

非线性电路与混沌

高金峰 编著



科学出版社

www.sciencep.com

非线性电路与混沌

张永清 主编



非线性电路与混沌

高金峰 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书以全新的视角系统地介绍了非线性电路经典与现代的理论和方法,非线性电路中的混沌现象,以及近年来最新的一些研究成果。全书共分8章,在选材与叙述上力求简明扼要,以尽可能少的篇幅较为系统地介绍了相关主题所涉及的基本概念、理论、算法及手段。基本上反映了近20年来非线性电路理论与混沌领域的重要议题与发展趋势。

本书可供高等院校电子、通信、自动化等专业的高年级本科生和研究生使用,也可供相关教师和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

非线性电路与混沌/高金峰编著. —北京:科学出版社,2005
ISBN 7-03-014880-0

I. 非… II. 高… III. ①非线性电路—电路理论—研究生—教材②混沌学—研究生—教材 IV. TM132②O415.5

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第003329号

责任编辑:马长芳 资丽芳 贾瑞娜/责任校对:林青梅

责任印制:钱玉芬/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

原创阳光印业有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年4月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2005年4月第一次印刷 印张:14 1/2

印数:1—2 500 字数:281 000

定价:26.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

随着应用数学理论研究的不断深入以及计算机技术的迅速发展,人们已经可以用全新的视角审视、深化、整理甚至是发现传统上未能或不可能研究的问题。近20多年来蓬勃开展的非线性科学研究就是典型例子。

非线性电路理论是非线性科学研究的重要分支之一,将非线性科学研究的成果与传统非线性电路理论相结合,界定新的研究内容、范围,使用新的结构体系,介绍新发现的现象,从实用角度给出研究方法与工具,具有重要意义。

尽管电路理论的研究已有100多年的发展历史,但直到20世纪六七十年代,还都是以线性电路理论为研究重点。随着高度非线性电子器件的广泛应用,电子电路中出现了大量的非线性现象,已有的线性电路理论既无法解释非线性电路的行为,又不能指导非线性电路的分析与综合。于是,60年代开始,有关非线性电路器件造型、电路分析与综合、故障诊断等各个领域的理论研究迅速展开。

随着70年代末期非线性科学领域中混沌现象研究热潮的兴起,非线性电路中混沌现象的研究一直是独树一帜。80年代初,P. Linsay 通过对含变容二极管的二阶非自治电路的研究,在实际物理系统中首次验证了 Feigenbaum 的倍周期分岔通向混沌的理论。Y. Ueda, L. O. Chua 等对正弦激励下非自治电路以及 R. W. Newcomb 等对自治电路中混沌现象研究的报道,是非线性电路中混沌现象研究的早期论文。

1984年,L. O. Chua 提出著名的“蔡氏电路”,以及随后采用电路实验、计算机模拟、理论分析等多种研究工具对电路中混沌行为的研究,为非线性电路中分岔、混沌现象的研究提供了范例。

随后的10多年间,有关产生混沌、超混沌的构造电路、实际应用电路的不断报道,不仅为非线性动力学系统中混沌理论的研究提供了丰富的资料,而且也使电路中混沌现象的研究成为整个混沌理论研究中不可缺少的一个重要组成部分。

非线性电路理论为非线性新器件的应用提供理论基础,混沌现象也在许多领域有着巨大的应用前景,在非线性电路中有目的地避开、产生、控制或强化混沌现象已经成为一个关键性的研究课题。编写本书的目的就是为高等理工院校电子、通信、自动化等专业的高年级本科生和研究生、相关教师及工程技术人员等提供进行非线性电路理论及混沌应用研究的基础。

