

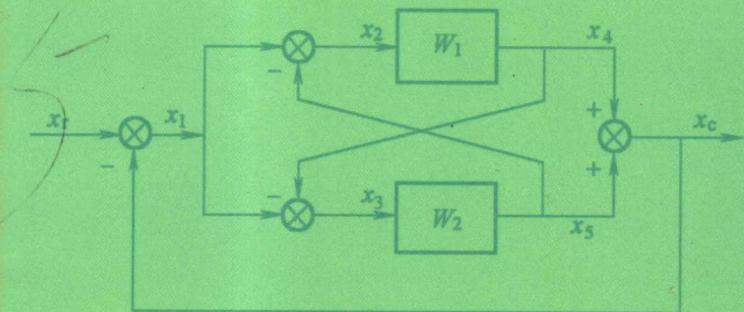
高等学校教学用书

# 自动控制原理

## 习题详解

王建辉 主编

ZIDONG KONGZHI YUANLI  
XITI XIANGJIE



冶金工业出版社

高等学校教学用书

# 自动控制原理习题详解

王建辉 主编

北京  
冶金工业出版社  
2005

## 内 容 提 要

本书为《自动控制原理(第4版)》(王建辉、顾树生主编杨自厚主审,冶金工业出版社2005年出版)教材的配套用书。书中对教材每章后的全部习题作了详细解答。

由于教材所给出的习题题型丰富,难、易比例适当,所以本书可作为高等学校自动化、仪表、电气传动、计算机、机械、化工、航天航空等相关专业的学生深入学习、深入理解“自动控制原理”课程内容的辅助用书,也可以作为工程技术人员自学该课程的学习参考资料,并可作为考研人员的学习辅导材料。

## 图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理习题详解/王建辉主编. —北京:冶金工业出版社, 2005. 1

高等学校教学用书

ISBN 7-5024-3561-1

I . 自… II . 王… III . 自动控制理论—高等学校—教材 IV . TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 107357 号

出版人 曹胜利(北京沙滩嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009)

责任编辑 宋 良 美术编辑 李 心

责任校对 王永欣 李文彦 责任印制 李玉山

北京兴华印刷厂印刷;冶金工业出版社发行;各地新华书店经销

2005 年 1 月第 1 版, 2005 年 1 月第 1 次印刷

148mm×210mm 7.625 印张; 240 千字; 236 页

**18.00 元**

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100711) 电话:(010)65289081

(本社图书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

# 前　　言

信息化时代的到来,为自动控制技术的应用开拓了更加广阔的空间。作为有关自动控制技术的基础理论——自动控制原理,已成为各高校许多学科和专业必修的技术基础课。深入理解和掌握《自动控制原理》中的主要内容,无论是对自动控制理论的进一步学习,还是为后续专业课的学习打下理论基础,都是非常关键的。

我们编写的教材《自动控制原理》(杨自厚主编,冶金工业出版社出版),自1980年出版以来,经历了几次修订:1987年修订版(杨自厚主编)、2001年第3版(顾树生、王建辉主编,杨自厚主审),目前总发行量已达12.5万册。与之相对应的《自动控制原理习题集》(汪谊臣主编,冶金工业出版社出版),自1983年出版以来,也多次重印。

为帮助广大读者和学生深入地理解和更好地掌握《自动控制原理》中有关自动控制系统的基本概念、自动控制系统的分析与设计方法,也为了便于自学,我们编写了这本与《自动控制原理(第4版)》(王建辉、顾树生主编,杨自厚主审,冶金工业出版社2005年出版)配套使用的《自动控制原理习题详解》。

考虑到本书内容是与《自动控制原理(第4版)》完全对应的,所以书中各个章节的要点中只给出了在解题过程中要加以注意的问题,相应的基本概念、基本方法等在《自动控制原理(第4版)》已有详细讲解,在此不再赘述。

本书是集东北大学历届讲授《自动控制原理》课程教师几十年的教学成果和经验,并在参考了有关教材的基础上,由我们课程组主要成员编排整理而成的。王建辉负责第1、5、6章,方晓

柯负责第2、3、4章，徐林负责第7、8章，顾树生负责第9章。全书由王建辉主编。

我们的博士研究生黄敏、赵越岭，硕士研究生孙书芳、闫勇亮、吴同刚、张宇献、赵光鑫、刘莹、许美容、卢新宇、闫博、于洋、赵适宜、王长会、张楠等，在本书的打字、绘图、校对等过程中做了许多工作，在此表示感谢！

