

罗巴切夫斯基

科学思想

和方法

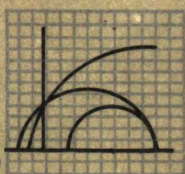
张永春·董驹翔 著



НАУЧНЫЕ ИДЕИ И МЕТОД ЛОБАЧЕВСКИЯ



НАУЧНЫЕ ИДЕИ И МЕТОД ЛО
МЕТОД ЛОБАЧЕВСКИЯ И
ЛОВАЧЕВСКИЯ НАУЧНЫЕ ИДЕИ
НАУЧНЫЕ ИДЕИ И



БАЧЕВСКИЯ НАУЧНЫЕ ИДЕ
АУЧНЫЕ ИДЕИ И МЕТОД ЛО
И МЕТОД ЛОБАЧЕВСКИЯ
МЕТОД ЛОБАЧЕВСКИЯ

НАУЧНЫЕ ИДЕИ И МЕТОД ЛО
НАУЧНЫЕ ИДЕИ И МЕТОД ЛОБАЧЕВСКИЯ НАУЧНЫЕ ИДЕИ И МЕТОД ЛОБ

N03
109

罗巴切夫斯基
科学思想
和方法

张永春 董驹翔 著

МЕТОД ЛОБАЧЕВСКИЯ

黑龙江教育出版社

(黑)新登字第5号

罗巴切夫斯基的科学思想和方法

张永春 董驹翔 著

责任编辑：韩殿发

封面设计：孙少江

黑龙江教育出版社出版（哈尔滨市道里区九站街1号）

哈尔滨龙华印刷厂印刷·黑龙江省新华书店发行

开本850×1168毫米1/32·印张5.125·插页2·字数120千

1992年6月第1版·1992年6月第1次印刷

印数：1—1,000

ISBN 7-5316-1582-7/N·1 定价：2.60元

前 言

非欧几何的诞生，具有划时代的科学史意义。它是古典几何与近、现代几何的分界；是现代数学发展中的重要事件，并对现代科学观念和科学方法产生了重大影响，是人类智慧发展史上的一个重要里程碑。俄国的伟大数学家、数学教育家罗巴切夫斯基，为创建非欧几何做出了杰出的贡献。他在这个过程中的科学思想与方法，独特、新颖，充满了创造精神。这个思想和方法，构成了人类科学思想宝库中的一份珍贵财富，也在数学教育史上放射着奇光异彩。

非欧几何的创立，是两千年来欧几里得第五公设证明问题的“负解”。因此，非欧几何的创建史，本是从第五公设的证明开始的。在两千年中，历代数学家为第五公设的证明付出过大量的艰苦劳动，为后人提供了有益的精神财富。为了揭示罗巴切夫斯基在创建非欧几何过程中的科学思想和方法，我们不得不简要地涉及一些历史研究，因为非如此不足以展示罗巴切夫斯基对历史的继承和发展；也不能不涉及一些同时代其他研究者的工作，因为非如此不足以突现出罗巴切夫斯基的贡献和特点。

罗巴切夫斯基的科学思想和方法以及非欧几何的潜科学史，都只有在历史的纵向比较中，在社会的横向比较中，才能显现出自身的特点和价值。但愿我们的这本书能体现这一点，也相信读者能理解这一点。

作 者

目 录

一	一篇惊世之作公诸人间·····	1
二	欧几里得的伟大功绩和遗留问题·····	6
三	一道做了两千年的几何证明题 ·····	22
四	罗巴切夫斯基的成就及其形成过程 ·····	30
五	紫罗兰现象的分析 ·····	58
六	罗巴切夫斯基工作的历史作用 ·····	80
七	科学桂冠留下的遐思·····	109
附 录	罗巴切夫斯基几何内容浅观·····	119
参 考 文 献	·····	150

一 一篇惊世之作公诸人间

在俄罗斯平原的中部，伏尔加丘陵地带的北端，有一座古城名叫喀山（Казань）。它坐落在伏尔加河与其最大的支流卡马河的汇合处。从15世纪起，它就是伏尔加河中游的政治、经济和文化中心。它曾经是喀山汗国的都城，现在是俄罗斯联邦鞑靼自治共和国的首府。