本书写作中力求将所涉及内容的理论依据、物理意义及具体分析方法融为一体。在介绍基本电路现象、基本分析方法的同时,既用理论解释其本质,又注意阐明

其物理意义。使读者通过本书的学习,在了解非线性电路的基本理论、基本分析方法的基础上,能够从中学会开展非线性电路理论研究工作的方法。

全书共分8章。第1章以较小的篇幅,在给出非线性电阻电路几个基本概念的基础上,对非线性电阻电路解的性质进行了讨论。第2~5章分别以非线性动力学理论和摄动理论为工具,对非线性动态电路解的定性、定量性质,初值稳定性、结构稳定性以及近似解析方法等进行了研究。第6章在介绍混沌概念、产生机理的基础上,给出了定量确定二阶非自治、三阶自治电路中产生混沌的微扰判据。第7章从实用的角度出发,结合作者多年来使用计算机从事非线性电路与混沌研究中的实践经验,给出了使用计算机分析非线性电路常用的数值算法、频谱分析要点及李雅普诺夫指数计算方法等内容。第8章以作者提出的非线性电容双涡卷混沌电路为对象,给出了使用理论分析、计算机模拟及电路实验等方法研究非线性电路中分岔与混沌现象的示例。

电路与系统有着不可分割的联系。电路本身就是一种典型的物理系统。因此,本书也可以作为非线性系统分析理论方面的参考书。书中插图均为作者在实验中获得,若读者有什么问题,可直接与作者联系。

作者感谢河南省杰出青年基金、河南省电工理论与新技术重点学科基金的资助。感谢在从事非线性电路理论与混沌研究和本书的写作过程中许多同行的支持与帮助,以及书中所引用参考文献和资料的作者。同时,深深地感谢我的家人长期以来对我工作的理解、支持与帮助。

焦李成教授在百忙之中仔细审阅了书稿并提出宝贵修改意见,在此表示衷心感谢。

诚然,由于非线性电路理论与混沌学本身都正处在迅速发展中,理论结构尚未成熟,编著者的学识水平有限,不当之处在所难免,恳请有关专家和广大读者批评指正。

高金峰

2004年10月

目 录

前言

第 1 章 非线性电阻电路	1
1.1 引言	1
1.2 非线性电阻网络方程式编写	1
1.3 非线性电阻电路的基本概念	4
1.3.1 非线性电阻电路的工作点	4
1.3.2 驱动点特性图(DP 图)	6
1.3.3 转移特性图(TC 图)	8
1.4 非线性电阻电路解的性质	9
1.4.1 有关数学准备	9
1.4.2 增量电导矩阵与增量电阻矩阵	11
1.4.3 互易电阻元件与非互易电阻元件	13
1.4.4 非线性电阻电路解的唯一性	14
1.4.5 非线性电阻电路解的存在性	15
参考文献	16
第 2 章 非线性动态电路	17
2.1 动态电路方程编写.....	17
2.2 电路方程的解及其性质.....	20
2.3 电路系统稳态解.....	23
2.3.1 常数解	23
2.3.2 周期解	24
2.3.3 拟周期解	25
2.3.4 稳态解的一般描述	28
2.4 线性系统与非线性系统线性化.....	30
2.4.1 线性系统与不变子空间	31
2.4.2 非线性系统的线性化	32
2.4.3 非线性系统与线性化系统之关系	33
2.5 平衡点的稳定性.....	35
2.5.1 稳定性概念	35
2.5.2 李雅普诺夫间接法	37

2.5.3 李雅普诺夫直接法	40
2.6 周期解的稳定性与庞加莱映射	45
2.6.1 线性化方法	45
2.6.2 线性与非线性映射	47
2.6.3 庞加莱映射	48
参考文献	51
第3章 非线性二阶自治电路	52
3.1 二阶自治电路与等倾线作图法	52
3.2 二阶电路平衡点及其分类	54
3.3 二阶电路平衡点及其稳定性	59
3.4 相平面有界区域内轨线的性质	60
3.5 相平面上极限环及其稳定性	63
参考文献	69
第4章 非线性电路分岔与结构稳定性	70
4.1 引言	70
4.2 分岔概念与降维处理	71
4.3 平衡点分岔的基本情形	74
4.3.1 一个零特征值情况	74
4.3.2 一对纯虚特征值 Hopf 分岔情形	82
4.4 闭轨分岔与映射分岔	88
4.4.1 映射分岔	89
4.4.2 分岔示例——映射的倍周期分岔	92
4.4.3 闭轨分岔	94
参考文献	96
第5章 非线性电路的定量解析方法	97
5.1 引言	97
5.2 自治电路中周期解的近似解析方法	98
5.2.1 平均值法	99
5.2.2 摄动法	102
5.3 非自治电路中的周期解——谐振	108
5.3.1 铁磁谐振电路与达芬方程	110
5.3.2 弱非线性电路的近似解析方法	111
5.4 非自治电路中的周期解——同步振荡	122
5.4.1 周期激励范德波尔振荡电路	123
5.4.2 谐波同步情形	124