由于水平所限，书中错误在所难免，敬请广大读者予以指正。

作 者

2004年6月于沈阳

# 目 录

<b>1 自动控制系统的概念</b> .....	1
1.1 内容提要 .....	1
1.2 习题与解答 .....	1
<b>2 自动控制系统的数学模型</b> .....	7
2.1 内容提要 .....	7
2.2 习题与解答 .....	8
<b>3 自动控制系统的时域分析</b> .....	31
3.1 内容提要 .....	31
3.2 习题与解答 .....	32
<b>4 根轨迹法</b> .....	59
4.1 内容提要 .....	59
4.2 习题与解答 .....	60
<b>5 频率法</b> .....	81
5.1 内容提要 .....	81
5.2 习题与解答 .....	82
<b>6 控制系统的校正及综合</b> .....	133
6.1 内容提要 .....	133
6.2 习题与解答 .....	133

<b>7 非线性系统分析 .....</b>	<b>155</b>
7.1 内容提要 .....	155
7.2 习题与解答 .....	155
<b>8 线性离散系统的理论基础 .....</b>	<b>190</b>
8.1 内容提要 .....	190
8.2 习题与解答 .....	190
<b>9 状态空间法 .....</b>	<b>208</b>
9.1 内容提要 .....	208
9.2 习题与解答 .....	209
<b>附录 拉普拉斯变换.....</b>	<b>221</b>
<b>参考文献.....</b>	<b>236</b>

# 1 自动控制系统的概念

## 1.1 内容提要

基本术语：反馈量，扰动量，输入量，输出量，被控对象；

基本结构：开环，闭环，复合；

基本类型：线性和非线性，连续和离散，程序控制与随动；

基本要求：暂态，稳态，稳定性。

本章要解决的问题，是在自动控制系统的概念基础上，能够针对一个实际的控制系统，找出其被控对象、输入量、输出量，并分析其结构、类型和工作原理。

## 1.2 习题与解答

题 1-1 试举出几个开环与闭环自动控制系统的例子，画出它们的框图，并说明它们的工作原理，讨论其特点。

答 图 1-1 所示为直流电动机的开环控制系统示意图。

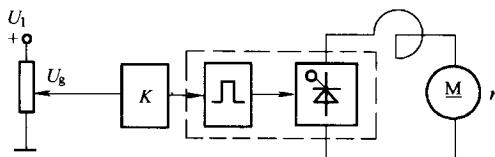


图 1-1 直流电动机开环控制系统示意图

该系统的结构图可用图 1-2 表示。



图 1-2 开环系统结构图

在本系统中,要控制的是直流电动机的转速,所以直流电动机是控制对象,直流电动机的转速是系统的输出量。在励磁电流  $I_f$  与负载恒定的条件下,当电位器滑动端在某一位置时(电位器对应的输出电压用  $U_g$  表示),电动机就以一定的转速  $n$  运转。如果由于外部或内部扰动,例如由于负载突然增加,使电动机转速下降,那么电动机在无人干预的情况下将偏离给定速度。也就是说开环控制系统只有输入量对输出量产生作用,而没有输出对输入的反作用。

图 1-3 所示为直流电动机的闭环控制系统示意图。

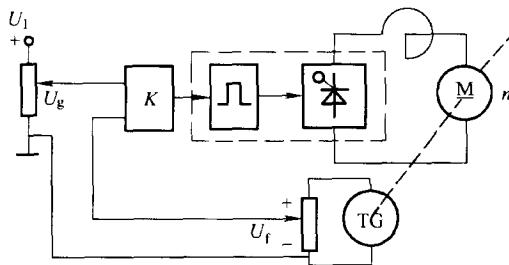


图 1-3 直流电动机闭环控制系统示意图

该系统的结构图如图 1-4 所示。

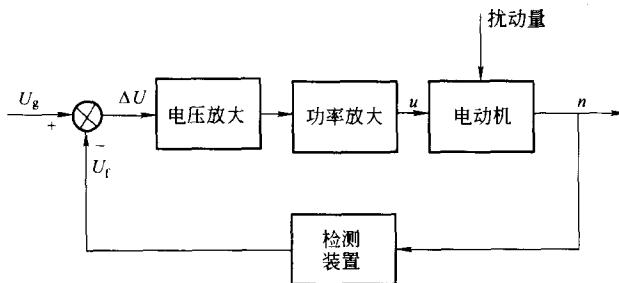


图 1-4 闭环控制结构图

这里,用测速发电机将输出量检测出来,并转换成与给定电压物理量相同的反馈电压  $U_f$ ,然后反馈到输入端与给定电压  $U_g$  相比较,其偏差经运算放大器放大后,用来控制功率放大器的输出电压  $u$  和电动机的转速  $n$ 。当电位器滑动到某一位置时,电动机就以一个指定的转速转动。由于外部或内部扰动,例如,由于负载突然增加,使电动机转速降低,那么

