2000年7月第1次印刷
印数:1—10000册

ISBN7-5371-3330-1/G·1519
全套定价:35.20元(分册定价:8.80元)

前　言

近几年来,小学数学竞赛活动十分活跃。一年一届的小学数学奥林匹克竞赛使各年级小学生学习数学的兴趣越来越浓。随着竞赛活动不断开展和深入,广大教师、学生和家长都希望有一套与之配套的参考资料。

为适应需要,我们以小学数学教学大纲与竞赛考纲为依据,参照近年来国内外小学数学竞赛的动向和趋势,组织编写成这套书。

这套书在内容的安排上,与现行教材同步,由浅入深、通俗易懂揭示解题规律。在例题的安排上注意典型引路,举一反三,以帮助学生扩展知识视野,掌握解题方法,逐步完善解题思路。每个专题后面都配有适量的练习题及综合自测题,六年级还附有竞赛模拟题,并都附有参考答案。

本套书由多年从事小学数学竞赛辅导的有丰富实践经验的老师编写。

由于水平有限,加之时间仓促,书中不妥或错误之处恳请读者不吝赐教。

编　者

目　录

一 小数的速算技巧

小数四则混合运算除可以运用运算定律和运算性质进行速算与巧算外,还可以根据小数本身的特点进行速算与巧算。

例 1 $a=0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{1994个零}25, b=0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{1995个零}16$,试计算:

$a+b, a-b, a\times b, a\div b$

【分析与解】 a 的小数点后有 1996 位,b 的小数点后有 1997 位,小数加减法要求数位对齐,因此 a + b,a - b 的计算竖式如下:

$$\begin{array}{r} 0.000\cdots\cdots025 \\ +\ 0.000\cdots\cdots0016 \\ \hline 0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{1994个零}266 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0.000\cdots\cdots025 \\ -\ 0.000\cdots\cdots0016 \\ \hline 0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{1994个零}234 \end{array}$$

所以 $a+b=0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{1994个零}266$ $a-b=0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{1994个零}234$

$a\times b$ 的小数点后面应该有(1996 + 1997)位,但是 $25\times16=400$,这最后两位数字都是零,所以

$a\times b=0.\underbrace{0000\cdots\cdots0400}_{1996+1997位}=0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{3990个零}4$

计算 $a\div b$ 时,运用商不变的性质,将 a 与 b 都扩大 $1\underbrace{000\cdots\cdots00}_{1997个零}$倍,因此 $a\div b=250\div16=15.625$

例 2 计算 $0.9+0.99+0.999+0.9999+0.99999$

【分析与解】 $0.9+0.99+0.999+0.9999+0.99999$

$=1+1+1+1+1-0.1-0.01-0.001-0.0001-0.00001$

$= 5 - (0.1 + 0.01 + 0.001 + 0.0001 + 0.00001)$

$= 5 - 0.11111$

$= 4.88889$

例 3　计算 $0.25 \times 1.25 \times 22.4$

【分析与解】　由于 $0.25 \times 4 = 1$，$1.25 \times 8 = 10$，因此将 22.4 写成 $4 \times 8 \times 0.7$，然后运用乘法的交换律、结合律进行速算。

$$
\begin{aligned}
& 0.25 \times 1.25 \times 22.4 \\
&= 0.25 \times 1.25 \times (4 \times 8 \times 0.7) \\
&= (0.25 \times 4) \times (1.25 \times 8) \times 0.7 \\
&= 1 \times 10 \times 0.7 \\
&= 7
\end{aligned}
$$

例 4　计算 $36.24 - 25.9 + 3.76 - 4.1$

【分析与解】

$$
\begin{aligned}
& 36.24 - 25.9 + 3.76 - 4.1 \\
&= 36.24 + 3.76 - 25.9 - 4.1 \\
&= 36.24 + 3.76 - (25.9 + 4.1) \\
&= 40 - 30 \\
&= 10
\end{aligned}
$$

