RAISE ABILITY OF FINDING SOLUTIONS

解题升级

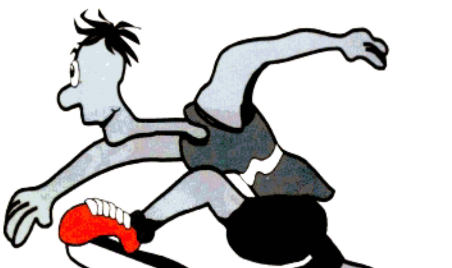
将解题进行到底

郭奕津 主编

解题快速反应一典通

九年级数学

与北师大版新课标教材同步



A 全析全解

将与知识点、重点、难点和考点有关的典型题做全析全解，提供解题切入点的思考角度，展示解题过程，指明科学的解题方法！

B 训练套餐

根据例题涉及的考点，设置知识延伸和拓展性的针对性训练，举一反三！

C 加油站

强调重要的公式、规律、解题思路，为提升解题能力加油！

D 答案详解

训练套餐答案详细，或揭示解题思路，或提供解题分析！

考点题全解＋训练套餐

定价：11.00元

吉林教育出版社

解题升级

将解题
进行到底

解题快速反应一典通

九年级数学

与北师大版新课标教材同步

□主　编/郭奕津
□编　者/孙国芹　李明林
尹向前　肖　雪
于漫红　田京爱
张冬梅　王继伟
庄乾岭　崔英发
赵玉晗　孙秀梅
刘　彦　孙树宝
蔡凤玲　张亚香
相　臣　赵　蕾
于宝春　李志学

吉林教育出版社

关于本书内容和特点的问答(代前言)

关于内容

■问:本书是一种什么性质的助学读物?

□答:本书将与知识点、重点、难点和考点有关的典型题做全析全解,是具有解题题典性质的助学读物。但本书又优于解题题典,不仅展示解题过程,更详细地提供了解题思考过程和切入点的选择方法,教方法导引思路的功能更强。

■问:本书能起到提高解题能力的作用吗?

□答:学生要提高解题能力,必须具备两个条件:一是打好基础,二是能够运用所学知识分析问题和解决问题。本书用例题解析解说知识点、重点、难点和考点,同时提供解题思考过程,在打基础中激活能力,在解题实践中巩固基础知识。另外,根据例题设置的训练套餐,具有举一反三的典范作用,这些例题和练习题掌握了,同类问题就能迎刃而解了。所以,本书能完美地起到提高解题能力的作用。

关于体例

■问:本书的体例有什么特色?使用起来方便吗?

□答:本书是按课程标准和教学进度设置章节顺序,按中考考试说明设置与其相适应的例题和训练题,按先基础题后能力题、综合题的次序排列例题,与学生课内学习的节奏完全吻合,可以随时解决学生遇到的解题问题。

■问:每一道例题都包括哪些讲解内容?容易掌握吗?

□答:每道例题主要包括分析、解答、注意三项内容,就像老师讲课一样:先提供分析思考过程,再解题,对难题、易错题要讲注意事项,指出正确方法和错误诊断。极易掌握。

关于特点

■问:本书是一部通过解题培养学生透析变通能力的助学读物,其例题解析具有什么功能?

□答:本书的例题解析具有如下功能:①链接知识体系;②解说知识点、考点;③诠释重点难点;④教方法导引思路;⑤涵盖所有题型;⑥能够举一反三。

■问:本书例题是依照什么原则设置的?其与考试有什么关系?

□答:具体说,本书例题是依照三个原则设置的:①例题能够解说知识点、考点,即在数量上有多少知识点、考点,就设置了多少例题;②题型全面,除传统的经典题型外,近年来中考中出现的阅读题、情景题等新题型全部收入进来;③例题在题型上具有典型性,同时在内容上也具有典型性,能够起到举一反三的作用。本书例题与考试关系密切,首先教材上的考点本书都设了例题解析,其次在例题上强调能力立意,增加应用题型和能力题型,与中考试题改革的趋势相吻合。

例题引路 举一反三

目 录 Contents

例题解析+训练套餐↓
- 链接知识体系
- 解说知识点考点
- 诠释重点难点
- 教方法导引思路
- 涵盖所有题型
- 能够举一反三
- 答案详解

解题快速反应一典通

上 册

下 册


加油啊!