这一速度的变化,将由测速机检测出来。此时反馈电压相应降低,与给定电压比较后,偏差电压增大,再经过功率放大器放大后,将功率放大器输出电压  $u$  升高,从而减小或消除电动机的转速偏差。这样,不用人的干预,系统就可以近似保持给定速度不变。由此可看出,闭环系统是把输出量反馈到输入端形成闭环,使得输出量参与系统的控制。

**题 1-2** 闭环自动控制系统是由哪些环节组成的,各环节在系统中起什么作用?

**答** 闭环自动控制系统主要由控制对象(或调节对象),执行机构,检测装置(或传感器),给定环节,比较环节,中间环节等环节组成。

**控制对象:**指要进行控制的设备或过程。

**执行机构:**由传动装置和调节机构组成,直接作用于控制对象,使被控量达到所要求的数值。

**检测装置:**用来检测被控量,并将其转换为与给定量相同的物理量。

**给定环节:**设定被控量的给定值的装置。

**比较环节:**将所检测的被控量与给定量进行比较,确定两者之间的偏差量。

**中间环节:**一般是放大元件,将偏差信号变换成适用于控制执行机构工作的信号。

**题 1-3** 图 P1-1 所示,为一直流发电机电压自动控制系统示意图。

(1) 该系统有哪些环节组成,各起什么作用?

(2) 绘出系统的框图,说明当负载电流变化时,系统如何保持发电机的电压恒定。

(3) 该系统是有差系统还是无差系统?

(4) 系统中有哪些可能的扰动?

**答**

(1) 该系统由给定环节、比较环节、中间环节、执行结构、检测环节、发电机等环节组成。

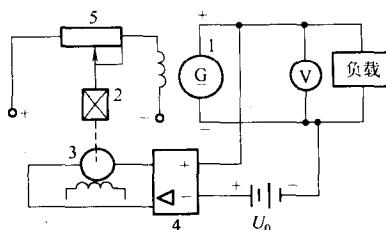


图 P1-1 电压自动控制系统示意图

1—发电机;2—减速器;3—执行电机;

4—比例放大器;5—可调电阻器

给定环节:电压源  $U_0$ 。用来设定直流发电机电压的给定值。

比较环节:本系统所实现的被控量与给定量进行比较,是通过给定电压与反馈电压反极性相接加到比例放大器上实现的。

中间环节:比例放大器。它的作用是将偏差信号放大,使其足以带动执行机构工作。该环节又称为放大环节。

执行机构:该环节由执行电机、减速器和可调电阻器构成。该环节的作用是:通过改变发电机励磁回路的电阻值,改变发电机的磁场,调节发电机的输出电压。

被控对象:发电机。其作用是供给负载恒定不变的电压。

检测环节:跨接在发电机电枢两端、且与电压源  $U_0$  反极性相接到比例放大器输入端的导线。它的作用是将系统的输出量直接反馈到系统的输入端。

(2) 系统结构框图如图 1-5 所示。当负载电流变化如增大时,发电机电压下降,电压偏差增大,偏差电压经过运算放大器放大后,控制可逆伺服电动机,带动可调电阻器的滑动端使励磁电流增大,使发电机的电压增大直至恢复到给定电压的数值上,实现电压的恒定控制。

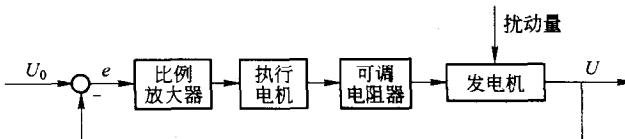


图 1-5 系统结构框图

负载电流减小的情况与此同理。

(3) 假设在系统稳定运行状态下,发电机输出的电压与给定的电压  $U_0$  相等,也就是我们所称谓的无差系统。此时,比例放大器输出电压为零,执行电机不转动,可调电阻器的滑动端不动,发电机磁场不变化,从而保持发电机输出电压  $U$  等于给定电压  $U_0$ 。假设成立,故该系统为无差系统。

(4) 系统中可能出现的外部扰动:负载电流的变化(增加或减少)。可能出现的内部扰动:系统长时间工作使电源电压  $U_0$  降低,执行机构、减速器等的机械性能的改变等。

**题 1-4** 图 1-6 所示为闭环调速系统示意图,如果将反馈电压  $U_f$  的极性接反,成为正反馈系统,对系统工作有什么影响? 此时各环节工作于

什么状态,电动机的转速能否按照给定值运行?