举世皆知的无产阶级文豪高尔基（М·Горький，1868—1936），在这个城市里渡过了自己的青少年时代。他从这里走向“人间”，在这里自学成才，在这里开始研究俄国社会，形成自己的革命思想，从这里开始了他的革命文学创作之路。后来，高尔基自己把喀山的这一段生活，写入了自传三部曲的最后一部小说《我的大学》。所以人们都知道从喀山这所“社会大学”里走出了一位伟大的、世界著名的文学家——阿列克塞·马克西姆维奇·彼什柯夫（“高尔基”是笔名）。

但是，就在这同一城市的正规大学——喀山大学，还曾出现过一位在世界数学史以及科学史上都占有显赫地位的伟大科学家。这件事，却不被那么多的世人所知。这不能不说是一件令人遗憾的事。

喀山大学在俄国是稍晚于莫斯科大学的一所古老的大学，创建于1850年。大学里有一位毕业于本校的才华横溢的年轻教授，后来又当了多年校长的数学家，名叫尼古拉依·伊万诺维奇·罗

巴切夫斯基(Н·Н·Лобачевский. 1792—1856)。就是他,在喀山大学做出了对几何学史、数学史、科学史来说都是具有十分重要意义的工作。

罗巴切夫斯基比高尔基早生76年,而在高尔基出生前12年罗巴切夫斯基就已经逝世。他们是不同领域中的两代文化伟人。有趣的是,他们二人之间却有许多相似之处:他们俩人是同乡,都出生在喀山城西约300公里的伏尔加河上游城市尼日诺夫哥罗德(意为“下新城”,现在叫高尔基城);他们都出身平民家庭——罗巴切夫斯基的父亲是个测量事务所的职员,高尔基的父亲是位木匠;他们又都是大约在10岁左右的时候,就失去父亲的抚养;他们都有追求真理的坚强意志和献身于真理的伟大精神;最后,他们都取得了具有世界影响的巨大成就。他们之间也有一点很大的差异:高尔基曾两次漫游俄罗斯,并曾移居国外;而罗巴切夫斯基直到逝世几乎一直留在喀山。这个差异或许正好能反映出一点文学与数学的差异。

大约在1825年底至1826年初这一段时间里,罗巴切夫斯基教授用法文写成了一本专著,名为《平行线理论和几何原理概论及证明》^①。1826年2月7日,他把这本书提交给喀山大学数学物理系,2月11日听取了意见,并委派了评论人员。2月12日,罗巴切夫斯基在全系的会议上宣读了自己的这一部著作。

1826年2月11日这一天,罗巴切夫斯基用自己的研究成果,宣告了自欧几里得以后,两千年来第五公设问题讨论的终结,也最先向全世界公开宣布了一种新的几何学(即非欧几里得几何)的诞生。这件事,是世界数学史上的一件大事,甚至是一件壮举。由此而产生了数学概念、数学思想和数学方法等方面的革命

^① 也有人译为《几何学原理的扼要阐释,附有平行线定理的一个严格证明》,见陆钦轼:《罗巴切夫斯基几何浅说》(江苏人民出版社 1958)。

性变化，甚至导致了自然科学与哲学中若干重大原则的变革。这对于当代科学的发展，无疑是一份极大的贡献。后人为了纪念非欧几何的诞生和对勇敢的伟大科学家罗巴切夫斯基表示敬重，公认1826年2月11日为非欧几何的生日。因为这一天，一篇惊世之作公诸人间。

然而，由于罗巴切夫斯基所公布的研究成果，在当时远远超出了人们所习惯的传统观念和认识水平，成为许多人所无法理解的东西。不但没有引起同行们的足够重视，甚至反而遭到一些人的嘲讽和讥诮。有人把罗巴切夫斯基叫做“科学怪人”，有人说罗巴切夫斯基的几何学是“向有学问的数学家给予讽刺”，以致连那份法文原作都没能保存下来，成为一件莫大的憾事。所幸的是，我们现在能从他后来于1829年发表在《喀山通报》杂志上的另一篇著作《几何学原理》中，了解到那本法文原作的基本内容。因为罗巴切夫斯基在1829年把《平行线理论和几何学原理概论及证明》的主要内容，收入到《几何学原理》中来，做为它的一部分。当然，这一著作的发表，也仍然没有取得多数同行的理解，甚至象奥斯特洛格拉得斯基（1801—1861）这样有声望的学者，竟然也会在罗巴切夫斯基的《几何学原理》的手稿上写道：“罗巴切夫斯基先生的作品不值得科学院注意”。

