



2004 执业资格考试丛书

一级注册结构工程师 基础考试复习教程

(第三版)

同济大学 编

李国强 陈以一 王 从 主编

2004 执业资格考试丛书

一级注册结构工程师基础考试 复 习 教 程

(第三版)

同济大学 编

李国强 陈以一 王 从 主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

一级注册结构工程师基础考试复习教程/李国强等主
编. —3版. —北京: 中国建筑工业出版社, 2004

(2004 执业资格考试丛书)

ISBN 7-112-06338-8

I. 一… II. 李… III. 建筑结构-工程师-资格考
核-自学参考资料 IV. TU3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 009476 号

2004 执业资格考试丛书
一级注册结构工程师基础考试复习教程
(第三版)

同济大学 编

李国强 陈以一 王 从 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京同文印刷有限责任公司印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 86 字数: 2090 千字

2004 年 4 月第三版 2004 年 6 月第八次印刷

印数: 42001—43500 册 定价: 130.00 元

ISBN 7-112-06338-8

TU·5593 (12352)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.china-abp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

本书为一级注册结构工程师基础考试部分复习教程(第三版),是按新大纲及新规范编写而成,全书共分十九章,分别对注册结构工程师基础考试各科目进行简明扼要的介绍,既符合考试大纲所规定的深度和广度要求,又与当前教学内容相结合,是考生复习备考必需的复习资料。此次修订在每章后面增加了一节自测题,供考生复习时参考。

本书可指导、帮助参加结构工程师基础考试人员全面、系统地进行复习备考,也可供高校土建专业学生学习、参考。

* * *

责任编辑:王 跃 赵梦梅

责任设计:崔兰萍

责任校对:王 莉

第三版前言

本书第二版出版于 2003 年，但由于钢结构新规范的颁布，本书亦需随之相应修改。

在此次第三版中主要有以下改动：

一、钢结构一章根据新规范要求进行了重写；

二、为便于读者在学习后能进行自我检测，本次各章均增加了“自测题”一节，自测题数量均为考题量的一倍，或一倍以上，全书共增自测题 400 余道。

三、由于二版是新排本，三版时各章均进行了全面的校对，更正了一些错误。部分章节根据学科发展的情况，适当增、删、改了一些内容。

四、编写人员中，除钢结构一章改由陈扬骥、陈以一教授重写外，其余各章均无变化。

主 编

2004.2

第二版前言

本书第一版出版至今已有五年余,五年来我国建筑科学技术有了很大的进步,为适应需要,诸多学科的设计、施工规范均已作了修订,技术标准也有了许多调整,因此,本书一版中若干内容必须与时俱进地作相应的修改。

这次本书再版中,我们的修改主要在以下几方面:

文字上和符号上作了比较认真的校对和更正;

涉及有新规范、新标准的学科,均按新规范、新标准的要求,作了较多的改动,部分章节还进行了重写;

根据考纲,重新审阅了内容,各章均在字数上作了适量删减,以突出主要内容;

在主编和各章编写人员中,也进行了一些调整。

本次版本的主编是:李国强、陈以一、王从

各章的编写人员是:

第一章 邱伯驹 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 施宪法

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 樊纪湘 方 平

第七章 张 雄

第八章 唐九妹 石人珠

第九章 邢爱芳 陈建国

第十章 苏小卒

第十一章 朱伯钦

第十二章 胡中雄

第十三章 顾孝烈

第十四章 颜德姮

第十五章 宗听聪 陈以一

第十六章 范家驷

第十七章 赵志缙 徐 伟 马锦明

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

主 编

2003年4月

第一版前言

实行注册结构工程师执业制度,是适应社会主义市场经济体制建立的需要,参照国际发达国家的作法,所进行的一项工程设计管理体制和人事管理制度的配套改革。注册结构工程师资格,必须经过全国统一考试取得。

一级注册结构工程师的考试分为基础考试和专业考试两个阶段。基础考试主要测试应考者是否掌握结构工程师必须具备的基础知识和专业理论,专业考试则侧重于实际工程设计能力。

为了配合全国一级注册结构工程师资格考试,建设部执业资格注册中心委托上海同济大学组织近三十名教授、副教授编写了这本教程。该书可指导、帮助参加基础考试人员按照考试大纲的要求,全面地、系统地进行复习备考,也可作为高等院校土建专业毕业生学习参考用书。