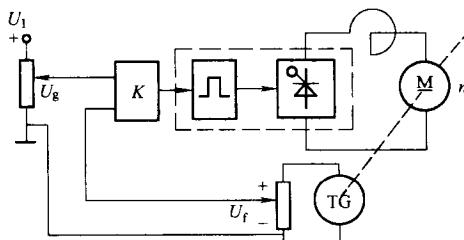


图 1-6 闭环调速系统示意图

**答** 正反馈系统的比较环节是使反馈电压  $U_f$  与给定电压  $U_g$  相加。加给控制器的信号  $\Delta u = U_f + U_g$  必然总在给定电压基础上增大, 系统将不具备调节能力, 各环节的输出量将处于饱和状态, 电动机转速不能按给定的值运行。

**题 1-5** 图 P1-2 为仓库大门自动控制系统示意图。试说明自动控制大门开启和关闭的工作原理。如果大门不能全开或全关, 应怎样进行调整?

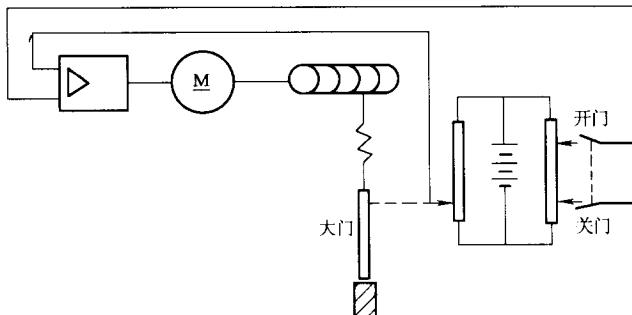


图 P1-2 仓库大门自动控制系统示意图

**答** 系统中, “开门”和“关门”两个开关是互锁的, 即在任意时刻, 只有开门(或关门)一个状态, 这一状态对应的电压和与大门连接的滑动端对应的电压接成反极性(即形成偏差信号)送入放大器。放大器的输出电压送给直流电动机  $M$ , 直流电动机与卷筒同轴相连, 大门的开启和关闭是通过电动机的正、反转来控制的。与大门连接的滑动端对应的电压与“开门”滑动端对应的电压相等时, 大门停止开启; 与大门连接的滑动端对

应的电压与“关门”滑动端对应的电压相等时，大门停止关闭。

设“开门”滑动端对应的电压为  $u_{gk}$ ，“关门”滑动端对应的电压为  $u_{gg}$ ，与大门连接的滑动端对应的电压为  $u_f$ 。

开门时，将“开门”开关闭合、“关门”开关断开，此时， $u_f < u_{gg}$ ， $\Delta u = u_{gg} - u_f > 0$ ，此偏差信号经过放大器放大后带动可逆直流电动机 M 转动，并带动可调电位计滑动端上移，直至  $\Delta u = 0$  时，直流电动机 M 停止、大门开启。

关门时，将“开门”开关断开、“关门”开关闭合，此时有  $u_f > u_{gk}$ ， $\Delta u = u_{gk} - u_f < 0$ ，此偏差信号经放大后使直流电机 M 向相反方向转动，并带动可调电位计滑动端下移，直至  $\Delta u = 0$  时，直流电机 M 停止、大门关闭。

若大门不能全开(或全关)，可将  $u_{gk}$  调大(或将  $u_{gg}$  调小)，这可通过将“开门”滑动端上移直至大门全开(或将“关门”滑动端下移直至大门全关)实现。

从工作原理上分析，系统稳定运行(大门“全开”或“全关”)时，系统的输出量完全等于系统的输入量(大门“全开”时， $u_{gk} = u_f$ ；大门“全关”时， $u_{gg} = u_f$ )。故该系统属于恒值、无差系统。

## 2 自动控制系统的数学模型

### 2.1 内容提要

#### (1) 数学模型

自动控制系统的分析与设计是建立在数学模型基础上的。数学模型是描述系统内部各物理量之间动态关系的数学表达式。数学模型的形式可以有多种，在经典控制理论中常用的是微分方程和差分方程，在现代控制理论中常用的是状态空间表达式。