30A16087

上册

提示
例题数量：14
习题数量：42
题型数量：9
例题作用：举一反三

证明（二）

典型题全析全解+训练套餐

第一章

■**重点难点**：三角形全等的判定公理及推论；等腰三角形的性质及判定方法；与直角三角形有关的性质；线段的垂直平分线、角平分线的性质，会用上述这些性质证明简单的问题.

■**考点链接**：利用上面的定理证明简单的几何问题是考试中常见的题目.

你能证明它们吗

重点程度：★★☆

例题解析 1 外婆常常唠叨："基础不牢，考分不高！" 基础题

如图 1—1，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，CD、BE分别为AB、AC边上的中线，试找出图中的全等三角形.

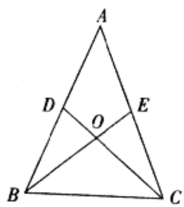


图 1—1

□**分析** 在图 1—1 中，(1) $AB=AC$，D、E分别是AB、AC的中点，则$AE=AD$，且$\angle A=\angle A$，根据 SAS 可知$\triangle ABE\cong\triangle ACD$. (2) 又由$AB=AC$可知$\angle ACB=\angle ABC$，且$BC=BC$，$CE=BD$，由 SAS 可知$\triangle BCD\cong\triangle CBE$. (3) 由上两问可得$\angle BDC=\angle CEB$，$\angle DBO=\angle ECO$，且$BD=CE$，由 ASA 可知$\triangle BDO\cong\triangle CEO$. 因此共有三对全等三角形.

□**解答** 图中全等三角形共有三对：$\triangle ABE\cong\triangle ACD$，$\triangle BCD\cong\triangle CBE$，$\triangle BDO\cong\triangle CEO$.

训练套餐 举一反三!

1－1 如图1—2，AB、CD相交于O，连接AC、BD，如果$AO=$________，$CO=$________，则可以断定$\triangle AOC\cong\triangle DOB$；如果$AO=$________，并且________$=$________，则可以断定$\triangle AOC\cong\triangle DOB$.

1－2 阅读下面题目及证明过程：

已知：如图1—3所示，D是$\triangle ABC$中BC边上一点，E是AD上一点，$EB=EC$，$\angle ABE=\angle ACE$. 求证：$\angle BAE=\angle CAE$.

证明：在$\triangle AEB$和$\triangle AEC$中，$EB=EC$，$\angle ABE=\angle ACE$，$AE=AE$，

$\therefore$ $\triangle AEB\cong\triangle AEC$，(第一步). $\therefore$ $\angle BAE=\angle CAE$，(第二步).

上面证明过程是否正确？若正确，请写出每一步推理的依据；若不正确，指出错在哪一步，并写出正确答案.

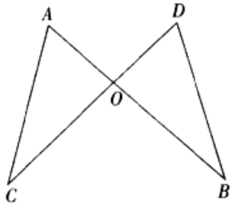


图1—2

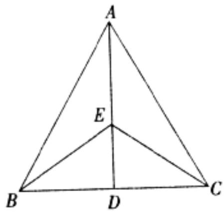


图1—3

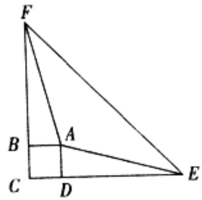


图1—4

1－3 已知：如图1—4，四边形$ABCD$为正方形，E、F分别为CD、CB延长线上的点，且$DE=BF$. 求证：$\angle AFE=\angle AEF$.

例题解析 2

创新可不能胡思乱想哟!