本教程的主编者是王从、颜德炬、于国华。各章分别由下列人员编写:

第一章 邱伯驹 骆承钦 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 石振球

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 樊纪湘 方 平

第七章 张 雄

第八章 唐九妹 石人珠

第九章 邢爱芳 陈建国

第十章 苏小卒 陈以一

第十一章 朱伯钦

第十二章 胡中雄

第十三章 顾孝烈

第十四章 颜德炬 范家骥

第十五章 宗听聪

第十六章 范家骥

第十七章 赵志缙 徐 伟

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

建设部执业资格注册中心聘请孙芳垂、杨晓同志对教程进行了校审。

由于时间仓促、工作量大,在编写过程中难免有疏漏之处,敬请读者指正。

建设部执业资格注册中心

1997年4月3日

目 录

第一章 高等数学	1
第一节 空间解析几何	1
第二节 微分学	8
第三节 积分学	29
第四节 无穷级数	48
第五节 微分方程	56
第六节 概率与数理统计	62
第七节 向量分析	76
第八节 线性代数	79
第九节 自测题	98
第二章 普通物理	104
第一节 气体分子动理论	104
第二节 热力学基础	114
第三节 机械波	126
第四节 波动光学	134
第五节 自测题	151
第三章 普通化学	154
第一节 化学反应的基本规律	154
第二节 稀溶液的依数性	168
第三节 溶液中的酸碱平衡	170
第四节 多相离子平衡	176
第五节 氧化还原反应与电化学	178
第六节 原子结构和周期律	187
第七节 化学键、分子结构和晶体结构	196
第八节 有机化合物	201
第九节 有机高分子化合物	207
第十节 自测题	212
第四章 理论力学	215
第一节 静力学	215
第二节 运动学	234
第三节 动力学	252
第四节 自测题	291
第五章 材料力学	298

第一节	绪论	298
第二节	轴向拉伸与压缩	298
第三节	剪切	304
第四节	扭转	308
第五节	截面图形的几何性质	311
第六节	弯曲内力	315
第七节	弯曲应力	322
第八节	弯曲变形	327
第九节	应力状态分析和强度理论	332
第十节	组合变形	341
第十一节	压杆稳定	350
第十二节	自测题	355
第六章	流体力学	364
第一节	流体的主要物理性质	364
第二节	流体静力学	367
第三节	流体动力学	377
第四节	流动阻力和水头损失	390
第五节	孔口、管嘴出流, 有压管道恒定流	402
第六节	明渠恒定均匀流	412
第七节	渗流	416
第八节	相似原理和量纲分析	421
第九节	流体运动参数的测量	427
第十节	自测题	430
第七章	建筑材料	435
第一节	建筑材料的基本性质	435
第二节	建筑钢材	444
第三节	气硬性无机胶凝材料	459
第四节	水泥	465
第五节	混凝土	479
第六节	沥青	503
第七节	自测题	511
第八章	电工学	513
第一节	电场与磁场	513
第二节	直流电路	517
第三节	正弦交流电路	523
第四节	RC 和 RL 电路的暂态过程	541
第五节	变压器与电动机	544
第六节	半导体二极管及整流、稳压电路	551
第七节	半导体三极管及基本放大电路	557

第八节	运算放大器	565
第九节	门电路和触发器	569
第十节	自测题	578
第九章	工程经济	583
第一节	利息公式	583
第二节	建设项目可行性研究与经济评价	587
第三节	折旧的基本方法	602
第四节	预测和决策基本方法	605
第五节	价值工程	613
第六节	建筑设计方案与施工方案的评价	624
第七节	工程概预算	629
第八节	建筑工程招标投标与合同管理	641
第九节	自测题	650
第十章	计算机与数值方法	653
第一节	计算机基础知识	653
第二节	DOS 操作系统	655
第三节	计算机程序设计语言	658
第四节	数值方法	676
第五节	自测题	690
第十一章	结构力学	695
第一节	平面体系的几何组成分析	695
第二节	静定结构受力分析和特性	698
第三节	静定结构位移计算	710
第四节	超静定结构的受力分析及特性	719
第五节	影响线	734
第六节	结构动力特性及动力反应	745
第七节	自测题	764
第十二章	土力学与地基基础	769
第一节	土的物理性质及工程分类	769
第二节	土中应力	779
第三节	地基变形	788
第四节	土的抗剪强度	800
第五节	土压力、地基承载力和边坡稳定	808
第六节	岩土工程勘察	823
第七节	浅基础	828
第八节	深基础	836
第九节	地基处理	844
第十节	自测题	850
第十三章	工程测量	853