数学模型的求取可以采用解析法和统计法。本章主要以解析法为主。用解析法建立系统的数学模型时，应根据元件及系统的特点和连接关系，按照它们所遵循的物理规律，抓住主要矛盾，忽略次要因素，列写各物理量之间关系的数学表达式，使得所建的数学模型既正确又简单。

#### (2) 传递函数

传递函数是为方便进行系统分析所引出的数学模型的另外一种形式。由它的定义可知，传递函数只适合于线性连续系统。

#### (3) 传递函数的求取

传递函数的求取方法有三种：

- 1) 利用传递函数的定义；
- 2) 利用结构图等效变换；
- 3) 利用信号流图。

利用传递函数的定义求解传递函数，主要适合于求典型环节传递函数的情况。

结构图是系统传递函数的图形化表示。它最大的优点是可以形象直观地表示出动态过程中系统各环节的数学模型及其相互关系。通过结构图的等效变换可以求出系统的传递函数。由结构图等效变换求解传递函数，主要是调整相加点和分支点的位置，将其化为三种典型的连接形式，即串联、并联和反馈连接，从而求得系统或环节的传递函数。应注意的

是,变换过程中相加点和分支点之间一般不宜相互变换位置。

信号流图也是一种用图形表示线性系统方程组的方法。信号流图与结构图在本质上是一样的,只是形式上不同。其中需要重点掌握的术语有前向通路、回环、不接触回环等。它的最大优点是通过梅逊增益公式可以很方便快捷地求出系统的传递函数。使用这种方法的关键在于对系统回环的判断是否正确。

#### (4) 非线性数学模型的线性化

本章介绍的是利用小偏差线性化方法对非线性系统进行线性化处理。这种方法就是将一个非线性函数在其工作点处展开成泰勒级数,然后略去二次以上的高阶项,得到线性化方程,用来代替原来的非线性函数。此种方法适合于非本质非线性系统。

## 2.2 习题与解答

**题 2-1** 试求出图 P2-1 中各电路的传递函数  $W(s) = U_c(s)/U_r(s)$ 。

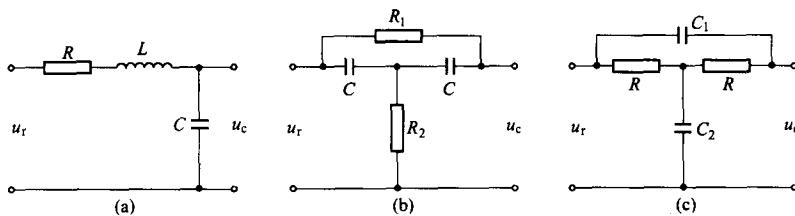


图 P2-1 题 2-1 图

**解** (1) 由图 2-1a 所示电路可得

$$W(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{1}{LCs^2 + CRs + 1}$$

(2) 根据  $Y/\Delta$  变换, 将图 P2-1b 电路变换为如图 2-1 所示电路, 其中,

$$Z_1 = \frac{\frac{R_1}{Cs}}{R_1 + \frac{2}{Cs}} = \frac{R_1}{CR_1 s + 2}$$

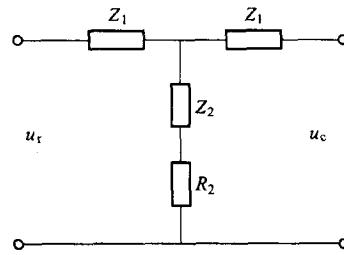


图 2-1 图 P2-1b 的等效电路

$$Z_2 = \frac{\frac{1}{C^2 s^2}}{R_1 + \frac{2}{C_s}} = \frac{1}{C^2 R_1 s^2 + 2Cs} = \frac{1}{Cs(CR_1 s + 2)}$$

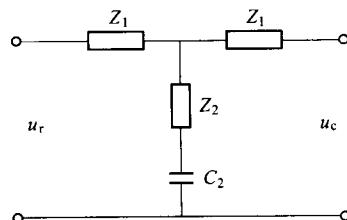
由图 2-1 所示的电路可得

$$W(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{Z_2 + R_2}{Z_1 + Z_2 + R_2} = \frac{R_1 R_2 C^2 s^2 + 2R_2 Cs + 1}{R_1 R_2 C^2 s^2 + C(R_1 + 2R_2)s + 1}$$

(3) 由  $\Delta \rightarrow Y$  变换得到如图 2-2 所示电路

$$\text{其中}, Z_1 = \frac{\frac{R}{C_1 s}}{2R + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R}{2RC_1 s + 1}$$

$$Z_2 = \frac{R^2}{2R + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{C_1 R^2 s}{2RC_1 s + 1}$$