创新题

如图1—5，P是等腰三角形ABC的底边BC上的一个动点，过P作BC的垂线，交AB于点Q，交CA的延长线于R，观察AR与AQ，它们有什么关系？证明你的猜想. 如果点P沿着底边BC所在的直线，按由C向B的方向运动到CB的延长线上时，上面的结论还成立吗？画出图形，给出证明.

□分析 观察$\triangle AQR$中，由$RP\perp BC$于P，则$\angle R+\angle C=90°$，而$\angle AQR=\angle PQB$，$\angle PQB+\angle B=90°$，又可以知道$\angle B=\angle C$，因此可以证明$AR=AQ$.

当点P按由C向B的方向运动到CB的延长线上时，如图1—6，观察与图1—5中

对应的角的关系，也可以证得$\angle R=\angle Q$，因此同样可以得到$AR=AQ$这一结论.

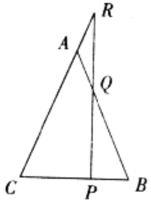


图 1—5

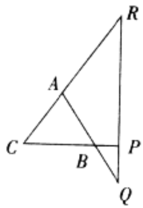


图 1—6

训练套餐 举一反三!

2－1 如图 1—7，在正方体$ABCD—A_1B_1C_1D_1$中，连接AB_1、AC、B_1C，则$\triangle AB_1C$的形状是________.

2－2 已知：如图 1—8，$AB=CD$，$DE\perp AC$，$BF\perp AC$，E、F是垂足，$DE=BF$. 求证：$AF=CE$，且$AB/\!/CD$.

加油站 三角形中等边对等角，等角对等边是很重要的数量关系，这也就是等腰三角形的性质与判定.

2－3 如图 1—9，D、E、F分别在$\triangle ABC$三边上，且$DE/\!/BC$，D为AB的中点，$DE=BF$. 求证：$\triangle ADE\cong\triangle DBF$.

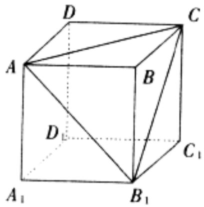


图 1—7

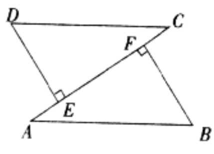


图 1—8

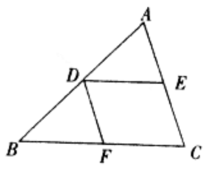


图 1—9

例题解析 3

探究，可是新课标的重点耶！

探究题

如图 1—10，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D是底边BC上任意一点，$DE\perp AB$于E，$DF\perp AC$于F，$CH\perp AH$于H. 求证：$DE+DF=CH$.

若D在CB或BC的延长线上，其他条件都不变，你能得出什么结论？证明你得出的结论.

□**分析** 这道题通常有两种常见的作法：一是要证$DE+DF=CH$，考虑在CH上

取一段等于 DE(或等于 DF)，再证明另外一段等于 DF(或等于 DE)．这可以过 D 作 $DG\perp CH$，垂足为 G，观察图形 $DEHG$ 是矩形，$\triangle DCG\cong\triangle CDF$ 可证得结论．二是连接 AD，可看到 $\triangle ABD$ 的面积与 $\triangle ACD$ 的面积之和等于 $\triangle ABC$ 的面积，利用面积关系容易证得答案．

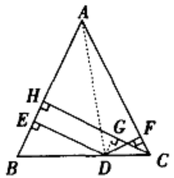


图 1—10

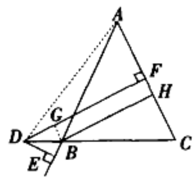


图 1—11

当 D 在 CB 的延长线上时，观察图 1—11，可看到 $DF-DE=BH$．证明的过程同样可以仿照上面的思路得到两种证法．

□证法一　过 D 作 $DG\perp CH$，垂足为 G．

由 $DE\perp AB$，$CH\perp AB$ 可知 $DE/\!/CH$，并且 $DG\perp CH$，则 $DG/\!/EH$，因此四边形 $DEHG$ 是矩形，$DE=HG$．