例 5　计算 $88.8 \div 3.14 \times 62.8 \times 24.3 \div 8 \div 8.1$

【分析与解】

$$
\begin{aligned}
& 88.8 \div 3.14 \times 62.8 \times 24.3 \div 8 \div 8.1 \\
&= 88.8 \div 8 \times 62.8 \div 3.14 \times 24.3 \div 8.1 \\
&= (88.8 \div 8) \times (62.8 \div 3.14) \times (24.3 \div 8.1) \\
&= 11.1 \times 20 \times 3 \\
&= 222 \times 3 \\
&= 666
\end{aligned}
$$

一串只含有加减（或者乘除）的算式，一般来说可以按顺序逐个运算，如果需要改变运算顺序，一定要注意应连同数前

的运算符号一起移动，如果需要添加括号，则应注意：若括号前面是加号（或者乘号），则括号内的运算符号不变；若括号前面是减号（或除号）则括号内的运算符号要变，加号变为减号，减号变为加号（或者乘号变为除号，除号变为乘号）。

例 6　计算：$3.14\times6.5+4.5\times3.14-3.14$

【分析与解】　此题运用乘法分配律，提出公因数 3.14 进行速算。

$$
\begin{aligned}
&3.14\times6.5+4.5\times3.14-3.14\\
=&3.14\times6.5+4.5\times3.14-3.14\times1\\
=&3.14\times(6.5+4.5-1)\\
=&3.14\times10\\
=&31.4
\end{aligned}
$$

例 7　计算 $1240\times3.8+124\times51+1.24\times1400+760\times9.6+0.76\times700$

【分析与解】　如果此题按照一般的方法逐个进行计算比较麻烦，如果根据积的变化规律："一个因数扩大若干倍，另一个因数缩小相同的倍数积不变"可以把题中的某些数进行适当变化，然后运用乘法分配律进行速算。

$$
\begin{aligned}
&1240\times3.8+124\times51+1.24\times1400+760\times9.6+0.76\times700\\
=&1240\times3.8+1240\times5.1+1240\times1.4+760\times9.6+760\times0.7\\
=&1240\times(3.8+5.1+1.4)+760\times(9.6+0.7)\\
=&1240\times10.3+760\times10.3\\
=&(1240+760)\times10.3\\
=&2000\times10.3\\
=&20600
\end{aligned}
$$

例 8　计算 $3.6\times31.4+43.9\times6.4$

【分析与解】　将 43.9 写成 $31.4+12.5$，然后运用乘法分

配律进行速算。

$$
\begin{aligned}
& 3.6\times31.4+43.9\times6.4 \\
=\ & 3.6\times31.4+(31.4+12.5)\times6.4 \\
=\ & 3.6\times31.4+31.4\times6.4+12.5\times6.4 \\
=\ & 31.4\times(3.6+6.4)+12.5\times8\times0.8 \\
=\ & 31.4\times10+100\times0.8 \\
=\ & 314+80 \\
=\ & 394
\end{aligned}
$$

例 9　计算 $77.2\div17-43.2\div17$

【分析与解】　此题如果按照一般的方法逐个进行计算，则 77.2 除以 17 和 43.2 除以 17 都除不尽，但是我们注意到此题的特点：两个数的商减去两个数的商，并且除数相同，我们可以先把两个被除数相减，然后再除以除数。

$$
\begin{aligned}
& 77.2\div17-43.2\div17 \\
=\ & (77.2-43.2)\div17 \\
=\ & 34\div17 \\
=\ & 2
\end{aligned}
$$

例 10　计算　$0.1949\times0.19951995-0.1995\times0.19491949$

【分析与解】　此题如果按照一般的方法进行计算非常复杂，但是只要注意到：

$$0.19951995=0.1995\times1.0001$$

$$0.19491949=0.1949\times1.0001$$

就会很快地计算出结果

$$
\begin{aligned}
& 0.1949\times0.19951995-0.1995\times0.19491949 \\
=\ & 0.1949\times0.1995\times1.0001-0.1995\times0.1949\times1.0001 \\
=\ & 0
\end{aligned}
$$

例 11　在下面方框内填入 1、2、3、4、5、6,使两个小数的积最大,怎样填?