5.4.3 高次谐波与子谐波同步	126
参考文献	128
第 6 章 非线性电路中的混沌现象	129
6.1 引言	129
6.2 混沌及其特征	130
6.3 混沌产生的机理与条件	138
6.4 梅利尼科夫方法及其应用	141
6.4.1 梅利尼科夫方法	141
6.4.2 R 、 L 、 C 串联电路中的混沌	145
6.4.3 模拟锁相环(PLL)系统中的混沌	147
6.5 席尔尼科夫定理及其应用	154
6.5.1 席尔尼科夫定理	154
6.5.2 席尔尼科夫意义下的混沌电路——考毕兹振荡器	158
参考文献	160
第 7 章 常用数值方法	162
7.1 引言	162
7.2 牛顿-拉弗森方法	162
7.3 解轨线(轨道)积分算法	164
7.3.1 有关概念	164
7.3.2 常用数值算法	165
7.3.3 编程考虑	167
7.3.4 混沌初值敏感性与数值积分轨线可信性	169
7.4 频谱分析及相关数据处理	170
7.5 李雅普诺夫指数计算	173
7.5.1 已知电路方程时李雅普诺夫指数的计算	173
7.5.2 已知标量时间序列时李雅普诺夫指数的计算	179
参考文献	182
第 8 章 典型混沌电路分析示例	184
8.1 引言	184
8.2 电路模型与方程	184
8.3 平衡点及其稳定性	187
8.4 Hopf 分岔与中心流形	189
8.4.1 Hopf 分岔的存在性	189
8.4.2 中心流形计算	190
8.4.3 周期解及其稳定性计算	192

8.4.4	数值分析验证	193
8.5	席尔尼科夫意义下的混沌	194
8.5.1	特征值与特征空间	195
8.5.2	同宿轨道及其计算	196
8.5.3	席尔尼科夫意义下的混沌	198
8.6	拓扑等价与拓扑共轭	200
8.7	计算机模拟	203
8.7.1	通向混沌的道路	204
8.7.2	同宿轨道附近的混沌	212
8.8	电路实验	217
8.8.1	实验电路及其参数选择	217
8.8.2	实验结果	218
	参考文献	221

第 1 章 非线性电阻电路

1.1 引言

理论上,一切实际电路严格说来都是非线性的。从工程计算的角度出发,有时可以不考虑元件的非线性,而认为它们是线性的。但实际电路中仍有许多元件的非线性特性不容忽略,否则就将无法解释电路中所发生的现象。

界定一个电路是线性的还是非线性的,要看电路中的电路元件参数是否随电路变量(电压、电流、电荷和磁通链)变化。如果电路中至少有一个元件的参数与电路变量有关,就称为非线性电路。相应地,参数随电路变量变化的元件则称为非线性元件。

不包含动态元件的电路称为电阻电路;至少含一个非线性电阻的电阻电路,称为非线性电阻电路。非线性电阻电路有两个显著的特点:一是电路的约束方程是非线性代数方程,一般不能求出闭式解析解;二是叠加定理失效。