又 $AB=AC$，$\angle B=\angle ACB$，而 $AB/\!/DG$，$\angle B=\angle GDC$，所以 $\angle GDC=\angle ACD$．

又 $\angle DGC=\angle CFD=90°$，$CD=CD$，

$\therefore$　$\triangle CDG\cong\triangle DCF$，$DF=CG$．$\therefore$　$DE+DF=HG+CG=CH$．

□证法二　连接 AD．由 $S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}$，

$\therefore$　$\frac{1}{2}AB\cdot DE+\frac{1}{2}AC\cdot DF=\frac{1}{2}AB\cdot CH$．

$\because$　$AB=AC$，$\therefore$　$DE+DF=CH$．

当 D 在 CB 延长线上时，如图 1—11，则有 $DF-DE=BH$．可以有下面两种证法：

□证法一　过 B 作 $BG\perp DF$，垂足为 G．

则由 $BHFG$ 是矩形可知，$BH=GF$．

又由 $\triangle DBG\cong\triangle DBE$，$DG=DE$，所以 $DF-DE=DF-DG=FG=BH$．

□证法二　连接 AD．$S_{\triangle ADC}-S_{\triangle ADB}=S_{\triangle ABC}$，

$\therefore$　$\frac{1}{2}AC\cdot DF-\frac{1}{2}AB\cdot DE=\frac{1}{2}AC\cdot BH$．

$\because$　$AB=AC$，$\therefore$　$DF-DE=BH$．

训练套餐 举一反三!

3-1 已知：如图1—12，在△*ABC*中，*AB*=*AC*，*D*是*BC*边的中点，*DE*⊥*AB*于*E*，*DF*⊥*AC*于*F*. 求证：∠*DFE*=∠*DEF*.

3-2 求证：一边中点到另外两边距离相等的三角形是等腰三角形.

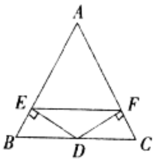


图1—12

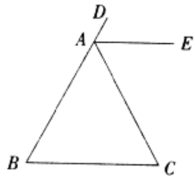


图1—13

3-3 已知：如图1—13，在△*ABC*中，*AB*=*AC*，*AE*∥*BC*. 求证：*AE*平分△*ABC*的外角∠*DAC*.

直角三角形

重点程度：★★☆

例题解析 4

你空间想象力强吗？ 基础题

如图1—14，已知*AD*⊥*BE*，垂足*C*是*BE*的中点，*AB*=*DE*. 求证：*AB*∥*DE*.

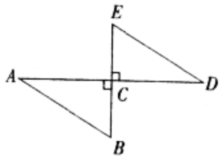


图1—14

□**分析** 要证*AB*∥*DE*，可以观察∠*A*是否等于∠*D*，或者∠*B*是否等于∠*E*. 从图1—14可看到为了证明∠*A*=∠*D*，只要证明Rt△*ABC*≌Rt△*DEC*即可，而证明这两个直角三角形全等的条件已经具备.

□**证明** ∵ *AD*⊥*BE*，∴ ∠*ACB*=∠*DCE*=90°.

又∵ *C*是*BE*的中点，∴ *BC*=*EC*.

在Rt△*ABC*和Rt△*DEC*中，*AB*=*DE*，*BC*=*EC*，

∴ Rt△*ABC*≌Rt△*DEC*(*HL*)，

∴ ∠*A*=∠*D*，∴ *AB*∥*DE*.