1827年，在发表《平行线理论和几何学原理概论及证明》之后的第二年，罗巴切夫斯基被大学委员会推选为喀山大学校长。在此后的19年之中，他一直是一边从事教学，一边从事科学研究，同时又出色地担任着学校的行政管理工作。他教授的课程范围相当广，除了数学之外，还有物理学、力学和天文学等。

但是，罗巴切夫斯基对于自己在1826年公开表达出来的几何学思想，一直特别珍视，并且一直不断地做着发展和完善的工作。继1829年在《喀山通报》上发表的《几何学原理》之后，他还发

表了许多这方面的著作。这些著作有：《几何学新原理与完善的平行线理论》(1835—1838)、《虚几何学》^①(1835)、《虚几何学在一些积分上的应用》(1836)。特别值得一提的是，为了向国外宣传他的几何思想，罗巴切夫斯基还在1840年用德文写了一篇文章，叫做《平行线理论的几何学探讨》，在柏林出版。直至逝世的前一年1855年，罗巴切夫斯基虽然视力已经极度下降并接近于失明，还口授了最后一部著作《泛几何学》，用俄、法两种文字出版。

这位第一个公开宣称发现了非欧几何的罗巴切夫斯基被现代数学史家贝尔(Bell, 1883—1960)称为“几何学中的哥白尼”，这是非常恰当的。非欧几何的创立，对于整个数学的发展，尤其是对数学基础的研究，产生了极其深远的影响。它的影响还远远不止于几何学、数学，实际上它也深深触及到哲学的重大问题：它打破了多年来的形而上学的时空观，因而有不可忽视的认识论方面的意义。所以有人说，“非欧几何的历史是唯物主义与唯心主义在几何学中的一段斗争史”。此外，罗巴切夫斯基由对第五公设的思考到创立非欧几何这个过程的研究途径和思考经历，也有十分重大的方法论价值和科学教育价值，这尤其值得我们深入探讨和研究。

爱因斯坦曾经指出，当把一个理论以完全的形式显现出来的时候，往往使我们“体验不到探索和发展的喜悦，感觉不到思想形成的生动过程，也很难达到清楚地理解全部情况，……”，往往使我们难于理解，是什么原因使得发明者“恰好选择这一条道路，而不选择任何别的道路。”然而，为什么“恰好选择这一条路”的问题，正是每一位科学教育家非常关心的头号课题之一。数学教育研究专家M. 克莱茵说的很对：“现在的根，深扎在过

① “虚几何学”，俄文为Воображаемая Геометрия，也可译为：“想象的几何学”或“臆想的几何学”。

去，而对于寻求理解“现在之所以成为现在这样子”的人们来说，过去的每一事件都不是无关的。〔1〕

现在，让我们以现代的眼光，循着历史的足迹，来分析在非欧几何的产生过程中，以罗巴切夫斯基为代表的一代科学巨匠的思想历程，并从中探求一些科学教育中的规律性认识。

二 欧几里得的伟大功绩 和遗留问题

为了说明罗巴切夫斯基的非欧几何^①，我们不得不从欧几里得几何的起源讲起。

人类最早的几何概念和几何知识起源于生产实践和社会生活中的图形经验的积累。这种历史现象，可以从那些文化悠久的古老民族的历史资料中得到证实。迄今为止，人们所了解的几个具有悠久文化历史的民族，都分别分布在几个大河流域。黄河流域有华夏文化，尼罗河流域有埃及文化，两河（底格里斯河和幼发拉底河）流域有巴比伦文化。我们可以从这些古代文化中，看到人类几何知识的起源。