由图示可得

图 2-2 P2-1c 的等效电路

$$W(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{Z_2 + \frac{1}{C_2 s}}{Z_1 + Z_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{C_1 C_2 R^2 s^2 + 2RC_1 s + 1}{C_1 C_2 R^2 s^2 + (C_2 + 2C_1)Rs + 1}$$

**题 2-2** 试求出图 P2-2 中各有源网路的传递函数  $W(s) = U_c(s)/U_r(s)$ 。

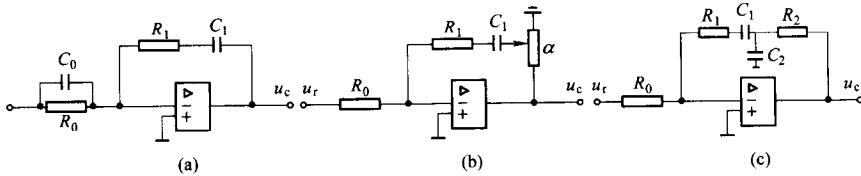


图 P2-2

解

(1) 根据运放电路的“虚地”概念可得

$$W(s) = \frac{U_c}{U_r} = -\frac{R_1 + \frac{1}{C_1 s}}{R_0 // \frac{1}{C_0 s}} = -\frac{\frac{R_1 C_1 s + 1}{C_1 s}}{\frac{R_0}{C_0 s}} = -\frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_0 C_0 s + 1)}{R_0 C_1 s} \cdot \frac{1}{R_0 + \frac{1}{C_0 s}}$$

(2) 根据运放电路的“虚地”概念有

$$-\frac{U_r}{R_0} = \frac{U_c}{(1-\alpha)R + \left(R_1 + \frac{1}{C_1 s}\right) // \alpha R R_1 + \frac{1}{C_1 s} + \alpha R}$$

因此

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{U_c}{U_r} \\ &= -\frac{1}{R_0 \alpha R} \frac{R_1 C_1 s + 1 + \alpha R C_1 s}{C_1 s} \left[ (1-\alpha)R + \frac{(R_1 C_1 s + 1) \alpha R}{R_1 C_1 s + 1 + \alpha R C_1 s} \right] \\ &= -\frac{1}{\alpha R_0 C_1 s} [(R_1 C_1 s + 1 + \alpha R C_1 s)(1-\alpha) + \alpha(R_1 C_1 s + 1)] \\ &= -\frac{1}{\alpha R_0 C_1 s} [R_1 C_1 s + 1 + \alpha R C_1 s - \alpha^2 R C_1 s] \\ &= -\frac{R_1 C_1 s + \alpha(1-\alpha) R C_1 s + 1}{\alpha R_0 C_1 s} \\ &= -\frac{[R_1 + \alpha(1-\alpha) R] C_1 s + 1}{\alpha R_0 C_1 s} \end{aligned}$$

(3) 同上题理得, 得

$$\begin{aligned} -\frac{U_r}{R_0} &= \frac{U_c}{R_2 + \left(R_1 + \frac{1}{C_1 s}\right) // \frac{1}{C_2 s}} \frac{\frac{1}{C_2 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s} + \frac{1}{C_2 s}} \\ \frac{U_c}{U_r} &= -\frac{1}{R_0} \left( R_2 + \frac{R_1 C_1 s + 1}{C_2 s (R_1 C_1 s + 1) + C_1 s} \right) \frac{R_1 C_1 C_2 s + C_2 + C_1}{C_1} \\ &= -\frac{1}{R_0 C_1 s} \frac{R_2 s (R_1 C_1 C_2 s + C_1 + C_2) + R_1 C_1 s + 1}{R_1 C_1 C_2 s + C_1 + C_2} \\ &\quad (R_1 C_1 C_2 s + C_2 + C_1) \end{aligned}$$

所以

$$W(s) = \frac{U_c}{U_r} = -\frac{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) s + 1}{R_0 C_1 s}$$

**题 2-3** 求图 P2-3 所示各机械运动系统的传递函数。

$$(1) \text{求图 a 的 } \frac{X_c(s)}{X_r(s)} = ? \quad (2) \text{求图 b 的 } \frac{X_c(s)}{X_r(s)} = ?$$

$$(3) \text{求图 c 的 } \frac{X_2(s)}{X_1(s)} = ? \quad (4) \text{求图 c 的 } \frac{X_1(s)}{F(s)} = ?$$