训练套餐 举一反三！

4－1　已知：如图1—15，$AB\perp BC$，$DC\perp BC$，E 在 BC 上，且 $AE=AD$，$AB=BC$．求证：$CE=CD$．

4－2　已知：如图1—16，$\angle A=90°$，$AB=BD$，$ED\perp BC$ 于 D．求证：$AE=DE$．

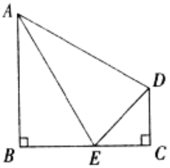


图 1—15

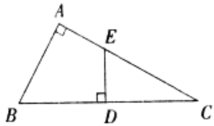


图 1—16

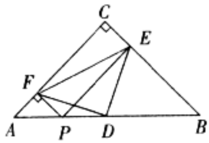


图 1—17

4－3　如图1—17，已知：在△ABC 中，$AC=BC$，$\angle C=90°$，P 是斜边 AB 上任意一点，$PE\perp BC$ 于 E，$PF\perp AC$ 于 F，D 是 AB 边的中点．求证：△DEF 是等腰直角三角形．

例题解析 5

现在中考可真不容易，基础打好了还不行，还要有创新能力！

创新题

加油站　勾股定理说明了直角三角形三条边的数量关系，勾股定理的逆定理是根据一个三角形三条边的关系，判断这个三角形是不是直角三角形．

小方和同学们一起到公园去玩，从 A 处进公园后，行走的路线如图1—18所示，其中 $AB=300\text{m}$，$BC=150\text{m}$，$CD=100\text{m}$，$DE=150\text{m}$，$EF=300\text{m}$，$FG=100\text{m}$，转弯处都是直角，这时小方突然问：现在站在 G 处，离公园大门 A 的距离是多少？你能帮他们算一下吗？（精确到1米）

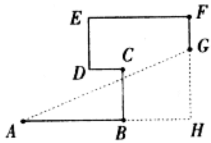


图 1—18

□**分析**　由于所有的转弯处都是直角，延长 FG、AB 交于 H，则 $\angle H=90°$．在Rt△AGH 中，求出 AH、GH 的长就可以利用勾股定理算出 AG 的距离．

□**解答**　延长 AB、FG 交于 H，根据已知条件可知 $\angle H=90°$．

$AH=AB+EF-CD=300+300-100=500(\text{m})$，

$GH=BC+DE-FG=150+150-100=200(\text{m})$．

所以 $AG=\sqrt{500^2+200^2}\approx539(\text{m})$．

答：G 处离公园大门 A 的距离大约是539米．

训练套餐 举一反三!

5-1 在 Rt△ABC 的斜边 BC 上有两个点 D 和 E，$BE=AB$，$CD=AC$，求∠DAE 的度数.

5-2 小红与小龙把一个长 3 米的梯子 AB 靠在墙上，此时 B 到墙角的距离 BC 为 2.2 米，这时，A 点还没有到达 E 处，又把梯子竖起来一些在 DE 的位置，量得 $BD=0.5$ 米，那么 A 点向上移了多少米到达 E 处?（精确到 0.1 米）

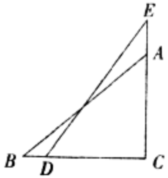


图 1—19

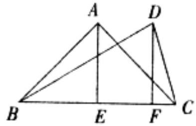


图 1—20

5-3 如图 1—20，△ABC 是等腰直角三角形，$AB=AC$，△BCD 是等腰三角形，$BC=BD$，$AE\perp BC$ 于 E，$DF\perp BC$ 于 F，$AE=DF$. 求∠CBD 和∠ABD 的度数.

例题解析 6

求求你，看看吧！
考点题

已知：如图 1—21，△ABC 是等边三角形，D 是 AB 上一点，$DE\perp BC$ 于 E，$EF\perp AC$ 于 F，连接 DF，$FD\perp AB$，若△ABC 的边长为 6，求 AD 的长.

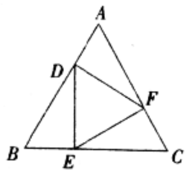


图 1—21

□**分析** 在这个三角形中 D、E、F 分别为 AB、BC、AC 三边上的点，并且具有 $DE\perp BC$，$EF\perp AC$，$FD\perp AB$，D、E、F 正好是三个垂足.

这时△BDE、△CEF、△ADF 都是有一个锐角为 60°角的直角三角形，则 $BE=\frac{1}{2}BD$，$AD=\frac{1}{2}AF$，$CF=\frac{1}{2}CE$，且 $AB=BC=AC$，从而找到了解决问题的方法.