非洲东北部的尼罗河，是世界最长的河流之一。这条河的两岸都是黑色土壤，因而河水也呈黑色。这尼罗河流域自古以来就叫做埃及。埃及人自称为Kemet，而Kemi这个词，在阿拉伯语中恰好是黑色的意思。所以有人说埃及是“黑色之国”，但又有人说它的意思是“秃鹫之地”。

埃及的历史文化发展，可以从公元前4000年左右算起。那

① “非欧几何” (Non-Euclidean Geometry) 有三种不同含义，1. 狭义的非欧几何，即指罗巴切夫斯基几何；2. 广义的非欧几何，指一切与欧几里得几何不同的几何；3. 通常意义下的非欧几何，指罗巴切夫斯基几何（双曲几何）与黎曼几何（椭圆几何）。

时，在尼罗河下游谷地，形成了一个许多“国家诺姆”的联合体。随着游牧部落的逐渐定居，农业开始发展。每年6月至9月，尼罗河的洪水淹没它下游这块谷地，洪水退去后留下的淤泥中，保有从上游青尼罗河和白尼罗河带来的矿物植物成份，这等于给土壤做一次自然施肥，因此这里土地肥沃，宜于农业。据说，这一年一度的洪水之后，土地要重新测量，这就极大地促进了古埃及人的几何知识的发展。几何学这个词的希腊文写法是γεωμετρία，愿意即为“大地测量”！，现今多数西方语言中的几何学一词，都是由这个希腊词演化而来的。

埃及文化中的数学知识，可以从保留至今的两种纸草书中找到记述。

纸草书，是中国造纸术传到世界各地之前，埃及人用颜料（墨水）写在埃及草纸上的文字史料。这是一种比较原始的文字信息载体。

那时，在尼罗河三角洲盛产一种水生植物。有人叫它为纸莎草或纸草，拉丁文写法是PaPyrus。埃及草纸的制造方法，各家史书说法不同。一类说法是：把茎逐层撕成薄片，就可以写字；或者说是把这种草从纵面劈成小条，把它们紧挨着放在光滑的木板上，加以压榨、晒干，就成了黄色纸页。另一类说法是：草纸是用纸莎草心制造的，或者说是把一种木髓紧压后切成的薄片。这种埃及草纸，如果置于自然环境中，很易损坏，或干裂成粉末。所以古埃及的文件很少能保存下来。

埃及人在很早以前使用象形文字，每个文字记号都是一种物件的图形。从公元前2500年左右开始，埃及人日常书写中使用一种叫僧侣文（hieratic writing）的文字。这是一种拼音文字，它的字符记号，起初是象形文字的简缩，叫会意文字；后来发展为用一个“会意”符号表示一个音节，整个单词由几个会意符号

组成，这时，单词的意义与其各个符号的原意已经没有什么意义上的联系了。埃及人就用这种文字记下了他们的纸草书。

保留至今的这两本埃及数学纸草书，一份叫“莱因特(A. Henry · Rhind)纸草书”，也叫“阿默士(Ahmes)纸草书”，现存于英国的不列颠博物馆，故称“伦敦本”；另一份叫“莫斯科数学纸草书”，现存于苏联的莫斯科普希金造型艺术博物馆，也称“莫斯科本”。

伦敦本，是在底比斯(Thebes)埃及古都的废墟中发现的，1858年由苏格兰的埃及史研究者莱茵特购得。经研究认定，它大约是在公元前1650年，由一位叫做阿默士的人所抄写成的，其底本是一本更古老的著作。该书的内容是前此一千余年的数学问题汇集。全书分为三章：算术、几何、杂题，其85个题目。此书可能是一种实用手册。阿默士在书的开头写了这样一句话：“获得一切奥秘的指南”，后人也有将此话认为是书名的。据考证，作者可能是在“古埃及政府和宗教机构”中工作的书记或高级祭司、僧侣之类的人物。

莫斯科本，是在1893年由俄国收藏家郭列尼舍夫获得，1912年转为莫斯科博物馆所有。该书首卷已失，不知作者与书名。书中收有25个数学问题。有两位苏联史学家一位叫土拉叶夫(Б.А. Тураев, 1868—1920)另一位叫斯特卢威(В.В. Струве, 1891—1964)曾经分别在1917年和1930年对这部纸草书做过研究，认为它的成书年代大约是公元前1850年。