□.□□×□.□□

【分析与解】 要使积最大,首先应当将较大的数填到高位上去,这样可以填出下面的几种形式:

5.31×6.42　　5.41×6.32,

6.31×5.42　　6.41×5.32

这些积中两个因数的和都是相等的,因此只要比较它们的差,容易知道,$6.31-5.42$ 所得的差最小,因此 6.31×5.42 的积最大。

说明　解答此题用到了最大最小原理:a 与 b 的和一定,如果 a 与 b 的差越小,则 a 与 b 的积越大,当 a 等于 b 时,a 与 b 的积最大。

例 12　$a=0.12345678910111213\div0.31211101987654321$,a 的小数点后前三位数字是多少?

【分析与解】 如果我们能知道 a 的值在两个小数之间,而这两个小数的小数点后前三位相同,那么这三位数字也是 a 的小数点后前三位数字,因此我们考虑将 a 进行"放缩"

尝试将被除数、除数各取一位小数进行"放缩"

$0.1\div0.4<a<0.2\div0.3$

即　$0.25<a<0.66\cdots\cdots$

无法确定 a 的小数点后前三位数字。

尝试将被除数、除数各取两位小数进行"放缩"

$0.12\div0.32<a<0.13\div0.31$

即　$0.375<a<0.4193\cdots\cdots$

仍然无法确定 a 的小数点后前三位数字。

尝试将被除数、除数各取 3 位小数进行"放缩"。

$0.123 \div 0.313 < a < 0.124 \div 0.312$

即　$0.3929\cdots\cdots < a < 0.3974\cdots\cdots$

还是无法确定 a 的小数点后前三位数字。

尝试将被除数、除数各取 4 位小数进行“放缩”

$0.1234 \div 0.3122 < a < 0.1235 \div 0.3121$

即　$0.3952\cdots\cdots < a < 0.3957\cdots\cdots$

“放缩”成功了，a 的小数点后前三位数字为 3、9、5。

练　习

1. 用简便方法计算下面各题。

①$5.48 + 2.99$

②$5.1 + 17.4 + 0.06 + 4.9 + 12.6$

③$6.42 - 2.97 + 0.58$

④$72.41 + 16.95 - 12.41$

⑤$37.19 - (25.68 - 2.81)$

⑥$4.56 \div 1.23 \times 7.89 \div 0.456 \div 78.9 \times 123$

⑦$12.5 \times 0.76 \times 0.4 \times 8 \times 2.5$

⑧$3.14 \times 4.3 + 3.14 \times 7.2 - 3.14 \times 1.5$

⑨$1995 \times 1996.1996 - 1996 \times 1995.1995$

⑩$75 \times 4.67 + 467 \times 0.35 - 46.7$

2. $a = 0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{1995个零}125$　　$b = 0.\underbrace{000\cdots\cdots0}_{1996个零}8$

试计算：$a + b, a - b, a \times b, a \div b$。

3. $a = 0.12345\cdots\cdots5051 \div 0.150594\cdots\cdots321$，试确定 a 的小数点后前三位数字。

二　细观察，找规律

在古代，交通不便，信息闭塞，人们所能观察到的范围比较小，就以为地是方的，天是圆的。后来，进一步观察了各种自然现象，比如太阳每天早上从东边升起，晚上又从西边落下，以及航海等。人们不再认为地球是平的、方的，而猜想地球是圆的，科学后来的发展证明了这个猜想是正确的。