若设 $AD=x$，在△ADF 中，由∠$AFD=30°$，可得 $AF=2x$. 在△DBE 中，由∠$BDE=30°$，可得 $BD=6-x$，$BE=\frac{1}{2}(6-x)$. 在△ECF 中，$CF=6-2x$，$EC=2(6-2x)$，由 $BE+EC=6$，可列方程求解.

□**解答** ∵ △ABC 是等边三角形，∴ $AB=BC=AC=6$.

$\because$ $DE\perp BC$，$EF\perp AC$，$FD\perp AB$，且$\angle A=\angle B=\angle C=60°$，

$\therefore$ $\angle BDE=\angle CEF=\angle AFD=30°$.

$\therefore$ $AD=\frac{1}{2}AF$，$BE=\frac{1}{2}BD$，$CF=\frac{1}{2}EC$.

设$AD=x$，则$AF=2x$，$BD=6-x$，$BE=\frac{1}{2}(6-x)$，$FC=6-2x$，$EC=2(6-2x)$.

$\because$ $BE+EC=6$，$\therefore$ $\frac{1}{2}(6-x)+2(6-2x)=6$.

解得$x=2$，即$AD=2$.

□**注意** 解答本题时主要用到等边三角形的性质及直角三角形中30°角所对的直角边等于斜边的一半的性质.

训练套餐 举一反三!

6－1 已知：如图1—22，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，CD是高，$\angle A=30°$. 求证：$BD=\frac{1}{4}AB$.

6－2 在$\triangle ABC$中，$AB=6$，$AC=8$，BC边等于多少时，$\triangle ABC$是直角三角形？BC边在什么范围内取值时，$\triangle ABC$是钝角三角形？

6－3 如图1—23，在正方形$ABCD$中，F为DC的中点，E为BC上一点，且$EC=\frac{1}{4}BC$. 求证：$\angle EFA=90°$.

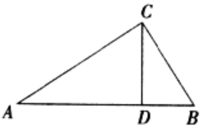


图1—22

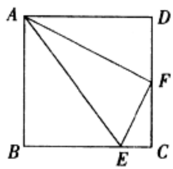


图1—23

线段的垂直平分线

重点程度：★★☆

例题解析 7 达·芬奇画蛋的故事听说过吗？打好基础多重要啊！

基础题

已知：如图1—24，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，AB的垂直平分线交AB

于E，交BC于F．求证：$CF=2BF$．

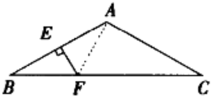


图 1—24

□**分析** 由$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，可知$\angle B=\angle C=30°$．又因为EF是AB的垂直平分线，则$BF=FA$，且$\angle FAB=\angle B=30°$，$\angle FAC=90°$，则可找到CF与BF的关系．

□**证明** 连接AF．

$\because$ EF垂直平分AB，$\therefore$ $FA=FB$，且$\angle FAB=\angle B$．

$\because$ $AB=AC$，$\therefore$ $\angle B=\angle C$．

$\because$ $\angle BAC=120°$，$\therefore$ $\angle B=\angle C=30°$，

$\therefore$ $\angle BAF=30°$，$\therefore$ $\angle FAC=90°$．$\therefore$ $FC=2FA$，则$FC=2FB$．

举一反三!

7－1 填空题：

(1)在$\triangle ABC$中，$AB=AC=12\text{cm}$，$BC=4.5\text{cm}$，AB的垂直平分线交AB于D，交AC于E，则$\triangle BCE$的周长为________．

(2)在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle B=15°$，AB的垂直平分线交AB于M，交BC于D，$BD=12$，则$AC=$________．

(3)在$\triangle ABC$中，AB比AC大2cm，BC的垂直平分线交AB于D，若$\triangle ACD$的周长为14cm，则$AB=$________，$AC=$________．

(4)已知P是线段AB垂直平分线MN上一点，MN交AB于O，$OB=6\text{cm}$，$\angle APB+3\angle B=210°$，则点$B$到$AP$的距离等于________．