研究非线性电阻电路,首先遇到的是包含非线性电阻元件的特性及电路方程形成问题,接下来是非线性代数方程的求解问题。众所周知,大多数情况下非线性代数方程的解析解不能求出。因此,在进行非线性电阻电路的分析时,不得不采用某种手段获得近似解。在特殊的情况下,即使获得近似解,也不能说明问题,而不得不转向定性性质方面的研究。无论是求解非线性电路的近似解,还是研究非线性电路解的定性性质,均是以严密的数学理论、清晰的物理概念为基础。

本章介绍非线性电阻电路约束方程的生成、定性性质及常用近似求解方法等内容。

1.2 非线性电阻网络方程式编写

给定一个电阻网络 N ,它包含有线性电阻、压控和流控非线性电阻、恒定独立电压源和电流源及四种类型线性受控源。不失一般性,假设电压控制型非单调电阻不构成回路,电流控制型非单调电阻不构成割集。由此便可以从原来的网络中分离出一个 n 端口的网络 N ,如图 1.2.1 所示。所有 n 个非线性电阻元件均端接于 n 端口之上。

由于抽出了全部非线性电阻元件,所以 n 端口网络 N 是一个线性网络, n 个端口中有 n_1 个电压端口, n_2 个电流端口,即 $n=n_1+n_2$ 。 n_1 个电压端口上跨接有电

压控制型电阻, n_2 个电流端口上跨接电流控制型电阻。定义各个端口上的电压向量和电流向量分别为

$$\begin{aligned}\hat{v}_a &= [\hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_{n_1}]^T \\ \hat{v}_b &= [\hat{v}_{n_1+1}, \hat{v}_{n_1+2}, \dots, \hat{v}_{n_1+n_2}]^T \\ \hat{i}_a &= [\hat{i}_1, \hat{i}_2, \dots, \hat{i}_{n_1}]^T \\ \hat{i}_b &= [\hat{i}_{n_1+1}, \hat{i}_{n_1+2}, \dots, \hat{i}_{n_1+n_2}]^T\end{aligned}$$

则由线性网络理论可得 n 端口网络伏安关系表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{sa} \\ v_{sb} \end{bmatrix}$$

式中, $[i_{sa} \ v_{sb}]^T$ 为考虑 n 端口网络内部的独立电源影响所形成的电源向量, H 为 $n \times n$ 的混合矩阵。

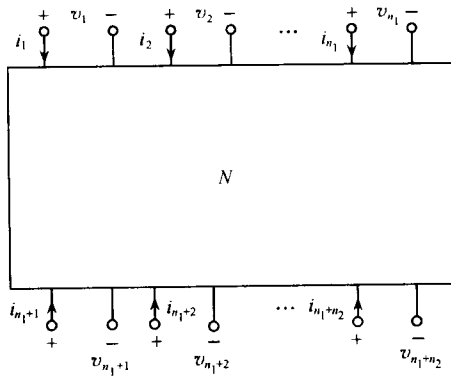


图 1.2.1 非线性电阻网络

按照 \hat{i}_a 和 \hat{v}_b 的维数, 将上式表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_a \\ \hat{v}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{aa} & H_{ab} \\ H_{ba} & H_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{i}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{sa} \\ v_{sb} \end{bmatrix} \quad (1.2.1)$$

对 n 个非线性元件, 电压控制型和电流控制型电阻的特性分别表示为

$$\left. \begin{aligned} i_a &= [i_1, i_2, \dots, i_{n_1}]^T = [g_1(v_1), \dots, g_{n_1}(v_{n_1})]^T = g_a(v_a) \\ v_b &= [v_{n_1+1}, v_{n_1+2}, \dots, v_{n_1+n_2}]^T = [f_1(i_{n_1+1}), \dots, f_{n_2}(i_{n_1+n_2})]^T = f_b(i_b) \end{aligned} \right\} \quad (1.2.2)$$