第一节	工程测量基本概念	853
第二节	水准测量	859
第三节	角度测量	865
第四节	距离测量	873
第五节	测量误差基本知识	879
第六节	控制测量	883
第七节	地形图测绘	892
第八节	地形图应用	898
第九节	建筑工程测量	901
第十节	自测题	910
第十四章	钢筋混凝土结构	912
第一节	材料性能	912
第二节	基本计算原则	918
第三节	承载力极限状态计算	923
第四节	正常使用极限状态验算	957
第五节	预应力混凝土	962
第六节	构造规定	981
第七节	梁板结构	982
第八节	单层厂房	998
第九节	多层及高层房屋	1013
第十节	抗震设计要点	1042
第十一节	自测题	1052
第十五章	钢结构	1056
第一节	钢结构的材料	1056
第二节	钢结构的构件	1066
第三节	钢结构的连接	1084
第四节	钢屋盖	1100
第五节	自测题	1114
第十六章	砌体结构	1120
第一节	材料性能	1120
第二节	基本设计原则	1126
第三节	承载力	1128
第四节	混合结构设计	1150
第五节	房屋部件	1160
第六节	抗震设计要点	1176
第七节	自测题	1184
第十七章	建筑施工与管理	1186
第一节	土石方工程	1186
第二节	桩基础工程	1194

第三节	混凝土工程与预应力混凝土工程	1197
第四节	砌体工程	1217
第五节	结构吊装工程	1219
第六节	屋面防水工程	1222
第七节	装饰工程	1224
第八节	项目管理规划	1228
第九节	自测题	1246
第十八章	结构试验	1247
第一节	结构试验设计	1247
第二节	结构试验的荷载设备和量测仪器	1255
第三节	结构单调加载静力试验	1279
第四节	结构低周反复加载静力试验	1291
第五节	结构动力试验	1300
第六节	结构非破损检测技术	1313
第七节	结构模型试验	1323
第八节	自测题	1330
第十九章	建设法规和职业道德	1332
第一节	建设法规	1332
第二节	技术标准规范体系	1345
第三节	职业道德	1350
第四节	自测题	1354
附录	一级注册结构工程师基础考试大纲	1356

第一章 高等数学

第一节 空间解析几何

一、向量代数

(一) 向量的坐标

设有空间直角坐标系 $O-xyz$, i, j, k 分别表示沿 x, y, z 轴正向的单位向量, $\vec{a} = \overrightarrow{M_1M_2}$ 是以 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 为起点, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 为终点的向量, 则向量 $\vec{a}$ 可表示为

$$\vec{a} = \overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j + (z_2 - z_1)k$$

或

$$\vec{a} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)^\bullet$$

其中 $x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$ 称为向量 $\vec{a}$ 的坐标。

利用向量的坐标, 可得向量的加法、减法以及向量与数的乘法运算如下:

设

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$$

则

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x, a_y - b_y, a_z - b_z)$$

$$\lambda \vec{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z)$$

向量 $\vec{a}$ 的大小称为向量 $\vec{a}$ 的模, 记作 $|\vec{a}|$ 。非零向量 $\vec{a}$ 与三条坐标轴正向的夹角 α, β, γ 称为它的方向角。向量的模、方向角与坐标之间有如下关系:

$$a_x = |\vec{a}| \cos \alpha, a_y = |\vec{a}| \cos \beta, a_z = |\vec{a}| \cos \gamma$$

其中 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 称为向量 $\vec{a}$ 的方向余弦。

利用向量的坐标可得向量的模与方向余弦如下:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \cos \beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \cos \gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

(二) 数量积 向量积

设向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的夹角为 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$), 向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的数量积为一个数量, 记作 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, 其大小为 $|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$, 即