7－2 如图1—25，在等边$\triangle ABC$中，$\angle B$和$\angle C$的平分线相交于点O，BO、CO的垂直平分线分别交BC于E、F．求证：$BE=EF=FC$．

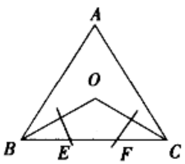


图 1—25

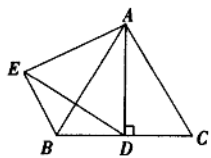


图 1—26

7－3 如图1—26，$\triangle ABC$与$\triangle ADE$都是等边三角形，AD是BC边上的高．求证：$BD=BE$．

例题解析 8

不经历风雨怎么见彩虹！

较难题

如图 1—27，过 Rt△ABC 的斜边中点 D，作 BC 的垂线 DE，与∠BAC 的平分线交于 E. 求证 $DE=\frac{1}{2}BC$.

加油站 注意本题分析问题的方法．几何证明问题经常从要证的结论出发，分析要得出这个结论需要什么条件，从已知条件中看是否具备这个条件，逐步得出结论．

□**分析** 观察图形，BC 是直角三角形的斜边，D 为 BC 的中点，若连接 AD，则 $AD=\frac{1}{2}BC$.

这时再考虑要证 $DE=\frac{1}{2}BC$，那么 AD 是否等于 DE 呢？再观察∠E 是否等于∠DAE 呢？

在条件中说明 AE 是∠BAC 的平分线，则∠BAE=∠CAE，作 $AH\perp BC$ 于 H，则 $AH\parallel DE$，∠E=∠EAH. 现在需要证∠DAE=∠EAH，也可以证∠BAD=∠CAH.

而在 Rt△ABC 中，∠CAH=∠B. 又由 $DB=DA$，∠B=∠BAD，因此∠BAD=∠CAH，这样问题就得到证明.

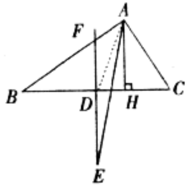


图 1—27

□**证明** 过 A 作 $AH\perp BC$，垂足为 H，连接 AD.

在 Rt△ABC 中，$AH\perp BC$，所以∠CAH=∠B.

又∵ D 是 BC 的中点，所以 $DA=DB$，∠B=∠DAB，∴ ∠DAB=∠CAH.

又∵ AE 平分∠BAC，∴ ∠BAE=∠CAE，则∠DAE=∠HAE.

又∵ $DE\perp BC$，$AH\perp BC$，所以 $DE\parallel AH$.

则∠E=∠HAE，∴ ∠E=∠DAE，$AD=DE$.

又∵ D 是 Rt△ABC 斜边 BC 的中点，∴ $AD=\frac{1}{2}BC$. ∴ $DE=\frac{1}{2}BC$.

训练套餐 举一反三！

8-1 如图 1—28，AD 平分∠BAC，EF 垂直平分 AD，交 BC 的延长线于 F，连接 AF. 求证：∠B=∠CAF.

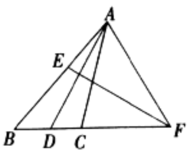


图 1—28

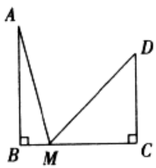


图 1—29

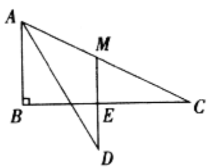


图 1—30

8－2 已知：如图1—29，$AB\perp BC$，$CD\perp BC$，$\angle AMB=75^\circ$，$\angle DMC=45^\circ$，$AM=DM$．求证：$AB=BC$．

讨论：本题若把条件$\angle AMB=75^\circ$与结论$AB=BC$交换一下，是否能证得这个问题呢？

8－3 已知：如图1—30，$\angle B=90^\circ$，DA平分$\angle BAC$，M为AC上一点，$MD\perp BC$，垂足为E，交AD于D．求证：$AM=MD$．