细心地观察，大胆地猜想，严格地求证，进而得出结论、规律，是人们认识自然，改造客观世界的重要手段。

例 1　下图是由一些★排成，按这种排法

(1)第 7 个图中，共有多少个★？

(2)第 15 个图中，共有多少个★？

(3)有一个图中，共有 121 个★，它是在哪个图中出现？

(一)　(二)　(三)　(四)

【分析与解】　先将各图中★的个数列成下表，看有什么规律：

	图一	图二	图三	图四	图五	图六	图七	……
★的总数	4	9	16	25	( )			……
规律	2×2	3×3	4×4	5×5	( )			……

观察图(一)(斜着看)中,一共有 2 个 2,即 $2\times2=4$(个)★图(二)中,一共有 3 个 3 即:$3\times3=9$(个)★,图(三)中,一共有 4 个 4,即:$4\times4=16$(个)★,图(四)中,一共有 5 个 5,即:$5\times5=25$(个),所以得出结论,第 n 个图形中的★有 $(n+1)\times(n+1)$ 个★或 n+1 的平方。

(1)由于第 7 个图,所以一共有 $8\times8=64$(个)★

(2)由于第 15 个图,所以一共有 $16\times16=256$(个)★

(3)由于共有 121 个★因 $121=11\times11$,$n=10$ 所以在第 10 个图中出现

例 2　下面一列数是按一定的规律排列的:

3,12,21,30,39,48,57,66,……

问(1)第 12 个数是(　)　　(2)912 是第(　)个数

【分析与解】　观察上述数字的共同点

$$3=3\times1=3\times(3\times0+1),$$
$$12=3\times4=3\times(3\times1+1),$$
$$21=3\times7=3\times(3\times2+1),$$
$$30=3\times10=3\times(3\times3+1),$$
$$39=3\times13=3\times(3\times4+1),$$
……

这些依次排列的数的构成是很有规律的,归纳一下就有

$$\text{第几个数}=3\times[3\times(\text{这个数}-1)+1]$$

有了这个结论再回答问题就容易了。

(1)第 12 个数 $=3\times[3\times(12-1)+1]=102$;

(2)设 912 是第 x 个数,依题意列方程

$$3[3(x-1)+1]=912 \qquad 解之得\ x=102$$

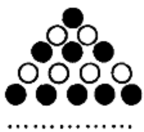
所以,912 是第 102 个数。

上述两例的解答告诉我们:

(1)观察要按一定的顺序有条理地进行;

(2)观察的目的就是要找出一组物体的组成规律或差异。

例 3 由一层黑珠,一层白珠(相间)排成三角形如图。前八层中,黑白球各有多少个?前二十一层中,黑白珠各有多少个?



【分析与解】 由于三角形是由黑白珠相间排成的,所以第一、三、五、七……层是黑珠,第二、四、六、八……层是白珠。

黑珠各层依次为 1、3、5、7、9、11……

白珠各层依次为 2、4、6、8、10、12……

前八层中,黑白珠各有 $8\div2=4$(层)。所以,前八层中有黑珠 $1+3+5+7=16$(个),白珠有 $2+4+6+8=20$(个)

前二十一层中,有黑珠 $21\div2=10\cdots\cdots1$,即有 $10+1=11$(层),黑珠有:

$1+3+5+7+\cdots\cdots+21=121$(个)

前二十一层白珠有 10 层有:

$2+4+6+\cdots\cdots+20=110$(个)

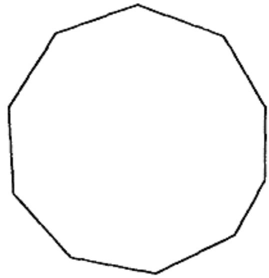
例 4 一张圆形大饼在它的外面切了 10 刀,得一个十边形,问这个十边形的内角和是多少?