在这两部纸草书中，有许多结合农业、建筑和土地丈量的面积、体积问题。从书中可以看出，埃及人已经掌握了一些基本几何图形的面积、体积的精确求法，而且还能知道，他们也经常采用近似方法进行计算。

此外，我们还知道，远在公元前27世纪，埃及人就能造出高

约 146 米的金字塔，如果没有相当精确可靠的测量和计算手段，这是不可想象的事。

在波斯湾底部，有一条西亚大河入海，它叫阿拉伯河，由发源于今日的土耳其境内亚美尼亚高原的两条河流汇合而成。其中一条是西亚的最长河流——幼发拉底河，它丰沛宽广。“幼发拉底”在阿拉伯语中的意思是“宽阔的甜水”。另一条叫底格里斯河，在梵文中是“箭河”的意思，这可能因其河水流速大而得名。这两条河所形成的冲积平原，叫美索不达米亚平原，是现今的伊拉克领土的主要部分。这两河流域是古代巴比伦文化的发祥地。

我们没有足够的史料去断定巴比伦文化的起始年代，但是我们知道远在公元前 4000 年，巴比伦人就有了自己的楔形文字。巴比伦奴隶制国家，建立于公元前 19 世纪，而在公元前 18 世纪已经相当兴盛。巴比伦城，在公元前 689 年曾被亚述国王毁坏，公元前 680 年重建。在公元前 604 年至公元前 562 年，巴比伦文化曾经达到过高度繁荣。

我们对巴比伦文明和巴比伦数学的了解，主要来自他们的“泥版文书”。

泥版文书，是巴比伦人的文字信息载体。他们用带棱的木棍尖端、尖笔或断面为三角形的某种利器，在湿泥未干的粘土版上压（或刻）出不同方向的楔形印痕，来记载事物，表达思想。因此这种文字叫做楔形文字，英文叫做 Cuneiform，是从拉丁文 cuneus 而来，原意为“楔”或“尖劈”。写上楔形文字的泥版晒干之后就成了泥版文书。在亚述王毁坏古巴比伦城的时候，有些泥版被焚城大火烧过，于是就自然地变成了象中国陶器一样的东西，因而能被完好地保存上千年。

1854 年，地质学家 W·K·劳夫斯特在森开莱（现今的拉沙或拉山）地方，发掘出这样的两块泥版。其中有一块是汉穆拉比

(约公元前2000年)时代的。它的内容表明了巴比伦人有高度熟练的计算能力。目前在君士坦丁堡的奥陶曼博物馆里保存有一块巴比伦泥版,是从阿拉伯的泰陆发掘出来的,估计它可能是公元前2200年的产物。版上画有一幅土地平面图,一块地被分成15个部分,7个直角三角形,4个近似于矩形,还有4个是一腰垂直于上下底的梯形。每块都有算得的面积数(估计其算法是靠经验发现的)。这说明他们有了确定若干种图形面积的法则。

现在我们有了许多这种泥版文书。本世纪20年代,最先由奥托·诺伊格包尔(Otto Neugebauer, 1899—?)破译了第一批巴比伦数学文书,这大大丰富了人们对巴比伦数学的知识。现在还有许多尚未完全破译的资料,但已初步确认,绝大部分被发现的泥版,出自大约公元前1800年,那时正是汉穆拉比时代或赛流西时代。

从已被破译的泥版文书中可以看出,巴比伦几何知识的发展水平,是与埃及人相差不多的。从公元前15世纪的泥版上,能看出巴比伦人这时已经能计算许多平面图形(矩形、直角三角形、梯形)的面积,具有把复杂图形拆开为简单图形的本领。还会计算平行六面体、柱体的体积,知道 $(a+b)^2$ 的展开式和一般的勾股定理,不过,他们的图形很粗糙,计算公式也不一定准确。他们也象埃及人一样,没有证明的概念,他们的知识都是散见在经验陈述中,其中还有一些是近似结果。如巴比伦人认为圆周长是直径的3倍(如同我国古代的近似说法:周三径一)。又如,巴比伦人计算圆台和棱台的体积时,以其高与上、下两底的面积平均值相乘。