根据非线性元件与 n 端口网络的端接关系, 分别将 $\hat{i}_a = i_a = g_a(v_a)$, $\hat{v}_b = v_b = f_b(i_b)$, $\hat{v}_a = v_a$, 以及 $\hat{i}_b = i_b$ 代入式(1.2.1)中, 则得

$$\left. \begin{aligned} g_a(v_a) - H_{aa}v_a - H_{ab}i_b - i_{sa} &= 0 \\ f_b(i_b) - H_{ba}v_a - H_{bb}i_b - v_{sb} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.3)$$

上式即为希望得到的非线性电阻网络的约束方程。式中方程个数为 n , 计有 n_1 个未

知电压和 n_2 个未知电流。显然,非线性电阻电路的分析问题,已归并成了式(1.2.3)的求解问题。在设法求得 n 个未知量后,非常容易由网络约束关系求出其余的电压和电流。

为以后叙述方便,令

$$x = \begin{bmatrix} v_a \\ i_b \end{bmatrix}, \quad x \in \mathbf{R}^n; \quad y = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ v_{sb} \end{bmatrix}, \quad y \in \mathbf{R}^n$$

式(1.2.3)可简单地记为

$$f(x) = y \quad (1.2.4)$$

式中, $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 。

例 1.2.1 试列出图 1.2.2(a)所示网络的约束方程。1、2 号非线性电阻为压控特性,3 号非线性电阻为流控特性。

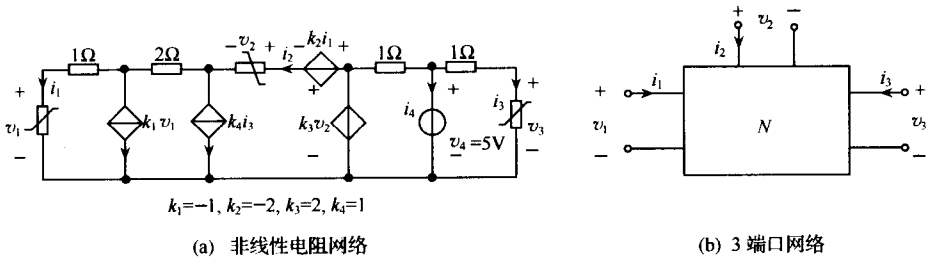


图 1.2.2 非线性电阻网络及对应的 3 端口网络

解 按照列写网络约束方程的步骤,从给定的网络 \hat{N} 中抽出所有的非线性元件后生成 3 端口网络 N ,如图 1.2.2(b)所示。可以求出线性 3 端口网络 N 的混合矩阵 H 、 i_{sa} 及 v_{sb} 为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad i_{sa} = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad v_{sb} = [-5]$$

其中

$$H_{aa} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad H_{bb} = [1], \quad H_{ab} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H_{ba} = [0 \quad 1]$$

当设压控和流控非线性电阻的伏安特性分别为 $i_k = g_k(v_k)$ 及 $v_k = f(i_k)$ 时,形成的约束方程为

$$\begin{bmatrix} g_1(v_1) \\ g_2(v_2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [i_3] - \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[f(i_3)] - [0 \quad 1] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} - [1][i_3] - [-5] = 0$$

1.3 非线性电阻电路的基本概念

1.3.1 非线性电阻电路的工作点

由上一节知道,对任一非线性电阻网络,总可以写出其约束方程,其方程为式(1.2.3)或式(1.2.4)的标准形式。由于在获得方程的过程中假定电路为非时变且所有电源均为直流,因此式(1.2.3)或式(1.2.4)中的电源项中不显含时间 t 。这样的假定并不失一般性,因为不随时间变化电源作用的电路方程,可以看作是随时间变化电源作用的电路或网络不同瞬间的方程。所以,只要求出直流电源作用下的结果,任意电源作用的结果都可以顺利求出,仅仅是工作量问题。基于此,可以通过对直流电阻电路进行求解,解决非线性电阻电路的所有分析问题。以下均以直流电阻电路作为讨论对象。