【分析与解】 我们为了知道内角和是多少,我们先来看看一些简单的多边形内角和

①三角形的内角和是 180°(图 a)

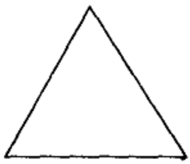
②四边形的内角和是两个三角形的内角和的总和等于 360°(图 b)

③五边形内角和是三个三角形的内角和的总和因此等于 3 × 180° = 540°(图 c)

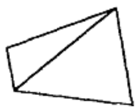


(十边形)

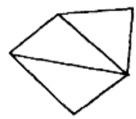
因此我们可以猜想:十边形内角和是 8 个三角形内角和的总和,等于 180° × 8 = 1440°,为了证实我们猜想的可靠性,在十边形中进行验证图(d)就是把十边形的一个顶点与不和顶点相邻的每个顶点,相连得到八个三角形,它们的内角和就是十边形的内角之和。



图(a)

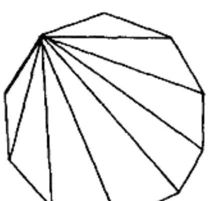


图(b)

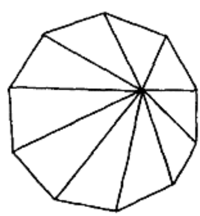


图(c)

图(e)是在十边形中任取一点将该点与每个顶点相连得到 10 个三角形,这 10 个三角形减去该点所产生一个周角的差就是十边形内角之和。



图(d)



图(e)

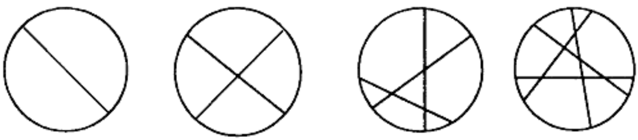
在这里,我们利用三角形的内角和解决了计算十边形内角和问题,可见简单的东西多么重要。

例 5　今天是张涛的生日，张老师买了一个大蛋糕，对全班 56 个同学说：“我们来庆祝张涛的生日，每人吃一块蛋糕。现在要将蛋糕分成 56 块，问至少要切几刀?

【分析与解】　我们先来观察一下切最初几刀的情形。由于要求切的刀数最少，所以每一刀所切出的块数要最多，如图（a）

①切 1 刀，最多切成 2 块；　②切 2 刀，最多切成 4 块；

③切 3 刀，最多切成 7 块；　④切 4 刀，最多切成 11 块；



图(a)

（2）列表如下：

切的刀数	0	1	2	3	4	…
切出的块数	1	2	4	7	11	?

（3）寻找规律：

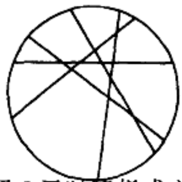
$$1+1=2，2+2=4，4+3=7，7+4=11$$

这似乎告诉我们，切第几刀得到的块数等于切这刀前已切出的块数加上这一刀的刀数，果真如此吗？我们猜想一下

（4）猜想：

切的刀数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
切出的块数	1	2	4	7	11	16	22	29	37	46	56	…

这个猜想和歌德巴赫猜想一样，是需要证明的，但我们



还做不到，现仅验证切 5 刀时猜想成立。

由上图可看出，切 5 刀可切出 16 块。

练　　习

1. 下面一串正方形是由 × 排成，问第九个正方形是由几个 × 排成？第二十个正方形是由多少个 × 排成？

× × × ×

× × × × × × × ×

× × × × × × × × ×

× × × × × × × × ×　……

2. 把一张等腰直角三角形的纸片沿底边上的高对折，然后再将所得到的新的等腰直角三角形沿底边上的高对折，这样折 10 次，最多能折出多少大小相等的等腰直角三角形？

3. 下图是一串完整的珠子，珠子有白有黑，是按照一定的规律穿在一起的，现有部分珠子被放在杯子里，请你先找找珠子的排列规律，然后回答以下三个问题：

(1) 杯内有几颗珠子？　(2) 这串珠子一共有多少颗？

(3) 黑珠子有多少颗？

4. 从 1 到 1001 的所有自然数按下表格式排列，用 1 个正方形框子框出九个数，要使这九个数的和等于 (1) 1986