值得单独提出的是,我们至今使用的划分时间和角度的方法(1小时或1度等于60分,1分等于60秒……),就是从巴比伦人那里继承下来的。

在我国，十万年前的“河套人”已在骨器上刻有菱形花纹。几万年前的原始人能制造石质球形工具（在今山西襄汾县丁村发现）。距今六七千年以前的原始部落时期已有方形和圆形的建筑物（在今陕西西安半坡村发现房基，每座房子约有十几平方米）。公元前三千余年的陶器上已经有了各种几何图案。这些考古发现说明，中国古代的人们早就在劳动中认识并能绘制简单的几何图形了。

从公元前2100年的夏代开始，中国进入了奴隶社会。到了殷代，奴隶主国家已正式确立。生产力的发展，造成了高度发展的殷商文化。大约在距今3500年前，出现了甲骨文。以后又把文字铸在青铜器上，刻在石碑上，形成金文。金文甲骨，就是中国最早的文字信息形式。到了春秋战国时期，逐渐被竹简、本牒所取代，同时也间或使用价格昂贵的丝帛。到了汉朝（约公元前140年至公元前87年这个期间）出现了最早的古纸（1957年于西安东部灞桥发现），后经东汉蔡伦进行了技术改造，可用于书写，取代了简帛而成为通用的文字信息载体。由于受了书写手段的限制，我国古代人民的几何知识能以文字或图形记载下来直接传到今天的极少。

古代中国，特别是进入奴隶社会以后，在农田、水利、税亩、土木工程等各种生产与建设活动中，积累了大量的几何学知识。但是对于数学（尤其是几何学）这种领域，春秋诸子百家中没有一个是专家，因此也没有一本独立的专著流传后世。这真是一件遗憾的事。现在，我们只能从经过辗转相传之后形成纸书而保留下来的古书中，得到一些间接的了解。

《周髀算经》（大约成书于公元前100年左右的汉代）和司马迁的《史记》卷二“夏本纪”中，都有关于夏禹治水中应用几何知识的记述。大禹治水是公元前两千年的事情，不论传说故事的真实性

如何，但治服洪水的事实和对水利工程的历史考证，说明了许多几何知识已因实践的需要而产生了。战国时期的著作《尸子》中有一句话，说“古者倕为规、矩、准、绳，使天下仿焉”。意思是说，古代的时候有个叫倕的人（传说他是黄帝时或尧时的人），他制定了规、矩、准、绳四种几何绘图与测量工具（对应于圆、方、水平、铅直），从此天下人都仿效使用起来。从这里我们可以推知，那时中国人的几何知识已经相当发达，不仅有了许多认识图形的能力，而且有了相当完善的绘图与测量工具。从这些工具可以推想出，当时人们关于水平划线、长度测量、图形绘制等，是相当熟悉的。矩这个工具，就是现在木工和钳工使用的曲尺，它不仅直接反映了人们关于方形或直角的知识，而且还有许多更丰富的内容。流传至今的《周髀》中记载一段故事说，西周开国时期（约公元前1000年），周公姬旦向商高请教矩的使用方法（用矩之道），商高回答说：“平矩以正绳，偃矩以望高，复矩以测深，卧矩以知远。……”。若用现代话来解释，这里是讲了矩的以下四种用法：1. 将曲尺一边平行于地面，另一边必将为铅直；2. 把曲尺一边放平，另一边垂直地面，从矩的一端 A 向立于 Q 点的高物 P 点望去，得到视线与另一矩边的交点 B，由此可求得高度 $PQ = \frac{BC}{AC} \cdot AQ$ ；3. 若将曲尺一边放平，另一边下垂，则可用相同的方法求得深度 PQ；4. 若把矩平放在水平平面上，可以测得两点间的距离。就在这本《周髀》里，还记载了商高向姬旦讲述勾股定理的一个特殊情形的故事。商高说：“折矩以为句广三，股修四，径隅五”。意思是说，“若在矩的一边（句，即勾）上取三个单位长（自直角顶点算起），在另一边（股）上取 4 个单位长，那么斜边就是 5 个单位长。”还有一本战国时期齐国人写成的书叫《考工记》，是说明各种手工业产品规格的书。