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

● 在高等数学第三版中, 记作 $\vec{a} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$, 现在按国家标准花括弧改成圆括弧。

利用向量在轴上的投影, 可将数量积表为

$$a \cdot b = |a| \text{Prj}_a b = |b| \text{Prj}_b a$$

向量 a 和向量 b 的向量积为一个向量 c , 记作 $a \times b$, 即 $c = a \times b$, c 的模

$$|c| = |a \times b| = |a| |b| \sin \theta$$

c 的方向垂直于 a 与 b 所决定的平面, c 的指向按右手法则确定。

设向量 $a = (a_x, a_y, a_z)$, $b = (b_x, b_y, b_z)$, 则

$$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$a \times b = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

或

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

(三) 例题

【例 1-1-1】 设已知两点 $M_1(2, 2, \sqrt{2})$ 和 $M_2(1, 3, 0)$, 计算向量 $\overrightarrow{M_1 M_2}$ 的模、方向余弦和方向角。

【解】 $\overrightarrow{M_1 M_2} = (1-2, 3-2, 0-\sqrt{2}) = (-1, 1, -\sqrt{2})$

$$|\overrightarrow{M_1 M_2}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-\sqrt{2})^2} = 2$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2}, \cos \beta = \frac{1}{2}, \cos \gamma = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{3}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{3\pi}{4}$$

【例 1-1-2】 设质量为 100kg 的物体从点 $M_1(3, 1, 8)$ 沿直线移动到点 $M_2(1, 4, 2)$ 。计算重力做功 (长度单位为 m, 重力方向为 z 轴负方向)。

【解】 重力 $P = (0, 0, -mg) = (0, 0, -980)$,

位移向量 $\overrightarrow{M_1 M_2} = (-2, 3, -6)$ 。

按数量积的物理意义, 重力做功 W 即为向量 P 和向量 $\overrightarrow{M_1 M_2}$ 的数量积, 故

$$W = P \cdot \overrightarrow{M_1 M_2} = (-980)(-6) = 5880 \text{ (J)}$$

【例 1-1-3】 已知三角形 ABC 的顶点是 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 4, 5)$ 和 $C(2, 4, 7)$ 。求三角形 ABC 的面积。

【解】 根据向量积的定义, 可知三角形 ABC 的面积

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \sin \angle A = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$$

而故

$$\overrightarrow{AB} = (2, 2, 2), \overrightarrow{AC} = (1, 2, 4)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4i - 6j + 2k$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |4i - 6j + 2k| = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-6)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

【例 1-1-4】 设 a, b 均为向量, 下列命题中错误的是

(A) $a \parallel b$ 的充分必要条件是存在实数 λ , 使 $b = \lambda a$ 。

(B) $a \parallel b$ 的充分必要条件是 $a \times b = 0$ 。

(C) $a \perp b$ 的充分必要条件是 $a \cdot b = 0$ 。

(D) $a \perp b$ 的充分必要条件是 $(a+b) \cdot (a-b) = |a|^2 - |b|^2$ 。

【解】 命题 (A)、(B)、(C) 都是正确的, 而等式

$$(a+b) \cdot (a-b) = |a|^2 - |b|^2,$$

根据向量的数量积的运算规律, 对一般的向量 a, b 均成立。

因此这等式不能成为向量 $a \perp b$ 的充分必要条件, 故应选 (D)。

二、平面

(一) 平面的方程

设平面 Π 过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$, 它的一个法向量 $n = (A, B, C)$, 则平面 Π 的方程为

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$$

此方程称为平面的点法式方程。

平面的一般方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

其中 $n = (A, B, C)$ 为该平面的法向量。

设一平面与 x, y, z 轴分别交于 $P(a, 0, 0)$ 、 $Q(0, b, 0)$ 和 $R(0, 0, c)$ 三点 (其中 $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$), 则该平面的方程为

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

此方程称为平面的截距式方程, a, b, c 依次称为平面在 x, y, z 轴上的截距。

对于一些特殊的三元一次方程, 应该熟悉它们的图形的特点。

如, 在方程 $Ax + By + Cz + D = 0$ 中, 当 $D = 0$ 时, 方程表示一个通过原点的平面; 当 $A = 0$ 时, 方程表示一个平行于 x 轴的平面; 当 $A = B = 0$ 时, 方程表示一个平行于 xOy 面的平面。类似地, 可得其他情形的结论。