设式(1.2.4)的解为

$$x_Q = [x_{Q_1}, x_{Q_2}, \dots, x_{Q_n}]^T \quad (1.3.1)$$

与此对应的式(1.2.3)的解即为 n_1 个端口上的电压 v_{aQ} 和 n_2 个端口上的电流 i_{bQ} ,即

$$f(x_Q) = y \quad (1.3.2)$$

或

$$\begin{aligned} g_a(v_{aQ}) - H_{aa}v_{aQ} - H_{ab}i_{bQ} - i_{sa} &= 0 \\ f_b(i_{bQ}) - H_{ba}v_{aQ} - H_{bb}i_{bQ} - v_{sb} &= 0 \end{aligned}$$

由于式(1.2.4)在 n 维实空间 \mathbf{R}^n 中随 x 变化表示 n 个曲面方程,所以式(1.3.2)即代表 n 个曲面的交点方程,式(1.3.1)为曲面交点的坐标。

电路理论中,称这样的交点为电路的工作点。

根据工作点的几何意义,一个非线性电路可以有一个工作点、有限多个工作点、无限多个工作点或根本没有工作点。也即是说,描述电路的方程式(1.2.4),一般情况下可能有一个解,有限多个解,无限多个解或根本没有解。例如,图1.3.1(a)所示的非线性电路,非线性电阻的伏安特性如图1.3.1(b)的实线所示。当改变电源电压 V_S 或串联的电阻 R 时,图1.3.1(b)中给出的三种情况,分别对应电路的工作点为1个、3个和无穷多个。

图1.3.1(b)中展示电路工作点个数的过程,也是求解非线性电阻电路工作点的一种方法——图解法。

求解非线性电阻电路工作点的图解法,一般仅适用于包含两个以下或可归并成两个以下非线性电阻元件的较简单的电路。对于包含有两个以上非线性元件电路的工作点求解,大多数情况要借助数值计算方法,通过计算机数值计算完成。

求解描述非线性电阻电路的非线性代数方程的数值计算方法很多,在计算机

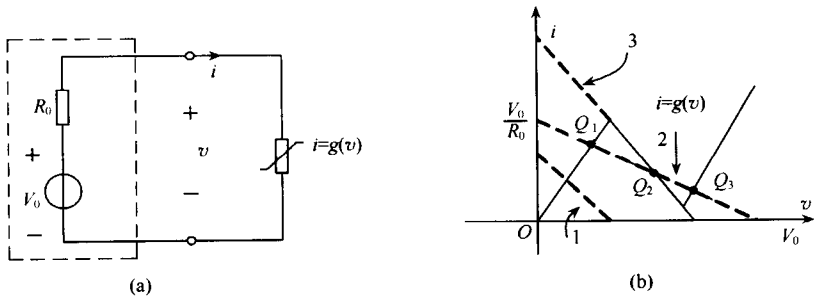


图 1.3.1 非线性电阻电路的工作点

技术高度发展的今天,方便实用的软件包已是随手可得的工具。虽然采用计算机辅助求解能方便地给出电路工作点的准确数值解答,但每一次计算仅能给出一组答案。所以,对于具有多个解答的电路,在利用数值计算方法求解时,还应利用定性分析理论确定电路工作点的个数和其大致范围。

例 1.3.1 用图解法求图 1.3.2(a)所示电路的工作点,非线性电阻的伏安特性如图 1.3.2(b)所示。

解 采用分段线性化方法分析该电路时,首先将电路中的非线性电阻元件用其等效戴维宁或诺顿电路来替代,如图 1.3.2(c)和 1.3.2(d)所示。应注意的是,伏安特性中的垂直线段部分(如图 1.3.2(b)中的线段(5))必须用戴维宁等效电路来替代;伏安特性中的水平线段必须用诺顿等效电路来替代。