角平分线

重点程度：★★☆

例题解析9

没有这个题是书的错，不看这个题是你的错！

重点题

如图1—31，在$\triangle ABC$中，$\angle B=2\angle C$，AD为$\angle BAC$的平分线．求证：$AC=AB+BD$．

加油站：证明一条线段等于另外两条线段之和，本题的两个方法是常用的．

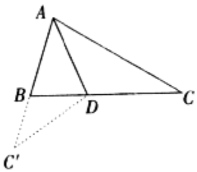


图1—31

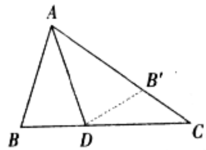


图1—32

□**分析** 本题证明时有两个思路：由于要证$AC=AB+BD$，则可延长AB到C'，使$AC'=AC$，再去证明$BC'=BD$．另一思路是在AC上取$AB'=AB$，再证明$B'C=BD$，如图1—32．

□**证法一** 如图1—31，延长AB到C'，使$AC'=AC$，连接$C'D$．

由AD平分$\angle BAC$，可知$\angle C'AD=\angle CAD$，并且$AC'=AC$，$AD=AD$，

$\therefore\ \triangle AC'D\cong\triangle ACD$，$\angle C'=\angle C$．

$\because\ \angle ABC=2\angle C$，$\therefore\ \angle ABC=2\angle C'$，

则$\angle BDC'=\angle C'$，$\therefore\ BD=BC'$，$\therefore\ AC=AC'=AB+BD$．

□**证法二** 如图1—32，在AC上截取$AB'=AB$，连接DB'，则可证得$\triangle ADB\cong\triangle ADB'$．

$\therefore\ B'D=BD$，$\angle AB'D=\angle ABD$．

∵ $\angle B=2\angle C$，∴ $\angle AB'D=2\angle C$.

∴ $\angle B'DC=\angle C$，∴ $B'D=B'C$，

∴ $AC=AB'+B'C=AB+BD$.

训练套餐 举一反三！

9－1 已知：如图1—33，在△ABC中，$AC=BC$，$\angle ACB=90°$，AD平分$\angle CAB$. 求证：$AC+CD=AB$.

9－2 如图1—34，AD为△ABC的中线，$\angle ADB$和$\angle ADC$的平分线分别交AB、AC于E、F. 求证：$BE+CF>EF$.

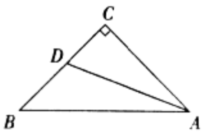


图1—33

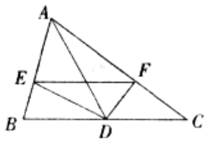


图1—34

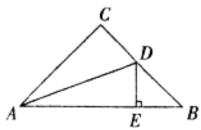


图1—35

9－3 如图1—35，在△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=BC$，AD是角平分线，$DE\perp AB$于E. 求证：△DEB的周长等于AB.

例题解析 10 检验一下，看看自己分析问题解决问题的能力强不强！能力题

已知：如图1—36，在△ABC中，外角$\angle CBD$、$\angle BCE$的平分线BF、CF相交于F. 求证：点F在$\angle DAE$的平分线上.

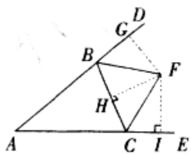


图1—36

□**分析** 要证点F在$\angle DAE$的平分线上，则可证明F到$\angle DAE$两边的距离相等. 因此，作$FG\perp AD$于G，$FI\perp AE$于I.

而根据已知条件BF、CF分别为$\angle CBD$、$\angle BCE$的平分线，从而F到AD、BC的距离相等，F到BC、AE的距离相等，从而证得结论.

□**证明** 过F作$FG\perp AD$于G，作$FH\perp BC$于H，作$FI\perp AE$于I.

∵ BF、CF是$\angle CBD$、$\angle BCE$的平分线，∴ $GF=FH$，$FH=FI$，

∴ $GF=FI$，则F在$\angle DAE$的平分线上.