(二) 两平面的夹角

两平面的法向量的夹角称为两平面的夹角 (通常指锐角)。设有平面 $\Pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ 和平面 $\Pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, 则 Π_1 和 Π_2 的夹角 θ 由下式确定:

$$\cos \theta = \frac{|n_1 \cdot n_2|}{|n_1| |n_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

由此可得

Π_1 与 Π_2 互相垂直相当于 $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

Π_1 与 Π_2 平行相当于 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$

空间一点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 到平面

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

的距离, 有以下公式:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

(三) 例题

【例 1-1-5】 求过三点 $M_1(2, -1, 4)$ 、 $M_2(-1, 3, -2)$ 和 $M_3(0, 2, 3)$ 的平面的方程。

【解】 先找出平面的法向量 n ，可取 $\overrightarrow{M_1M_2} = (-3, 4, -6)$ 与 $\overrightarrow{M_1M_3} = (-2, 3, -1)$ 的向量积为 n ，即

$$n = \overrightarrow{M_1M_2} \times \overrightarrow{M_1M_3} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 4 & -6 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 14i + 9j - k$$

由平面的点法式方程，得所求平面方程为

$$14(x-2) + 9(y+1) - (z-4) = 0$$

即

$$14x + 9y - z - 15 = 0$$

【例 1-1-6】 求两平面 $x - y + 2z - 6 = 0$ ， $2x + y + z - 5 = 0$ 的夹角。

【解】 因为

$$\cos \theta = \frac{|1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}$$

故所求夹角 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 。

【例 1-1-7】 平行于 x 轴且经过点 $(4, 0, -2)$ 和点 $(2, 1, 1)$ 的平面方程是

(A) $x - 4y + 2z = 0$ 。

(B) $3x + 2z - 8 = 0$ 。

(C) $3y - z - 2 = 0$ 。

(D) $3y + z - 4 = 0$ 。

【解】 由平面平行于 x 轴知，平面方程中 x 的系数为 0，故 (A)、(B) 不正确。由平面经过两已知点，知 (C) 满足，故选 (C)。

三、直线

(一) 空间直线的方程

设空间直线 L 是平面 $\Pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ 和平面 $\Pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ 的交线，则 L 的方程为

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

此方程称为空间直线的一般方程。

设直线 L 过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ ，它的一个方向向量为 $s = (m, n, p)$ ，则直线 L 的方程为

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}$$

此方程称为直线的对称式方程。

如设参数 t 如下：

$$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p} = t$$

则

$$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}$$

此方程组称为直线的参数式方程。

(二) 两直线的夹角

两直线的方向向量的夹角叫做两直线的夹角 (通常指锐角)。设直线 L_1 :

$$\frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{n_1} = \frac{z-z_1}{p_1}$$

和直线 L_2 :

$$\frac{x-x_2}{m_2} = \frac{y-y_2}{n_2} = \frac{z-z_2}{p_2}$$

则 L_1 和 L_2 的夹角 φ 可由下式确定:

$$\cos \varphi = \frac{|s_1 \cdot s_2|}{|s_1| |s_2|} = \frac{|m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2|}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$$

由此可得

L_1 和 L_2 互相垂直相当于 $m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2 = 0$

L_1 和 L_2 平行相当于 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$

(三) 直线与平面的夹角

直线和它在平面上的投影直线的夹角 φ 称为直线与平面的夹角, 通常规定 $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ 。设直线的方程是

$$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$

平面的方程是

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

则直线与平面的夹角 φ 由下式确定:

$$\sin \varphi = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

由此可得

直线与平面垂直相当于 $\frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$

直线与平面平行或直线在平面上相当于 $Am + Bn + Cp = 0$

(四) 例题

【例 1-1-8】求过两点 $M_1(3, -2, 1)$ 和 $M_2(-1, 0, 2)$ 的直线方程。

【解】取 $\overrightarrow{M_1 M_2} = (-4, 2, 1)$ 为直线的方向向量, 由直线的对称式方程得所求直线方程为