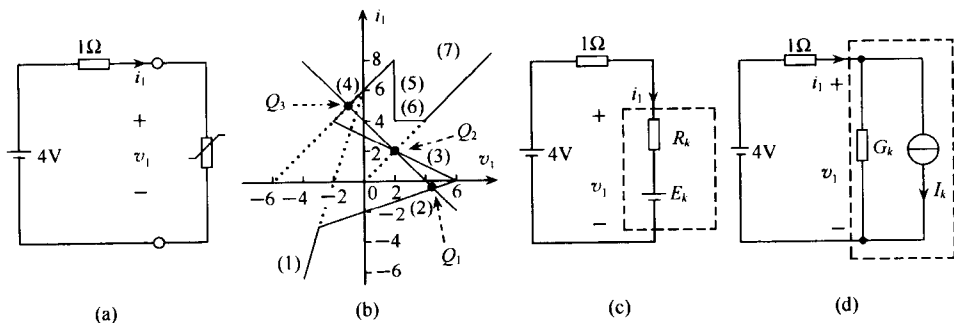


图 1.3.2 分段线性化方法确定电路的工作点

当分段线性化伏安特性的每一段斜率对应的电阻或电导分别用 R_k 和 G_k 表示,与电压轴(横轴)和电流轴(纵轴)的截距分别用 E_k 和 I_k 表示时,可通过图 1.3.2(c)或 1.3.2(d)的线性电路求得非线性电阻两端的电压 v_1 和 i_1 。从图 1.3.2(c)中解出

$$i_1 = \frac{4 - E_k}{1 + R_k} \quad (1.3.3)$$

$$v_1 = R_k i_1 + E_k \quad (1.3.4)$$

从图 1.3.2(d)中解出

$$i_1 = \frac{4}{1 + 1/G_k} + \frac{I_k}{1 + G_k} \quad (1.3.5)$$

$$v_k = \frac{i_1 - I_k}{G_k} \quad (1.3.6)$$

由上面的公式可见,由每一个直线段的 R_k, E_k 或 G_k, I_k 可以确定出一组解 v_1 和 i_1 。为求得 v_1, i_1 , 将每一个线性线段的参数值代入到求 v_1 和 i_1 的公式中即可。在本例中,由于只有一个非线性元件,且该非线性元件的折线段数 $n_1=7$,故需要进行 7 次计算。当以线段(2)的参数 $R_2=7\Omega$ 及 $E_2=6V$ 代入式(1.3.3)和式(1.3.4)时,可求得 $v_1=4.5V, i_1=-0.5A$,即图 1.3.2(b)中 Q_1 点的坐标。若代以线段(1)的参数 $R_1=1/3\Omega$ 及 $E_1=-2V$,则得到 $v_1=0.5V, i_1=4.5A$ 。转换为 G_k, I_k 后代入式(1.3.5)和式(1.3.6)有同样的结果。最后,对求得的 n_1 组电压 v_1 和电流 i_1 数据进行有效区域校验。即只有那些落在各自区域内的 v_1 和 i_1 才是电路真正的工作点。

由图 1.3.2(b)可以看出,线段(2)的电压、电流有效区域是 $(-3, 6), (-3, 0)$, 而求得的 $v_1=4.5V, i_1=-0.5A$ 恰在其有效区域之内,所以求出的解是其工作点。线段(1)的有效区域是 $(-\infty, -3), (-\infty, -3)$, 而求得的 $v_1=0.5V, i_1=4.5A$ 对应的坐标点落在有效区域之外,显然此时求出的解不是电路的工作点,这个解应当舍去。

可以按照上述步骤,分别求出各段的组合解答。从图中可以看出,只有 3 个点符合工作点条件。

1.3.2 驱动点特性图(DP图)

对给定的非线性电阻网络 \hat{N} , 将其内部的任一个独立电源分离出来,形成一个一端口网络 N 。按照分离出的元件是电压源或电流源,分别有图 1.3.3(a)和图 1.3.3(b)两种情况。所谓非线性电阻电路的驱动点特性图,是指 N 内部所有电源均为定值时,改变一端口网络上的电压 v_s (或电流 i_s) 在伏安平面上描出的端口上的电流 i (或电压 v) 随电压 v_s (或电流 i_s) 变化的曲线。该曲线简称 DP 图。

应注意的是,这种伏安特性不是某一个元件的伏安特性,而是当 N 内所有独立源取特定值时整个端口的特性。

大多数实际元件或一端口的驱动点特性是如图 1.3.3(a)中所示的光滑特性,但在电路理论中为分析方便往往可以近似地或粗略地用一些直线段的组合来逼近光滑的驱动点特性。伏安特性上的每一段直线可以用直线的斜率和表征该直线段

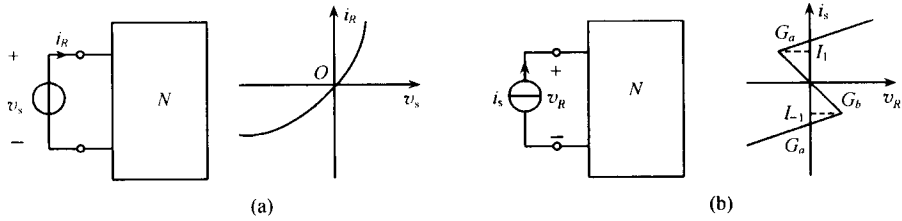


图 1.3.3 一端口网络及 DP 图

有效区域的电压、电流值唯一地确定。如图 1.3.3(b)中的伏安特性可以表示为

$$\begin{aligned}
 G &= G_a, & \text{当 } i_s \geq I_1 (\text{区域 1}) \\
 G &= G_b, & \text{当 } I_{-1} < i_s < I_1 (\text{区域 2}) \\
 G &= G_a, & \text{当 } i_s \leq I_{-1} (\text{区域 3})
 \end{aligned}$$

式中, I_1, I_{-1} 分别为区域 1 与区域 2、区域 2 与区域 3 之间转折点的电流值。

这种用有限段直线组合来表示非线性元件特性或一端口的驱动点特性称为分段线性化特性。

由一端口网络 N 的形成过程及驱动点特性图的定义可知, 同一个网络, 随 N 的选择不同, 将有不同的驱动点特性图。例如图 1.3.4(a)所示的电路, 当分别以电压源和电流源为抽出对象时, 可以得到两个一端口, 如图 1.3.4(b)和图 1.3.4(c)所示。若在两种情况下分别使 $i_s=0$ 和 $v_s=0$, 可得到图 1.3.4(d)和图 1.3.4(e)所示的驱动点特性图。

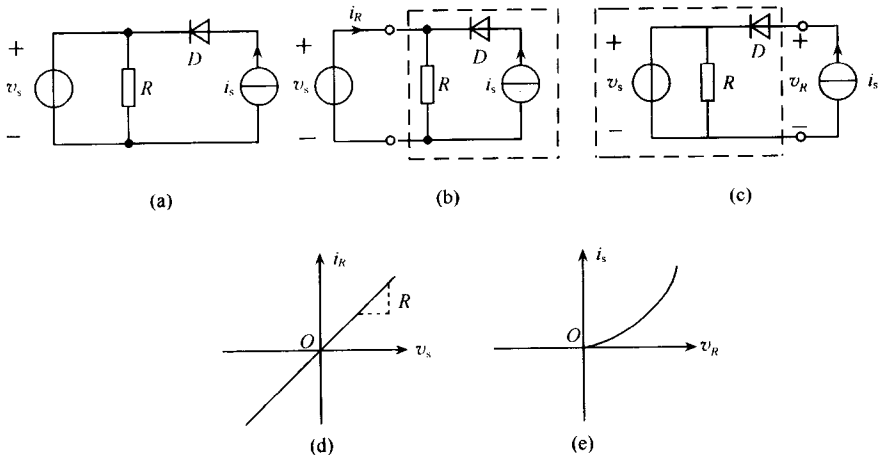


图 1.3.4 驱动点特性图的例子

例 1.3.2 求图 1.3.5(a)所示电路的驱动点特性。图中运算放大器的电源电压为 $\pm 15\text{V}$, 二极管及运算放大器取理想特性。